

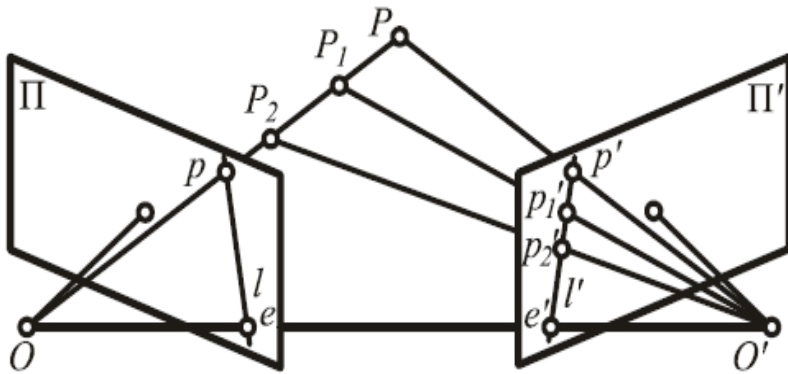
**Самарский национальный исследовательский университет  
им. академика С.П. Королева**

**Параллельный алгоритм согласованного оценивания  
фундаментальной матрицы в задаче сопоставления  
изображений**

Гаврилов А.В. , Гошин Е.В., Пугачев К.Г.

Докладчик: Пугачев К.Г.

# Формулировка задачи идентификации фундаментальной матрицы



Модель эпиполярной геометрии

Пусть  $\mathbf{M}$  – Точка в трехмерном пространстве.

$$\mathbf{m}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{M} \quad \mathbf{P}_1 = \mathbf{K}_1 [\mathbf{R}_1 : \mathbf{t}_1]$$

$$\mathbf{m}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{M} \quad \mathbf{P}_2 = \mathbf{K}_2 [\mathbf{R}_2 : \mathbf{t}_2]$$

Спроецированные  
точки

Проецирующие  
матрицы

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-T} [\mathbf{t}]_x \mathbf{R} \mathbf{K}^{-1}$$

Фундаментальная  
матрица

$$[\mathbf{t}]_x = \begin{bmatrix} 0 & -t_3 & t_2 \\ t_3 & 0 & -t_1 \\ -t_2 & t_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Пусть даны две камеры с центрами проекций в точках  $O$  и  $O'$ .

$P$  – некоторая точка в трехмерном пространстве.

$\Pi$  и  $\Pi'$  – плоскости проекций камер.

Точки  $e$  и  $e'$  – эпиполюсы.

Прямые  $l$  и  $l'$  – эпиполярные прямые.

Параметры съемки:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{t}_1 = [t_{1,x}, t_{1,y}, t_{1,z}]^T$$

$$\mathbf{t}_2 = [t_{2,x}, t_{2,y}, t_{2,z}]^T$$

Параметры камеры

Векторы сдвига камер

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_X \mathbf{R}_Y \mathbf{R}_Z$$

Матрица поворота  
камеры

# Формулировка задачи идентификации фундаментальной матрицы

Этапы идентификации фундаментальной матрицы

1. Выделение особых точек на изображениях.
2. Сопоставление точек на основе векторов признаков.
3. Составление СЛАУ на основе полученных точек и ее решение.

$$\mathbf{m}_1 = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{m}_2 = \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{pmatrix}, F_{33} = 1. \quad \mathbf{m}_1^T \mathbf{F} \mathbf{m}_2 = 0$$

Решается система вида:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{c} + \xi$ .

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} u_1 u_1 & u_1 v_1 & u_1 & v_1 u_1 & v_1 v_1 & v_1 & u_1 & v_1 \\ u_2 u_2 & u_2 v_2 & u_2 & v_2 u_2 & v_2 v_2 & v_2 & u_2 & v_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_N u_N & u_N v_N & u_N & v_N u_N & v_N v_N & v_N & u_N & v_N \end{bmatrix}, \xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_N \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_8]^T = [F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{31}, F_{32}]^T$$

# Метод согласованной идентификации

Пусть дана система вида  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{c} + \xi$  с размерностями  $N \times M$ .

В исходной системе выделяется  $C_N^M$  подсистем малой размерности, т.н. подсистем нижнего уровня размерности  $M$ :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{X}_k \mathbf{c}_k + \xi_k, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

Формируется  $C_N^P$  подсистем размерности  $P$ ,  $M < P < N$ , т.н. подсистемы верхнего уровня размерности  $P$ :

$$\tilde{\mathbf{y}}_l = \tilde{\mathbf{X}}_l \mathbf{c}_l + \tilde{\xi}_l, \quad l = 1, 2, \dots, L.$$

Гипотеза метода состоит в том, что наиболее согласованная подсистема является наименее зашумленной.

Для характеристики множеств вводится функция взаимной близости оценок:

$$W(l) = \sum_{\substack{i,j=1, \\ i \neq j}}^K (\hat{\mathbf{c}}_{l,i} - \hat{\mathbf{c}}_{l,j})^2$$

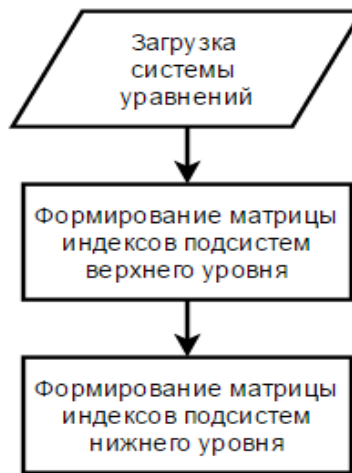
Таким образом, задача сводится к отысканию подсистемы верхнего уровня .

$$W(\hat{l}) = \min_l W(l), \quad l = \overline{1, L}, \quad L = C_N^P$$

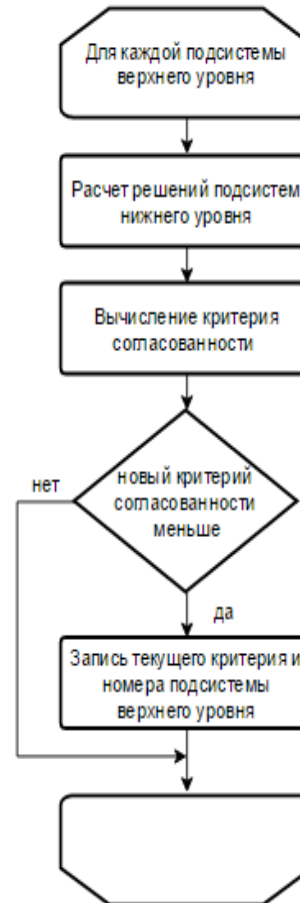
# Параллельный алгоритм с равномерным распределением вычислений

Был разработан алгоритм с равномерным распределением вычислений на подсистемах верхнего уровня. Алгоритм состоит из трех этапов:

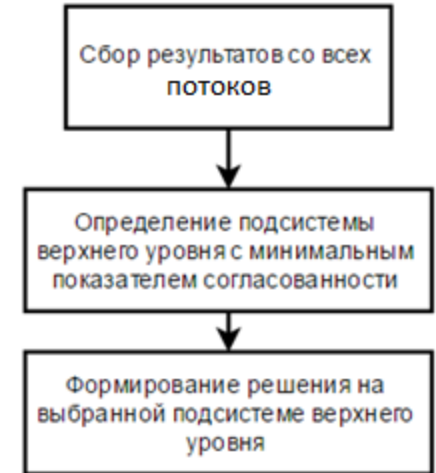
1. Инициализация матриц индексов и параметров;
2. Определение наиболее согласованной подсистемы верхнего уровня на каждом потоке.
3. Сбор результатов и вычисление решение на наиболее согласованной подсистеме.



Этап инициализации начальных данных



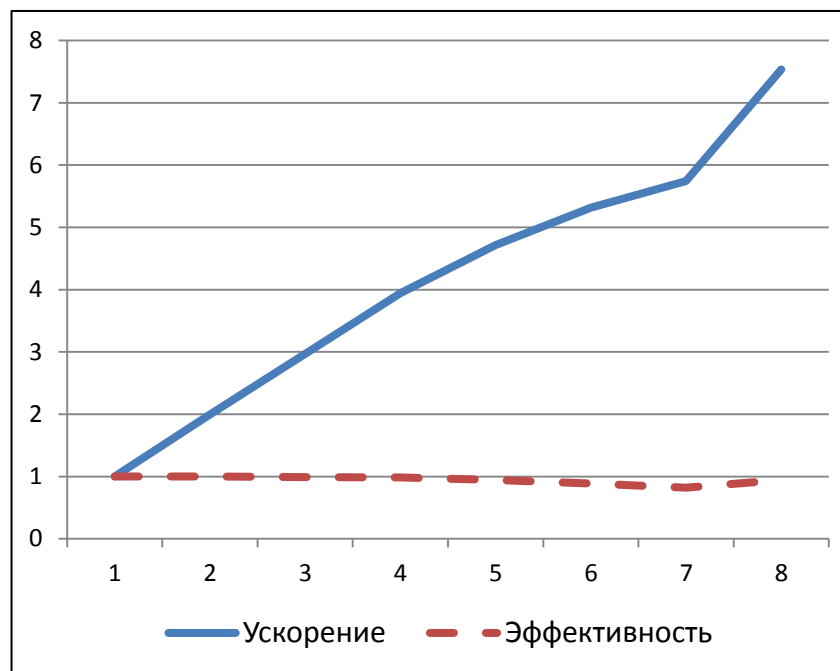
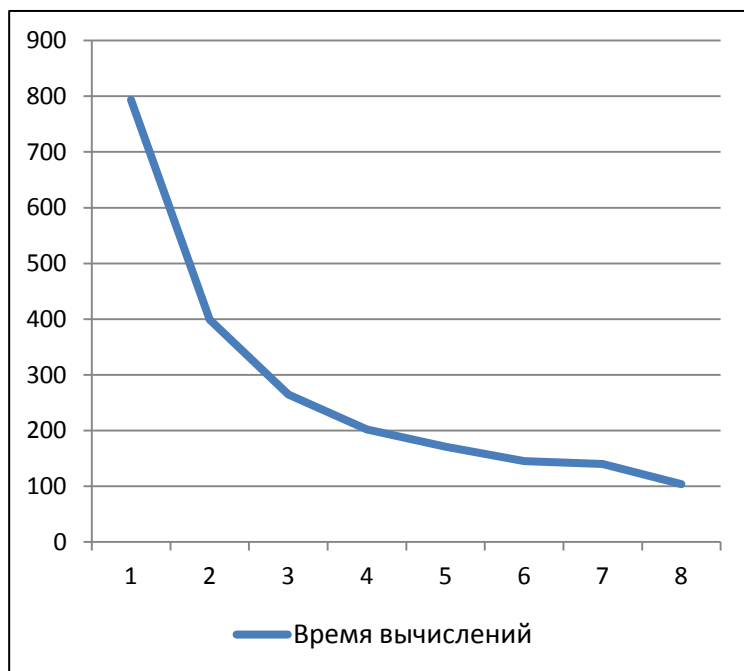
Этап идентификации



Этап сбора результатов

## Исследование параллельного алгоритма

Для приведенного выше алгоритма были исследованы характеристики ускорения и эффективности на примере задачи идентификации с параметрами  $N=18$ ,  $M=9$ ,  $P=16$ .



# Оценка точности и надежности идентификации фундаментальной матрицы

Для определения точности идентификации фундаментальной матрицы формировался набор из 500 тестовых точек. При моделировании точек использовались параметры:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1520,4 & 0 & 302,32 \\ 0 & 1525,9 & 246,87 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{pmatrix}, \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cos(\varphi) \\ \rho \sin(\varphi) \\ z \end{bmatrix}, \rho \in [5,6], \varphi \in [0,360], z \in [-1,1]; \alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \in [0^\circ, 8^\circ].$$

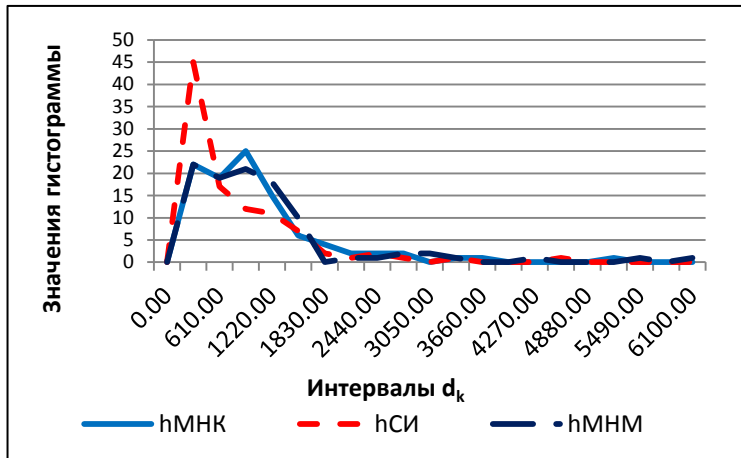
Для каждой точки вычислялось расстояние до эпиллярных прямых:  $d_i = \frac{|l_{i1}u + l_{i2}v + l_{i3}|}{\sqrt{l_{i1}^2 + l_{i2}^2}}$   
 $(l_{i1}, l_{i2}, l_{i3})^T = (u_i', v_i', 1)^T \mathbf{F}$  – параметры эпиллярных прямых

Для фундаментальной матрицы в качестве меры точности идентификации использовались величины:  $d_k = \left( \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K d_{ki}^2 \right)^{1/2}$

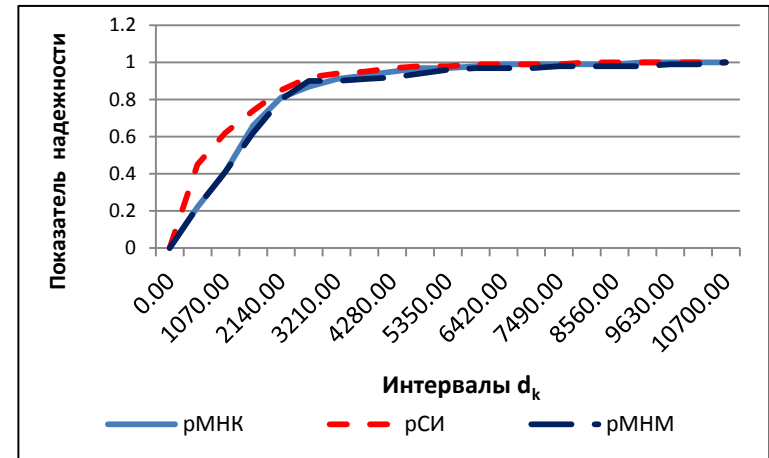
Множество значений  $d_k$  разделялось на интервалы и вычислялись показатели надежности:

$$\hat{p}_l = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^m N_l$$

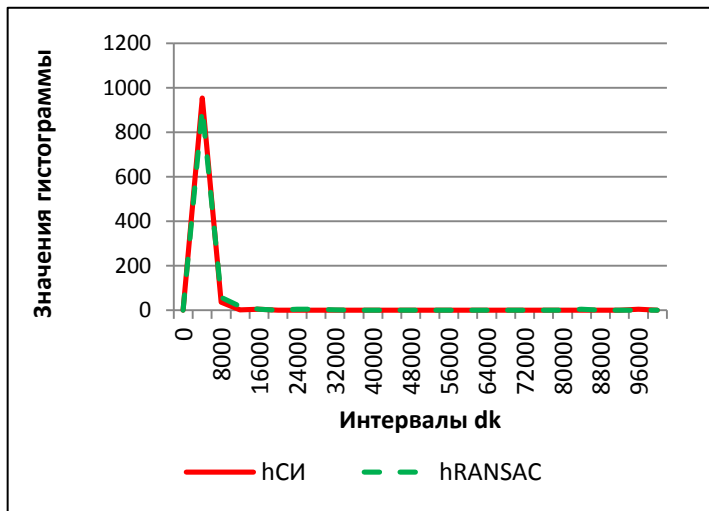
# Исследование точности и надежности



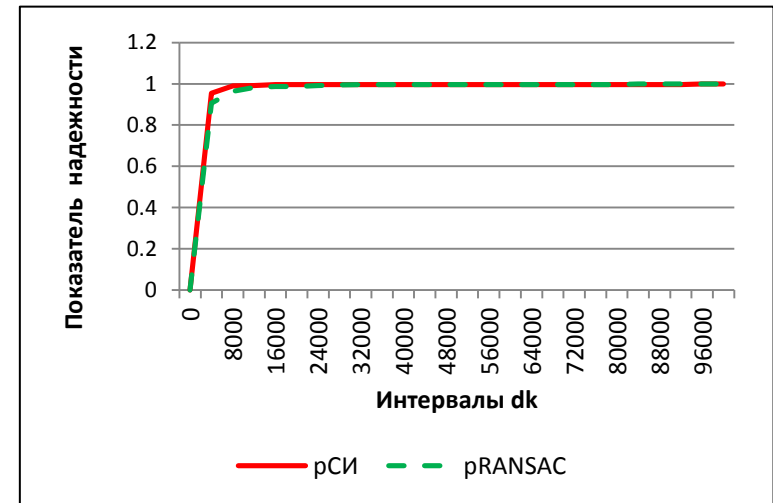
Гистограммы распределения по  $d_k$ .



Графики зависимости надежности от точности



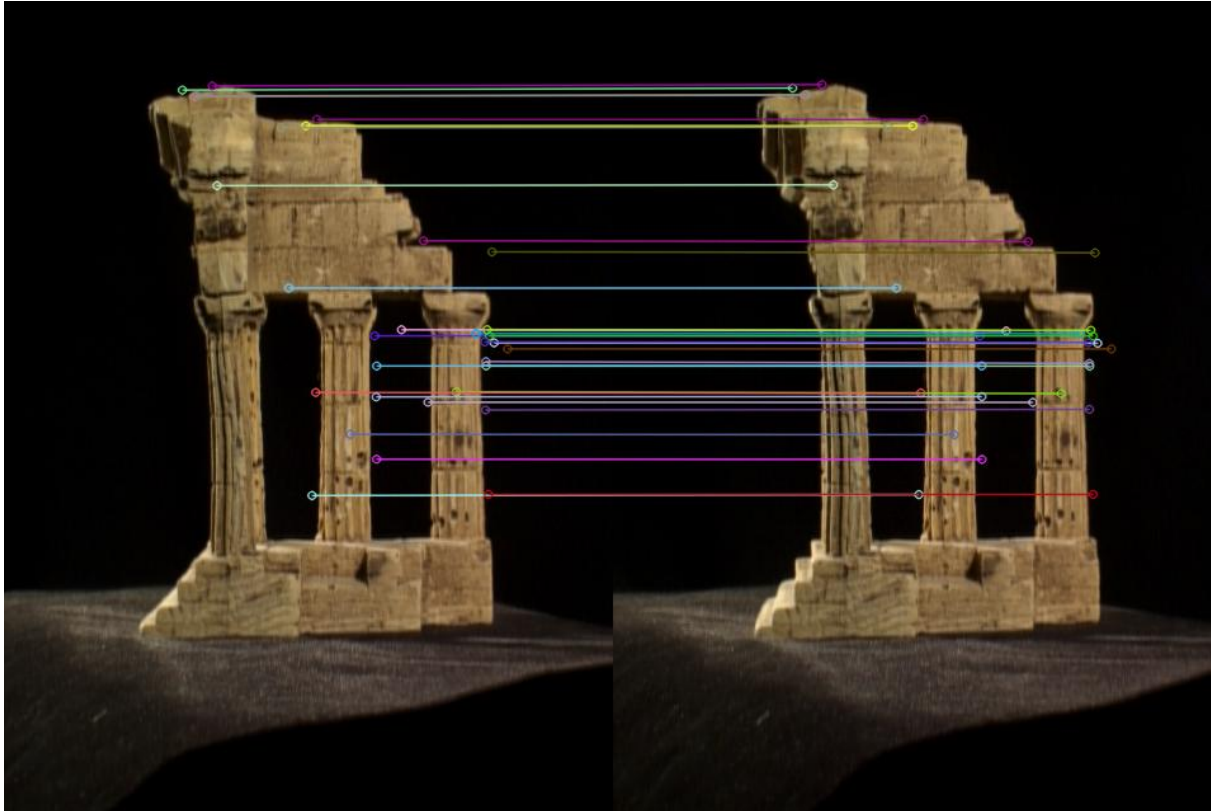
Гистограммы распределения по  $d_k$ .



Графики зависимости надежности от точности



## Эксперимент на реальных изображениях



Точность согласованной идентификации: 8803,506

Точность метода RANSAC: 12297,313

## Заключение

1. Ускорение параллельного алгоритма изменяется практически линейно. Алгоритм имеет высокую эффективность, так как вычисления на подсистемах верхнего уровня распределены равномерно.
2. Метод согласованной идентификации позволяет получать более точное решение и имеет более высокую надежность по сравнению с МНК и МНМ.
3. Метод согласованной идентификации незначительно превосходит метод RANSAC по точности и надежности. Также метод согласованной идентификации не требует задания порогового значения и числа итераций как RANSAC.