

## Моделирование многофазных течений на основе параллельной платформы INMOST\*

И.Н. Коньшин<sup>1</sup>, В.К. Крамаренко<sup>1</sup>, К.Д. Никитин<sup>1</sup>, К.М. Терехов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт вычислительной математики РАН, Москва, Россия, <sup>2</sup> Стэнфордский университет, Стэнфорд, США

Разработана и протестирована модель многофазной фильтрации на основе параллельной программной платформы INMOST и метода конечных объемов с нелинейной дискретизацией фильтрационных потоков. Платформа INMOST позволяет работать с распределенными сетками и сеточными данными, выполнять дискретизацию задачи, формировать матрицу линейной системы и использовать большой набор параллельных линейных решателей. Проведено сравнение нелинейной монотонной двухточечной схемы с линейной двухточечной схемой аппроксимации потоков, демонстрирующее важные преимущества нового метода по сравнению с линейными подходами. Кроме того разработана локальная модификация нелинейной схемы дискретизации, позволяющая существенно повысить точность решения вблизи скважин за счет явного учета нелинейной особенности задачи.

*Ключевые слова:* программная платформа, многофазные течения, схемы дискретизации

### 1. Платформа INMOST

Параллельная платформа INMOST [1,2] лежит в основе вычислительной технологии и предоставляет удобные и эффективные средства для работы с распределенными по процессорам сеточными данными, включая построение фиктивных ячеек и проведение межпроцессорных обменов. Кроме того, платформа включает удобный интерфейс для формирования систем линейных уравнений и дальнейшего их решения с использованием большого набора параллельных линейных решателей [3,4].

Как было показано в [4], модель многофазной фильтрации на основе платформы INMOST демонстрирует близкое к линейному параллельное ускорение вплоть до 128 процессоров, а также позволяет проводить расчеты до 8 тыс. вычислительных ядер.

### 2. Схемы дискретизации

Технология моделирования основана на работе с неструктурированными сетками с произвольными многогранными ячейками. Для дискретизации по времени систем уравнений двух- и трехфазной фильтрации используется полностью неявная схема с методом Ньютона и явно выписываемым якобианом. Для дискретизации по пространству используется метод конечных объемов и различные подходы для дискретизации фильтрационных потоков: традиционная линейная двухточечная схема (TPFA), линейная многоточечная O-схема (MPFA), нелинейная монотонная двухточечная схема, а также новая модифицированная нелинейная схема, учитывающая особенности решения вблизи скважин.

Нелинейная монотонная двухточечная схема [5,6] обладает важными преимуществами по сравнению с традиционными линейными подходами. По сравнению с традиционной линейной двухточечной аппроксимацией потока нелинейная схема демонстрирует слабую зависимость от искажения сетки, позволяет сохранять аппроксимацию потоков в случае полного анизотропного тензора проницаемости, и применима на произвольных сетках с многогранными

---

\* Работа поддержана грантами РФФИ 14-01-00830, 15-35-20991 и компанией ExxonMobil Upstream Research Company.

ячейками. Вычислительная сложность, при использовании новой схемы, возрастает по сравнению с традиционной схемой TPFA. По сравнению с линейной многоточечной аппроксимацией потока нелинейная схема позволяет получать более разреженные алгебраические системы и, следовательно, является более эффективной с вычислительной точки зрения. В зависимости от модификации нелинейной схемы она может гарантировать неотрицательность численного решения или выполнение дискретного принципа максимума.

Традиционный подход к учету скважин предполагает рассматривать скважину как источник в одной или нескольких ячейках расчетной сетки, в то время как особенность решения используется лишь при выводе формулы, связывающей поток из скважины в ячейку с разницей соответствующих давлений [7]. Разработанная модифицированная нелинейная схема позволяет существенно повысить точность решения вблизи скважин за счет явного учета нелинейной особенности [8]. Для этого в некоторой области вокруг скважины при выводе дискретных потоков в нелинейной схеме вместо кусочно-линейного приближения решение представляется как сумма линейной функции и нелинейной поправки. В случае изотропной среды данная модификация использует линейно-логарифмическое восполнение решения.

### 3. Примеры использования

Ниже представлены три примера использования технологии моделирования течений в пористой среде на основе платформы INMOST: задача с заводнением заполненного нефтью резервуара с сильно анизотропным неоднородным тензором абсолютной проницаемости, тестовый расчет распределения давлений для резервуара с двумя скважинами с использованием модифицированной нелинейной схемы и параллельный расчет для задачи трехфазной фильтрации с двумя скважинами.

На рис. 1 показано схематичное представление задачи с двумя скважинами и неоднородным полным анизотропным тензором проницаемости. В центральной части расчетной области тензор проницаемости сонаправлен граням расчетной сетки, поэтому нелинейная схема сводится к традиционной линейной схеме TPFA. В областях вблизи скважин (красная зона) дискретизации различаются, и это существенно влияет на качество решения (см. рис. 2). Так, решение, получаемое при использовании линейной схемы, не соответствует анизотропии тензора, поскольку схема не дает аппроксимации потоков в областях вокруг скважин.

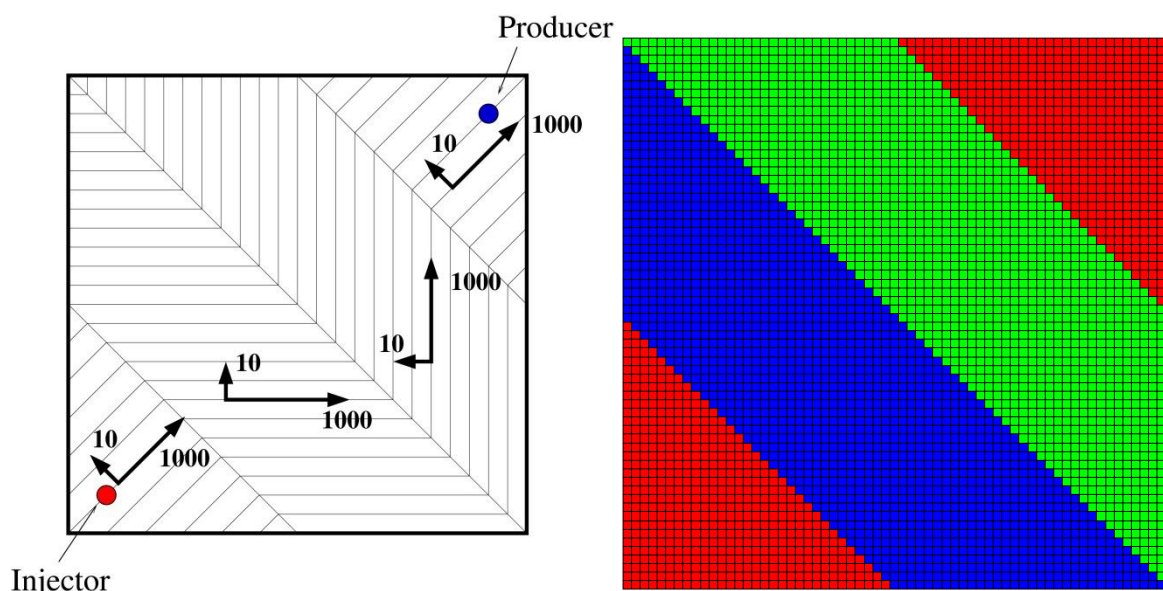
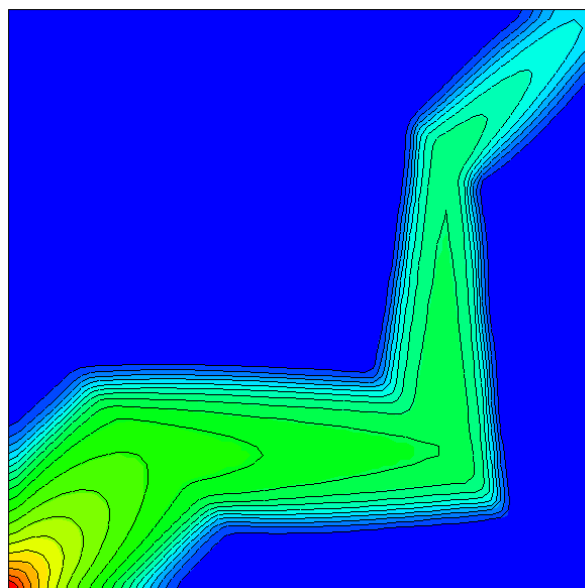
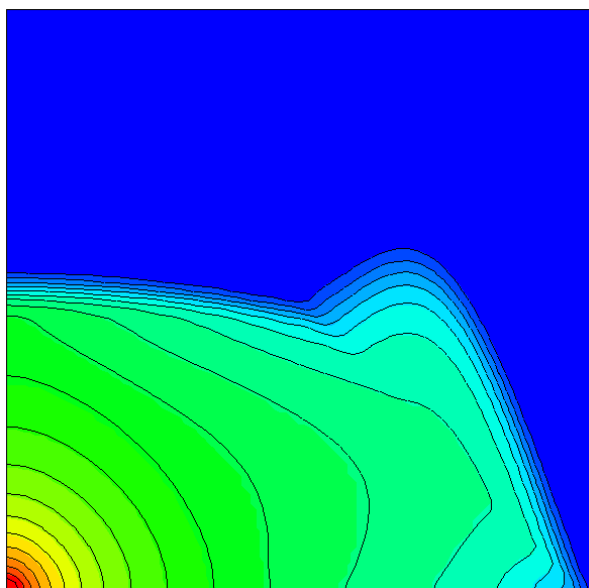


Рис. 1: Задача с двумя скважинами и неоднородным полным анизотропным тензором проницаемости.

линейная двухточечная схема

нелинейная двухточечная схема

**Рис. 2:** Поле водонасыщенности в задаче с двумя скважинами и неоднородным полным анизотропным тензором проницаемости (см. рис. 1).

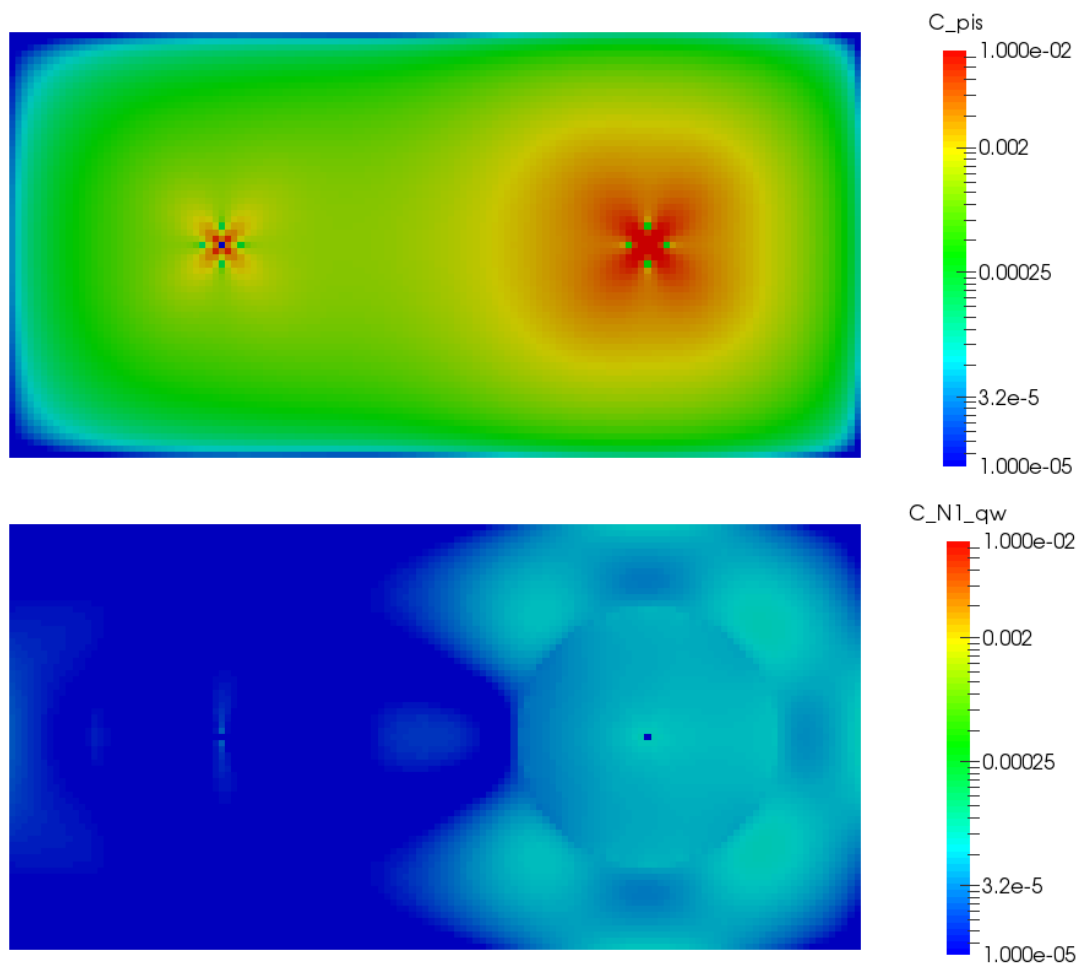


линейная двухточечная схема

нелинейная двухточечная схема

**Рис. 3:** Поле водонасыщенности в задаче с двумя скважинами и неоднородным полным анизотропным тензором проницаемости (см. рис. 1).

Ниже представлен пример с распределением поля давлений вокруг двух вертикальных скважин, для которого имеется аналитическое решение.



**Рис. 4:** Ошибка решения для задачи с двумя скважинами: оригинальная нелинейная схема с моделью Писмана [7] для скважин (сверху) и модифицированная схема (снизу).

В этом примере скважины расположены в серединах квадратов  $1 \times 1$ , из которых составлена область моделирования  $2 \times 1$ . На скважинах были заданы давления: 1 на левой и 4 на правой. На рис. 4 показаны модули ошибки для поля давления по сравнению с аналитическим решением. Видно, что при использовании модифицированной схемы ошибка решения примерно на три порядка ниже, чем при использовании традиционного подхода. На нижней части рисунка отчетливо видна круглая область рядом с правой скважиной, в которой применялась модифицированная схема.

Далее представлены результаты параллельного расчета задачи трехфазной фильтрации с однородным анизотропным тензором проницаемости и двумя скважинами, расположенными в противоположных углах области. Использовалась расчетная сетка  $128 \times 128 \times 8$ , что дало 503 тыс. неизвестных с учетом трех степеней свободы на ячейку и дополнительных неизвестных на граничных гранях. Для решения линейных систем был выбран «встроенный» решатель BILU2 с итерационной схемой BiCGStab [3,4].

**Табл. 1:** Результаты параллельного расчета для задачи с двумя скважинами.

#ядер	Неизвестных на ядро	Лин. итераций	Время расчета (сек)	Ускорение
1	503 808	1522	27 942,42	1,00
2	251 904	2145	17 483,27	1,59
4	125 952	2190	10 592,04	2,63
8	62 976	4322	3 337,91	8,37
16	31 488	4570	1 898,01	14,72
32	15 744	6344	947,83	29,48
64	7 872	6985	372,22	75,06

128	3 936	8673	63,01	443,46
256	1 968	7962	27,25	1025,40
512	984	9760	11,67	2394,38

В таблице 1 показано количество степеней свободы на одно вычислительное ядро, общее число линейных итераций решателя, общее время расчета и получаемое ускорение относительно времени расчета на одном вычислительном ядре. Отметим, что при достижении 8 тыс. неизвестных на ядро наблюдается сверхлинейное ускорение, что может быть вызвано удачной работой кэша и эффективностью линейного решателя.

## 4. Заключение

В работе кратко описаны основные численные схемы, используемые в модели многофазной фильтрации на основе параллельной платформы INMOST. Приведены результаты нескольких численных расчетов, демонстрирующие преимущество используемых методов по сравнению с традиционными подходами. В задаче с неоднородным анизотропным тензором проницаемости показано, что нелинейная монотонная схема позволяет получать более качественное решение по сравнению с традиционной линейной двухточечной дискретизацией. В задаче с аналитическим распределением давлений для двух скважин демонстрируется, что модификация нелинейной схемы, учитывающая логарифмическую особенность, позволяет значительно повысить точность решения вблизи скважины. Наконец, параллельный расчет демонстрирует эффективность программной платформы INMOST и «встроенного» линейного решателя VPLU2 вплоть до 512 вычислительных ядер и менее чем 1000 неизвестных на одно ядро.

## Литература

1. Василевский Ю.В., Коньшин И.Н., Копытов Г.В., Терехов К.М., INMOST - программная платформа и графическая среда для разработки параллельных численных моделей на сетках общего вида, Издательство Московского университета, 2013, С. 144.
2. INMOST – a toolkit for distributed mathematical modeling. URL: <http://www.inmost.org/>
3. Коньшин И.Н., Никитин К.Д., Моделирование многофазной фильтрации на основе платформы INMOST: решение линейных систем. VI научно-практическая конференция: Суперкомпьютерные технологии в нефтегазовой отрасли. Математические методы, программное и аппаратное обеспечение. - М., Суперкомпьютерный центр МГУ имени М.В.Ломоносова. 10-12 февраля 2016 г.
4. Konshin I., Kaporin I., Nikitin K., Vassilevski Y.. Parallel linear systems solution for multiphase flow problems in the INMOST framework // Proceedings of Russian Supercomputing Days 2015, pp. 96-103.
5. Nikitin K.D., Vassilevski Y.V., A monotone nonlinear finite volume method for advection-diffusion equations on unstructured polyhedral meshes in 3D // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling, Vol. 25, No. 4 (2010), pp. 335-358.
6. Nikitin K.D., Terekhov K.M., Vassilevski Y.V., A monotone nonlinear finite volume method for diffusion equations and multiphase flows // Computational Geosciences: Vol. 18, No. 3 (2014), pp. 311-324.
7. Peaceman D.W., Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation // SPE Journal, 1978, 183-194.
8. Vidovic D., Dotlic M., Dimkic M., Pushic M., Pokorni B., Second-order accurate finite volume method for well-driven flows // arXiv preprint arXiv:1312:2388, Dec. 2013.

## Multiphase flows modelling using INMOST parallel platform

I.N. Konshin<sup>1</sup>, V.K. Kramarenko<sup>1</sup>, K.D. Nikitin<sup>1</sup>, K.M. Terekhov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Numerical Mathematics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia,

<sup>2</sup> Stanford University, Stanford, USA

We present an application of the nonlinear monotone finite volume method to multiphase flow models based on the parallel platform INMOST. Parallel platform INMOST is the basis of the technology and provides a convenient and efficient toolkit for working with distributed data, including the construction of ghost cells layers and interprocessor communications. The platform also includes a user-friendly interface for the linear equations systems construction and solution. The new nonlinear discretization scheme is compared with the conventional linear two-point flux approximation and demonstrates more accurate solution and better front propagation. The latest enhancement of the nonlinear method takes into account the logarithmic behavior of the pressure in the near-well region and introduces logarithmic correction to improve accuracy of the pressure and the flux calculation.

*Keywords:* software platform, multiphase flows, discretization schemes

### References

1. Vassilevski Yu., Konshin I., Kopytov G., Terekhov K.. INMOST – a software platform and graphical environment for development of parallel numerical models on general meshes. Moscow State Univ. Publ., Moscow, 2013, 144 p. (in Russian).
2. INMOST – a toolkit for distributed mathematical modeling. URL: <http://www.inmost.org/>
3. Konshin I., Nikitin K., Multiphase flows modelling using INMOST platform: linear systems solution // Supercomputing Technologies in Oil and Gas Industry 2016. MSU Supercomputing Center, Moscow, 2016 (in Russian).
4. Konshin I., Kaporin I., Nikitin K., Vassilevski Y.. Parallel linear systems solution for multiphase flow problems in the INMOST framework // Proceedings of Russian Supercomputing Days 2015, pp. 96-103.
5. Nikitin K.D., Vassilevski Y.V., A monotone nonlinear finite volume method for advection-diffusion equations on unstructured polyhedral meshes in 3D // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling, Vol. 25, No. 4 (2010), pp.335-358.
6. Nikitin K.D., Terekhov K.M., Vassilevski Y.V., A monotone nonlinear finite volume method for diffusion equations and multiphase flows // Computational Geosciences: Vol. 18, No. 3 (2014), pp. 311-324.
7. Peaceman D.W., Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation. // SPE Journal, 1978, 183-194.
8. Vidovic D., Dotlic M., Dimkic M., Pushic M., Pokorni B., Second-order accurate finite volume method for well-driven flows // arXiv preprint arXiv:1312:2388, Dec. 2013.