



Высокопроизводительные реализации матричного метода муравьиных колоний для параметрических задач на CPU с AVX2, GPU с CUDA и гибридных MPI+GPU кластерах

к.т.н., доцент Титов Юрий Павлович

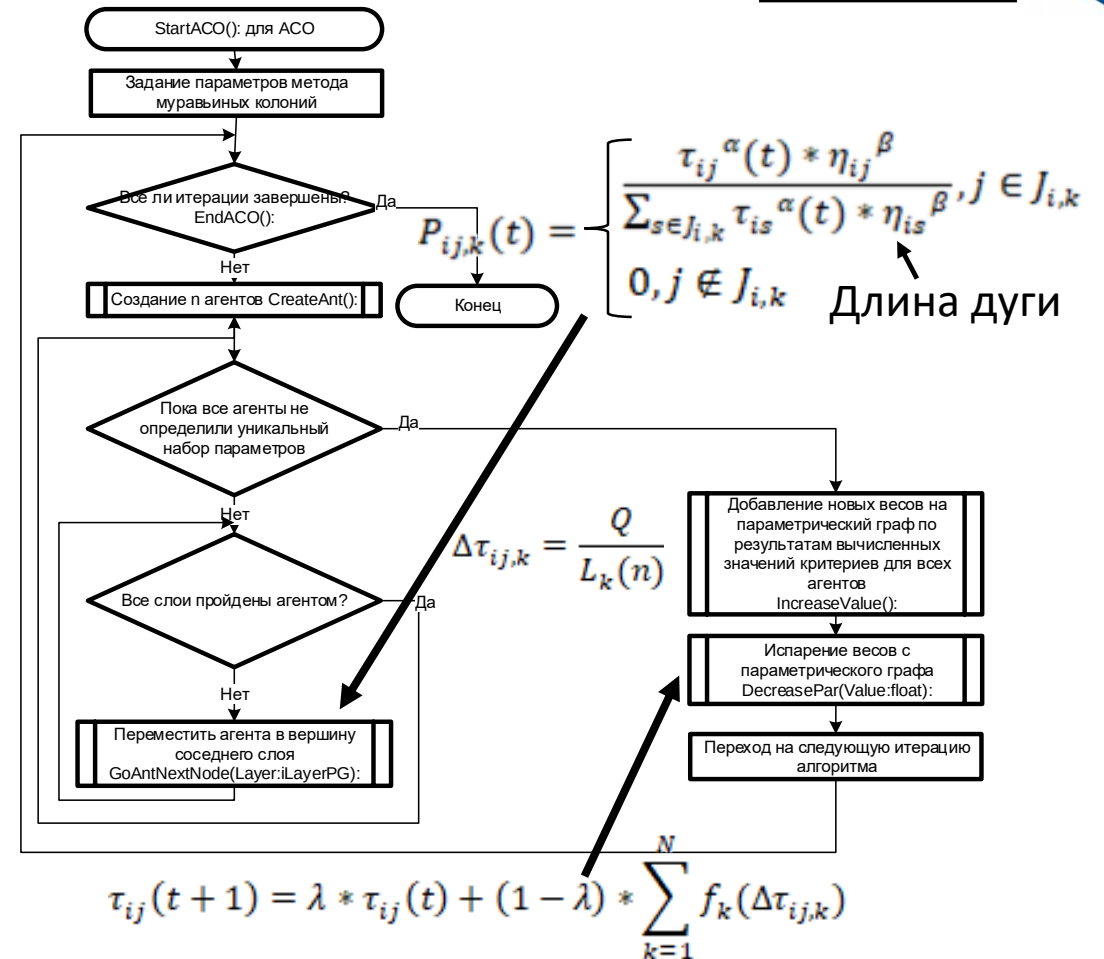
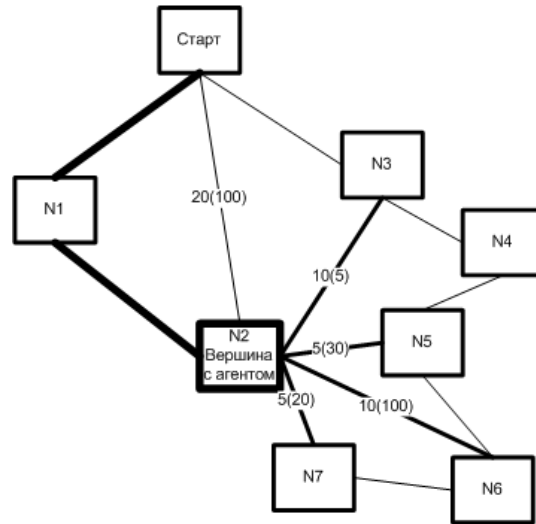
МАИ(НИУ) каф 304 "Вычислительные машины системы и сети"

kalengul@mail.ru

- Ant Algorithms (1991)
- Elitist Ant System (1991)
- ANTQ (1995)
- Ant System (1997)
- AS на основе ранга (1997)
- MAX-MIN Ant System (2000)
- Best-Worst Ant System (2002)

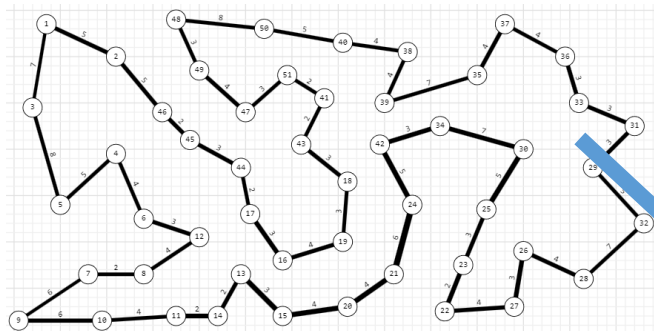
- P-ACO, Parallel ACO (2002)
- GMMAS (2009)
- распараллеливание уже существующих методов, разработанных для ACO (2011)
- ACS-GPU-SPM (2012)
- I-Roulette, DSRoulette (2013-2017)
- ACO с Xeon Phi (2014-2016)
- Параллельный ACS (2016)
- PartialACO (2017)
- ACS-GPU-Alt (2020)

- Параллелизм
- OpenMP
- SSE/AVX
- CUDA /



- 2

Параметрический граф



- Поиск пути коммивояжера

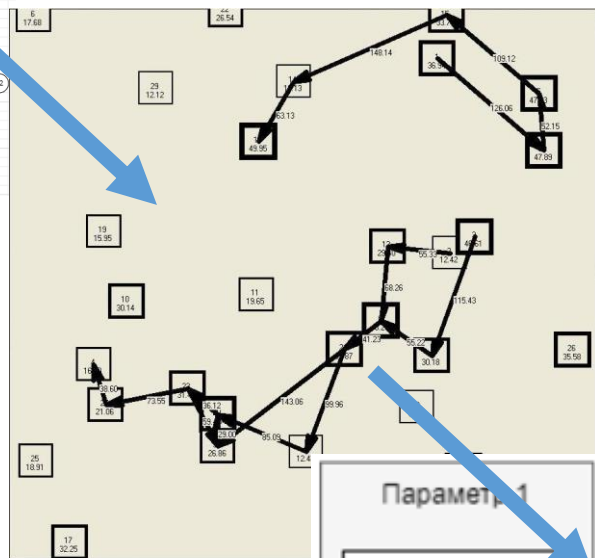


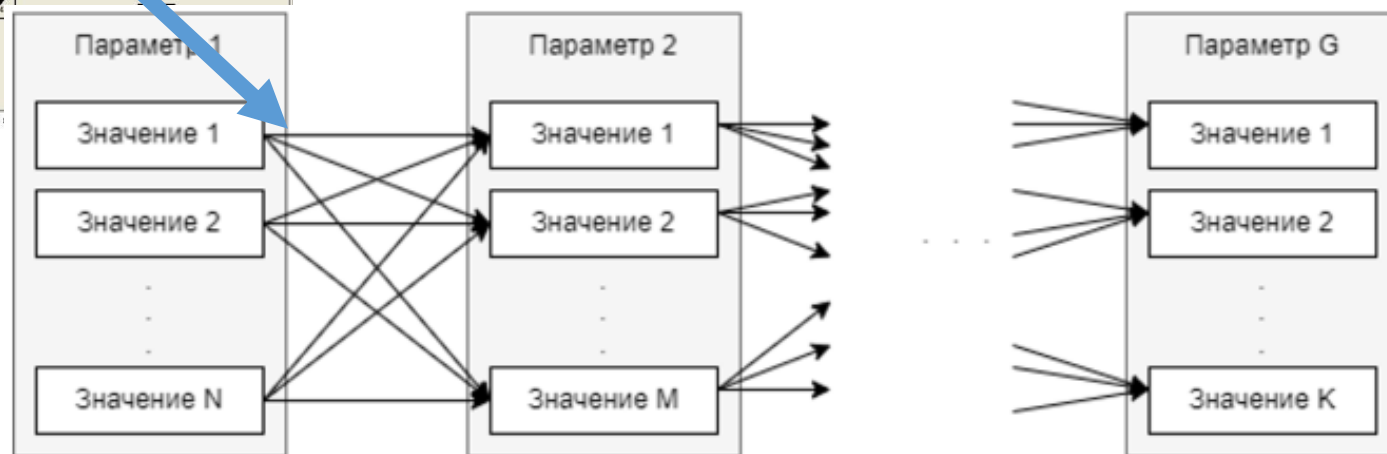
Рис 8. Маршрут трёх агентов из вершин 1, 2, 3

- Параметрическая Оптимизация

- Нет длины дуги
- Дуги не важны (граф может быть представлен матрицей)

- Другие задачи на графах

- Дуги несут иную информацию чем длина пути
- Либо есть ограничения на перемещения



Titov Yu.P., Sudakov V. A., Sypalo K. I., Nesterov V. A., Davydкина E. A. Modifications of the Ant Colonies Method for Solving a Discrete-Valued Parametric Problem // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2025. – V. 64. – N.1 – p.46–62. DOI:10.1134/S1064230725700042.

Sinitsyn I.N., Titov Yu.P. Control of Set of System Parameter Values by the Ant Colony Method // Automation and Remote Control – 2023. – Vol. 84, No. 8. – P. 893-903. DOI:10.1134/S0005117923080106.

Синицын И. Н., Титов Ю.П. Исследование алгоритмов циклического поиска дополнительных решений при оптимизации порядка следования гиперпараметров методом муравьиных колоний // Системы высокой доступности. – 2023. – Т. 19, № 1. – С. 59-73. – DOI:10.18127/j20729472-202301-05.

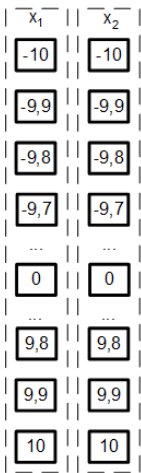


Декомпозиция параметрического графа

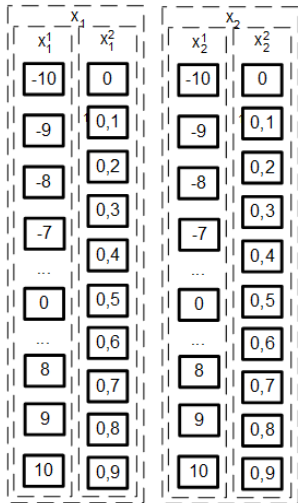


- Два параметра в диапазоне $[-10...10]$ с шагом 0,1

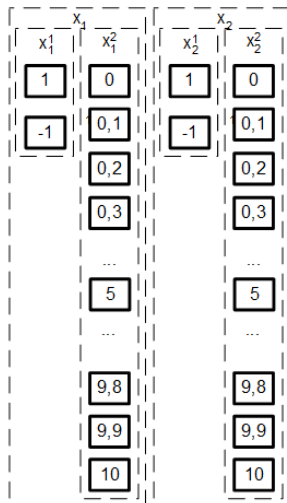
Граф А



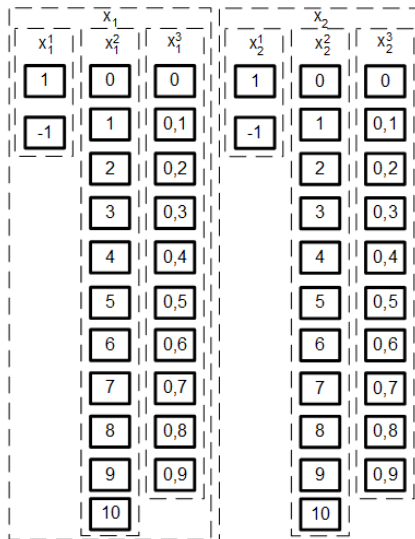
Граф В



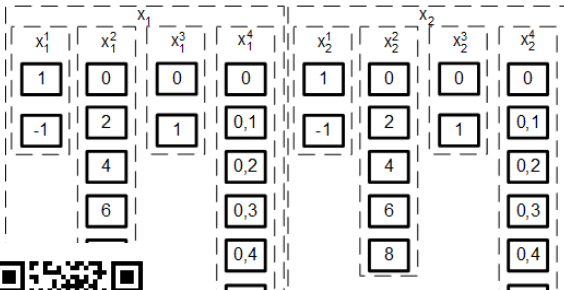
Граф С



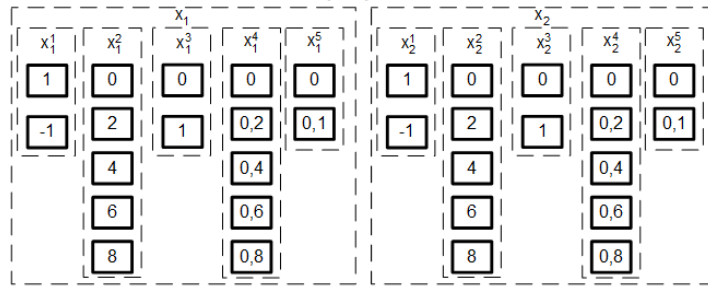
Граф D



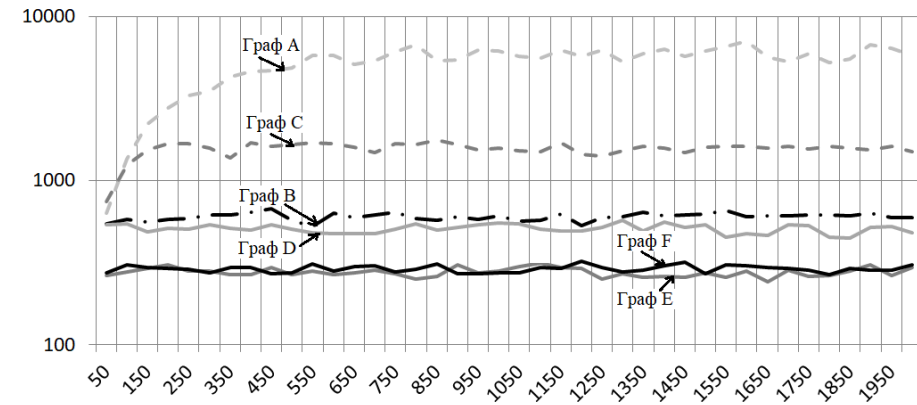
Граф Е



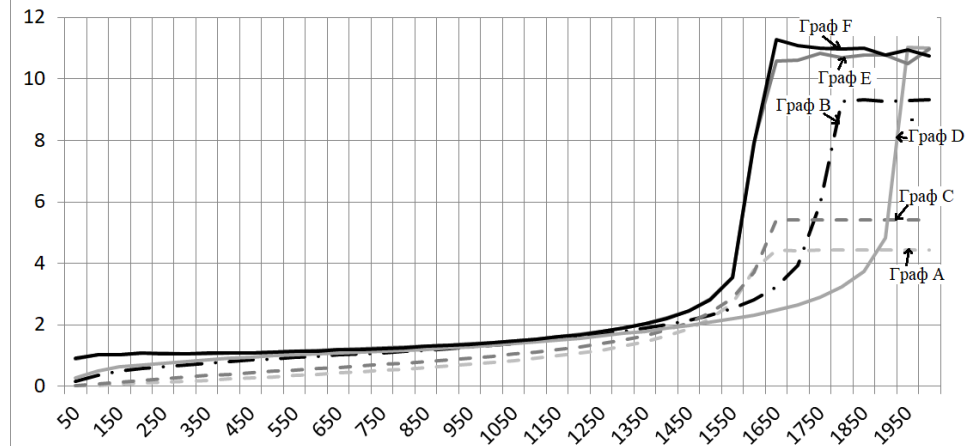
Граф F



Оценка математического ожидания номера решения, рассмотренного на вычислителе, на котором найдено оптимальное.



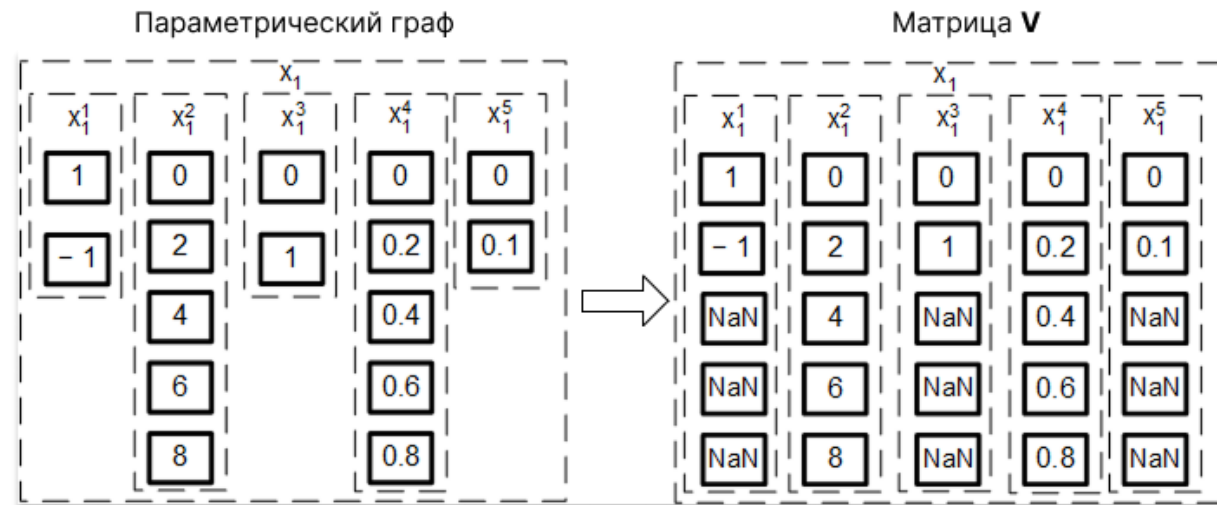
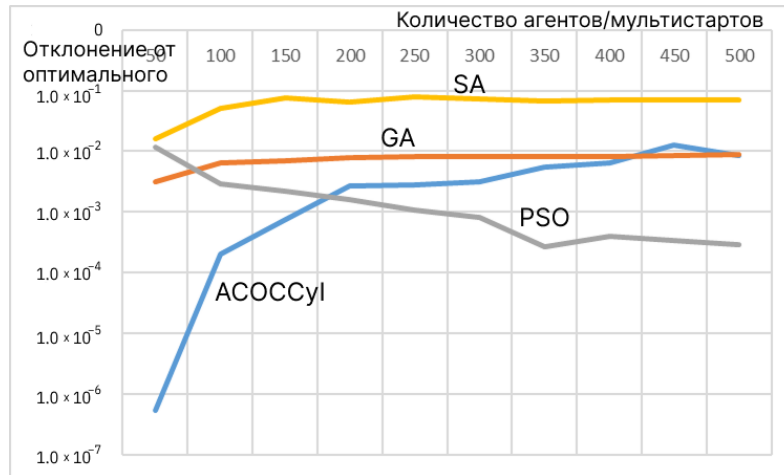
Оценка математического ожидания количества дополнительных итераций.



Параметрическая задача.

Постановка.

- Множество параметров: $\mathbf{P} = \{p_1, p_2 \dots p_i, \dots p_n\}$.
- Множество значений: $V_i \in \mathbb{N}: V_i = \{v_{1,i}, v_{2,i} \dots v_{j,i}, \dots v_{m_i,i}\}, i = \overline{1, n}; |V_i| = m_i > 0$
- Решение: $X_k = (x_{1,k}, x_{2,k} \dots x_{i,k}, \dots x_{n,k}), |X_k| = n, \forall i \exists j: (x_{i,k} = v_{j,i}) \wedge (v_{j,i} \in V_i)$
- Найденное решение отправляется на вычислитель (аналитическую или имитационную модель) $\rightarrow f(X_k)$
- Оптимальное решение $Y = \{X_1^*, X_2^*, \dots X_z^*\}$, $f(X_i^*) \in \psi, \forall i$, где ψ – область удовлетворительных значений целевой функции, обычно $f(X_i^*) \leq B$, а $\psi = (-\infty; B]$



Математическая постановка



- Вход
 - Матрица параметров $V \in \mathbb{R}^{n \times m}$
 - Матрица феромонов $T(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$
 - Матрица посещений $\Theta(t) \in \mathbb{N}^{n \times m}$
- Промежуточные данные
 - Матрица привлекательности $Z(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$
 - Матрица вероятностей $P(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$
 - Матрица кумулятивных сумм $F(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$
 - Матрица случайных чисел $R(t) \in [0,1)^{K \times n}$
 - Матрица индексов $S(t) \in \mathbb{N}^{K \times n}$
- Выход
 - Матрица решений $X(t) \in \mathbb{R}^{K \times n}$
 - Вектор значений целевой функции $Y(t) \in \mathbb{R}^K$

- $T_{norm}(t) = T(t) \oslash [T(t) \cdot I_{m \times m}]$
- $z_{i,j}(t) = \lambda_1 \tau_{i,j,norm}(t) + \frac{\lambda_2}{\theta_{i,j}(t)} + \lambda_3 \frac{\theta_{i,j}(t)}{\theta_{max,i}(t)}$
- $p_{i,j}(t) = \frac{z_{i,j}(t)}{\sum_{k=1}^m z_{i,k}(t)}$
- $F_{i,j}(t) = \sum_{k=1}^j p_{i,k}(t)$
- $s_{k,i}(t) = \min_{j \in \{1 \dots m\}} r_{k,i}(t) \leq F_{i,j}(t)$
- $x_{k,i}(t) = v_{i,s_{k,i}}(t)$
- $y_k(t) = f(X_k(t)), k = 1, \dots, K$
- $T(t+1) = \rho T(t) + \Delta T(t)$
- $\Theta(t+1) = \Theta(t) + I(t)$
- $\Delta \tau_{i,j}(t) = \sum_{k=1}^K I(t) \frac{1}{y_k(t)}$

1

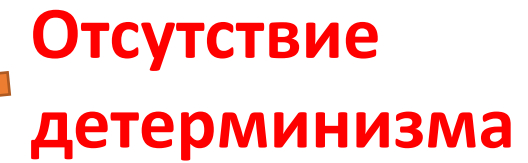
2

3

Матричный метод муравьиных колоний

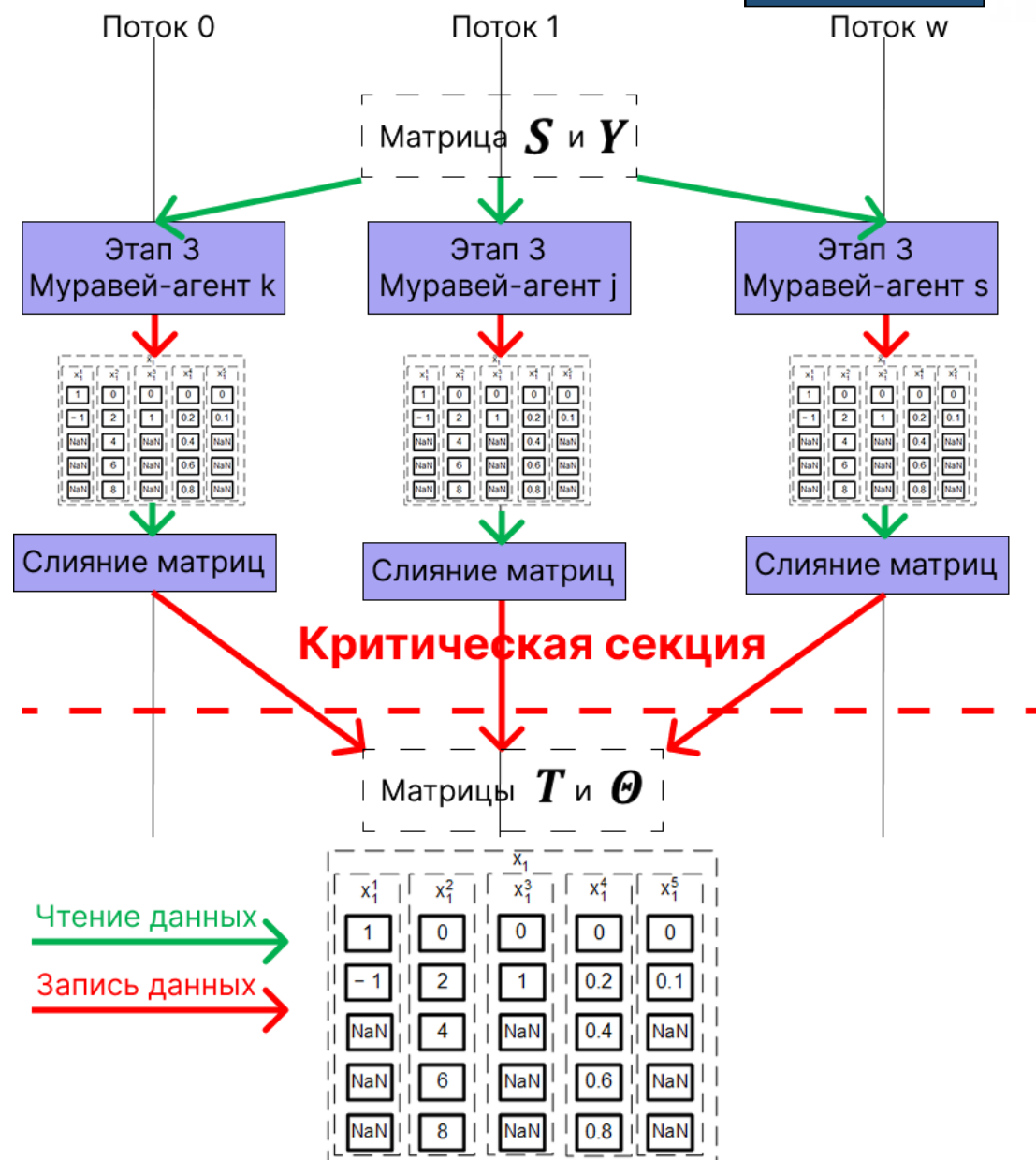
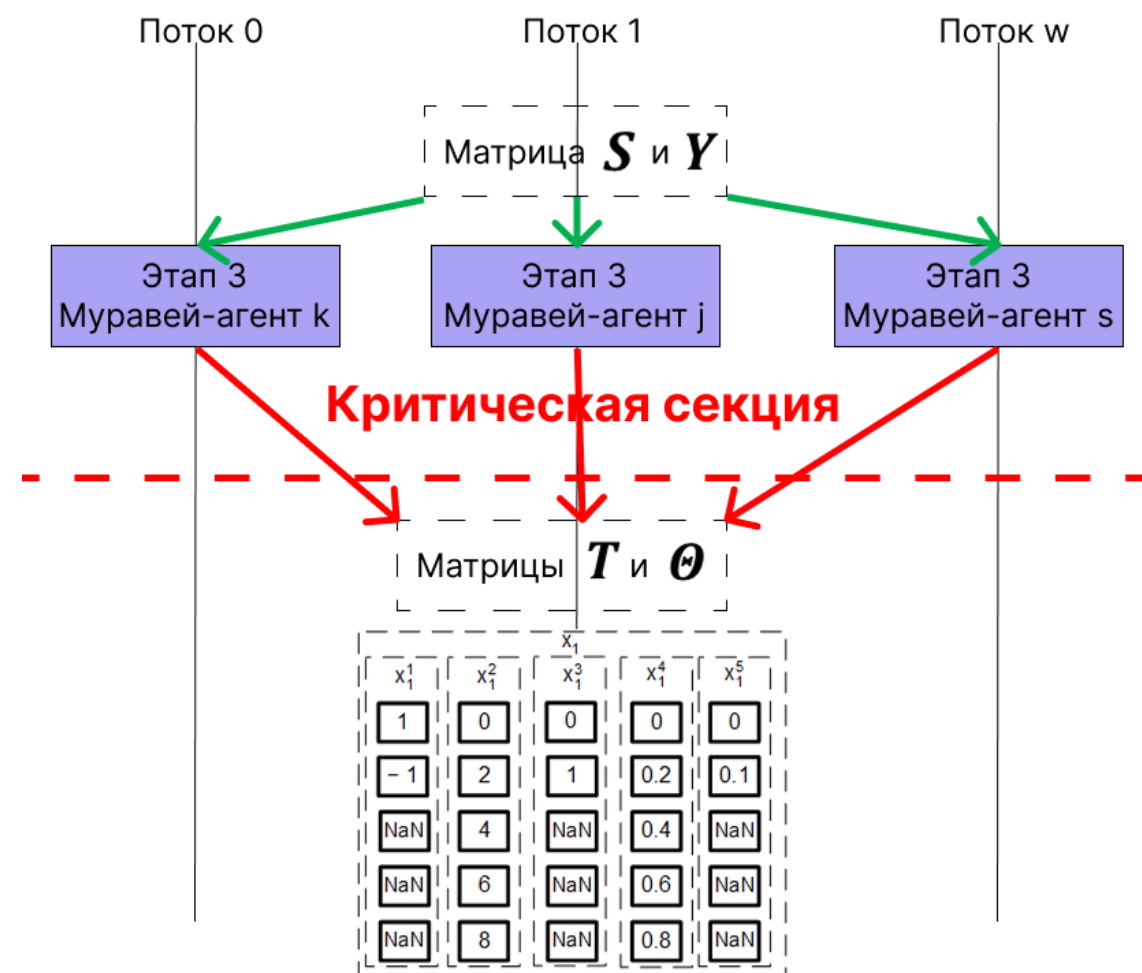


Внешние циклы – #pragma omp parallel for



Алгоритмы обработки критического блока

- Прямая запись в итоговые матрицы
- Локальное накопление для устранения конфликтов





Оценка memory-bound.

	Этап 1	Этап 2	Этап 3	Итого
Алгоритмическая сложность	$O(n \times t)$	$O(K \times n \times t)$	$O(n \times t + K \times n)$	$O(K \times n \times t)$
Количество операций	$43n$ (упр.) или $58n$ (полн.)	$K(5n + 3 + t_{search})$	$5n + 2Kn$	$48n + 7Kn + K(3 + t_{search})$
Объем памяти входных и выходных данных	Вход: $60n$ (T, Θ) Выход: $40n$ (F)	Вход: $80n$ (F, V) Выход: $8K$ (Y) $4Kn$ (S или X)	Вход: $8K$ (Y) $4Kn$ (S или X). Выход: $60n$ (T, Θ)	$100n$ (осн. матр.) $16Kn$ (агенты)
Объем дополнительной памяти	$40n$ (F , общая для всех потоков) + $56w$	$8K$ (Y , общий) + $16w$	$80wn$ (для локального накопления)	$40n + 80wn + 72w + 8K$
Характер параллелизма	Идеальный, по параметрам	По агентам, с дисбалансом	По параметрам, с редукцией	Смешанный

$$T_{compute} = T_{clock}[n(18t_+ + 15t_/_ + 10t_*) + k(n(t_{rnd} + 2t_> + 2t_+) + t_{hash} + t_+ + t_{search} + t_{add}) + 5nt_* + 2knt_+]$$

Вычислительная
мощность
алгоритма

$$\frac{48n + 7kn + k(3 + t_{search})}{140n + 16kn + 80wn + 72w}$$

w	1	2	4	8	12	16	32	64
Мин	0.399	0.375	0.334	0.275	0.234	0.203	0.133	0.079
Макс	0.443	0.443	0.443	0.443	0.443	0.443	0.443	0.442
МО	0.431	0.426	0.417	0.402	0.391	0.381	0.353	0.320

Оценка ярусно-параллельной формы



Этап	Содержание этапа	Базовый параллелизм	Агрессивный параллелизм
Этап 1	Нормализация феромонов, вычисление $\mathbf{Z}(t), \mathbf{P}(t), \mathbf{F}(t)$	$H_1 = 11m - 2$ $W_1 = n$	$H'_1 = 11m - 2$ $W'_1 = n$
Этап 2	Генерация решений K агентами по n параметрам	$H_2 = n(1 + 2 \log m) + t_{hash} + t_{search} + t_{add}$ $W_2 = K$	$H'_2 = 1 + 2 \log m + t'_{search}$ $W'_2 = nK$
Этап 3	Обновление $\mathbf{T}(t + 1)$ и $\mathbf{\Theta}(t + 1)$	$H_3 = 2n$ $W_3 = K$	$H'_3 = 2$ $W'_3 = nK$
Итоговая ЯПФ (одна итерация)	Последовательное выполнение этапов 1→2→3	H $= (11m - 2) + n(1 + 2 \log m) + t_{hash} + t_{search} + t_{add} + 2n$ $W = \max(n, K)$	H' $= (11m - 2) + (1 + 2 \log m) + t'_{search} + 2$ $W' = nK$

Предельное алгоритмическое ускорение

Алгоритмическая эффективность

Алгоритмическая стоимость

Накладные расходы

Алгоритмическая избыточность

$$\frac{O(K \cdot n \cdot m)}{55 + 7n + t_{search}} \approx \frac{O(K \cdot n \cdot m)}{O(n)} \approx K$$
$$K / n$$
$$n(55 + 7n + t_{search})$$
$$w / K$$
$$1 \text{ (для CPU)}$$



Компиляторы



Характеристика	GCC 14.1.0 (MinGW-w64)	Clang 21.1.4 (LLVM. GNU ABI)	Clang 21.1.4 (LLVM. MSVC ABI)	MSVC 19.35 (Visual Studio 2022)
Команда	g++ -std=c++17 - fopenmp -O3 - mavx2 -mfma - march=native	clang++ -target x86_64-pc- windows-gnu -fopenmp -lomp -O3 -mavx2 -mfma - march=native	clang++ -target x86_64-pc- windows-msvc -fopenmp - lomp -O3 -mavx2 -mfma - march=native	cl /std:c++17 /openmp /O2 /arch:AVX2 /fp:fast /Qpar /Fe:
Рантайм OpenMP	libgomp (GNU)	libomp (LLVM)	libomp (LLVM)	vcomp (Microsoft)
Стандартная библиотека	libstdc++ (GNU)	libstdc++ (GNU)	MSVC STL (Microsoft)	MSVC STL (Microsoft)
ABI	Itanium C++ ABI (GNU)	Itanium C++ ABI (GNU)	Microsoft C++ ABI	Microsoft C++ ABI

- При объявлении функций используется ключевое слово **__restrict**, гарантирующее компилятору, что данные не перекрываются в памяти.
- Все основные вычислительные функции объявлены с ключевым словом **noexcept**, что исключает инфраструктуру обработки исключений.
- Раскрытие циклов по 5 итераций **#pragma unroll**
- Используется директива **nowait** для Этапа 3

Применение различных компиляторов.



Измеряется время (в мс) на один слой для графа из 86016 слоев. Меньше – Лучше.

	Intel i5-8300H 4 ядра 8 логических потоков.							
Компилятор	1	2	3	4	5	6	7	8
clang MSVC	2,98	1,90	2,15	2,48	2,21	2,34	2,59	2,77
cl(MSVC)	3,22	1,97	2,04	2,33	2,30	2,32	2,48	2,68
gcc	3,88	2,22	2,10	2,28	2,25	2,34	2,63	2,70
clang GNU	20,42	10,53	7,68	6,43	5,70	5,15	4,81	4,60

Clang 21.1.4 (LLVM),
GCC 14.1.0 (GNU),
MSVC 19.35 (Microsoft)

	Intel i5-12450H 8 ядер 12 логических потоков.											
Компилятор	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
clang MSVC	3,51	1,66	0,99	0,87	0,90	0,89	0,88	0,86	0,84	0,84	0,92	1,02
cl(MSVC)	4,64	2,23	1,34	1,16	1,31	1,34	1,28	1,20	1,15	1,11	1,12	1,15
gcc	4,37	2,14	1,27	1,08	1,09	1,06	1,05	1,02	0,99	0,97	0,96	1,08
clang GNU	15,84	7,88	5,36	4,16	4,43	4,04	3,70	3,40	3,19	3,00	2,86	2,77

	AMD Ryzen 5 9600X 6 ядер 12 логических потоков (Astra Linux)											
Компилятор	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
gcc	0,85	0,58	0,48	0,44	0,42	0,42	0,45	0,43	0,41	0,41	0,42	0,41
clang	0,86	0,58	0,48	0,44	0,43	0,42	0,46	0,43	0,41	0,41	0,42	0,41

-
- ```
graph TD
 P[Процессор] --> VA[Виртуальный адрес]
 VA --> TLB[TLB]
 VA --> MP[Механизм поиска в таблицах страниц]
 TLB --> PPA[Физ. адрес страницы]
 MP --> PPA
 MP --> PPT[Физ. адрес таблицы]
 PPT --> TP[Таблица страниц]
 TP --> PPA
 PPA -- Смещение в странице --> FP[Физическая память]
```

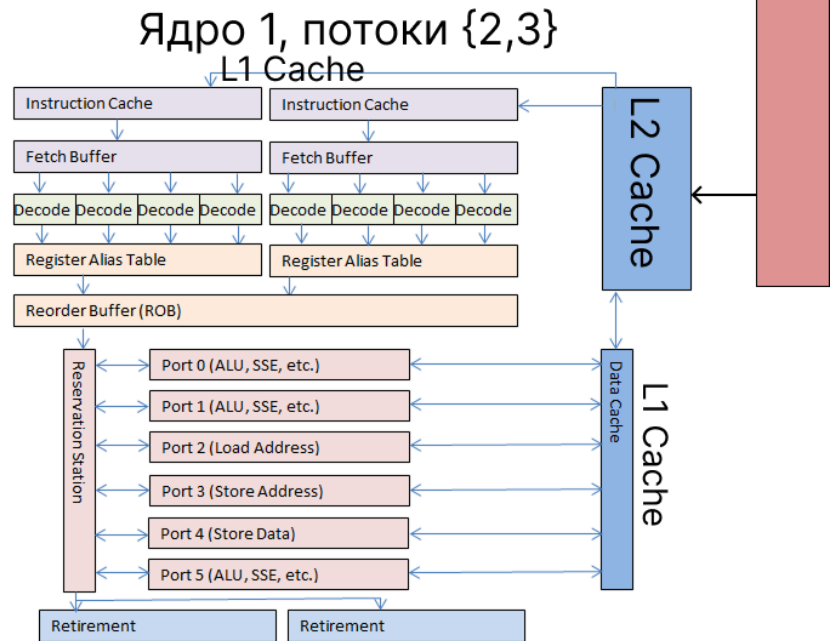
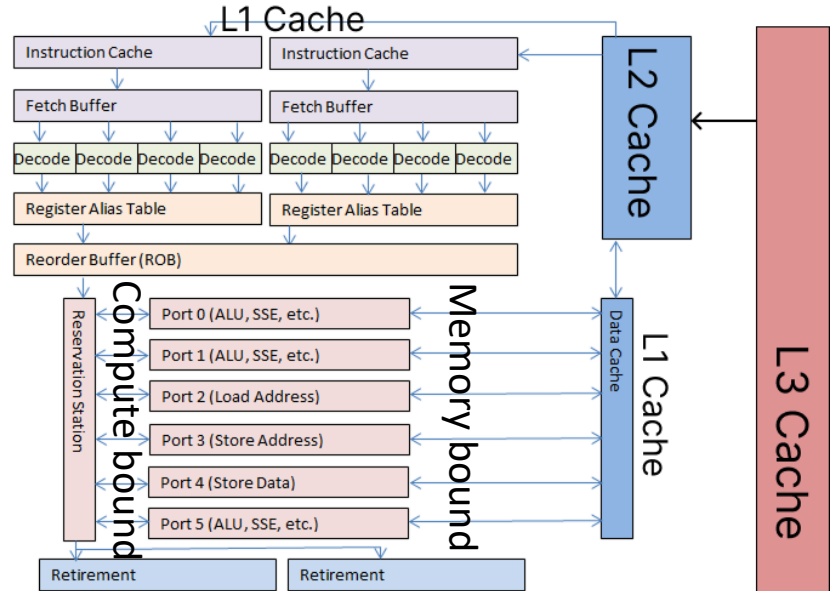
- Время (в мс.) на один слой. Меньше – лучше.

| Intel i5-8300H 4 ядра 8 логических потоков. (8ГБ RAM) Оптимальный алг. |       |       |       |      |      |      |      |  |
|------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|--|
| 1                                                                      | 2     | 3     | 4     | 5    | 6    | 7    | 8    |  |
| 1,51                                                                   | 0,85  | 0,65  | 0,56  | 0,59 | 0,55 | 0,54 | 0,55 |  |
| 1,54                                                                   | 0,91  | 0,71  | 0,62  | 0,75 | 0,68 | 0,64 | 0,62 |  |
| 1,72                                                                   | 0,95  | 0,72  | 0,63  | 0,74 | 0,68 | 0,63 | 0,62 |  |
| 1,71                                                                   | 0,93  | 0,71  | 0,62  | 0,75 | 0,68 | 0,64 | 0,62 |  |
| 1,76                                                                   | 0,96  | 0,72  | 0,64  | 0,76 | 0,70 | 0,65 | 0,62 |  |
| 1,78                                                                   | 0,97  | 0,74  | 0,65  | 0,76 | 0,70 | 0,65 | 0,64 |  |
| 24,54                                                                  | 14,12 | 11,90 | 10,61 | 9,78 | 9,16 | 9,05 | 8,42 |  |

Ядра: 8  
Логических процессоров: 12  
Ядро 0, потоки {0,1}

# Кэш-резидентность

Кэш L1: 704 КБ  
Кэш L2: 7,0 МБ  
Кэш L3: 12,0 МБ



| Этап                 | Ограничение                                  | $V_{L2} = 256\text{Кб}$ |                        | $V_{L2} = 896\text{Кб}$ | $V_{L2} = 1024\text{Кб}$ |          |          |
|----------------------|----------------------------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------|----------|----------|
|                      |                                              | $w = 4$                 | $w = 6$                | $w = 8$                 | $w = 6$                  | $w = 12$ | $w = 16$ |
| Этап 1 (полный)      | $n_1^{L2} \leq \frac{wV_{L2}}{100}$          | 10485                   | 15728                  | 73400                   | 62914                    | 125829   | 167772   |
| Этап 2 (полный)      | $n_2^{L2} \leq \frac{wV_{L2}}{6224}$         | 168                     | 252                    | 1179                    | 1010                     | 2021     | 2695     |
| Этап 2 (разделяемый) | $n_2^{L2} \leq \frac{wV_{L2}}{2108}$         | 497                     | 746                    | 3481                    | 2984                     | 5969     | 7958     |
| Этап 3 (полный)      | $n_3^{L2} \leq \frac{V_{L2}}{(60 + 2108/w)}$ | 446                     | 637                    | 2836                    | 2549                     | 4449     | 5468     |
| Этап 3 (приватный)   | $n_3^{L2} \leq \frac{V_{L2}}{60}$            | 4369                    | 4369                   | 15291                   | 17476                    | 17476    | 17476    |
| Этап 3 (разделяемые) | $n_3^{L2} \leq \frac{wV_{L2}}{2108}$         | 497                     | 746                    | 3481                    | 2984                     | 5969     | 7958     |
| Этап                 | Ограничение                                  | $V_{L3} = 9\text{Мб}$   | $V_{L3} = 12\text{Мб}$ | $V_{L3} = 64\text{Мб}$  | $V_{L3} = 22\text{Мб}$   |          |          |
|                      |                                              | $w = 6$                 | $w = 12$               | $w = 24$                | $w = 32$                 |          |          |
| Этап 1 (полный)      | $n_1^{L3} \leq \frac{V_{L3}}{100}$           | 94371                   | 125829                 | 671088                  | 230686                   |          |          |
| Этап 2 (полный)      | $n_2^{L3} \leq \frac{V_{L3}}{6224}$          | 1516                    | 2021                   | 10782                   | 3706                     |          |          |
| Этап 3 (полный)      | $n_3^{L3} \leq \frac{V_{L3}}{(60w + 2108)}$  | 3823                    | 4449                   | 18914                   | 5727                     |          |          |
| Этап 3 (приватный)   | $n_3^{L2} \leq \frac{V_{L3}}{60w}$           | 26214                   | 17476                  | 46603                   | 12014                    |          |          |

# Intel VTune



- Используем специальные программы – профилировщики.

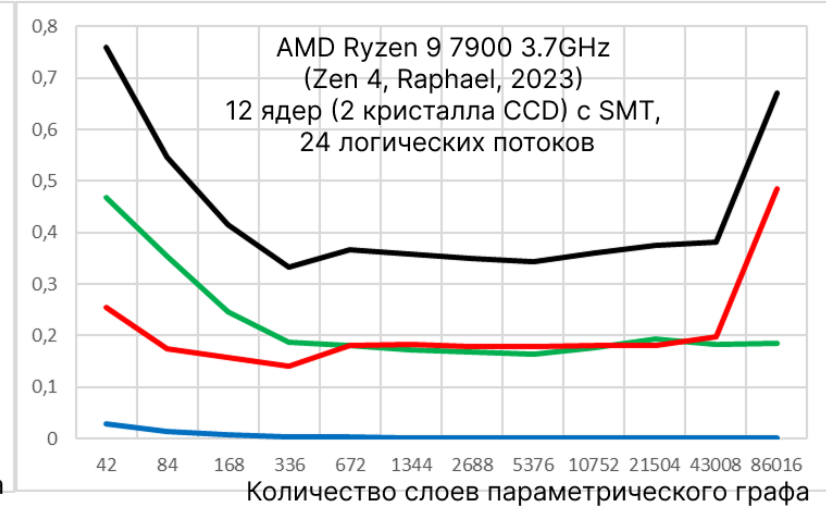
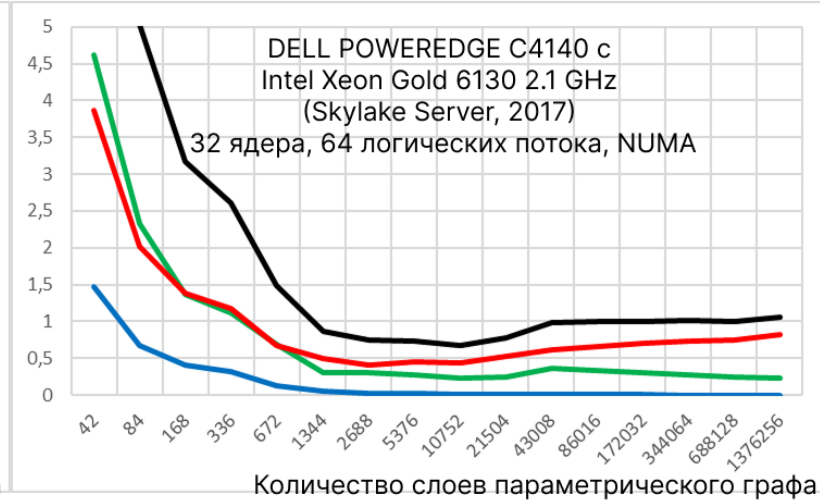
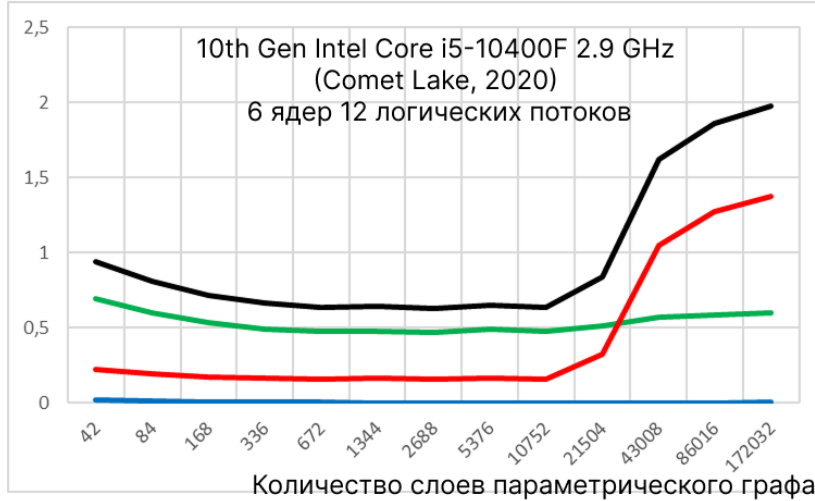
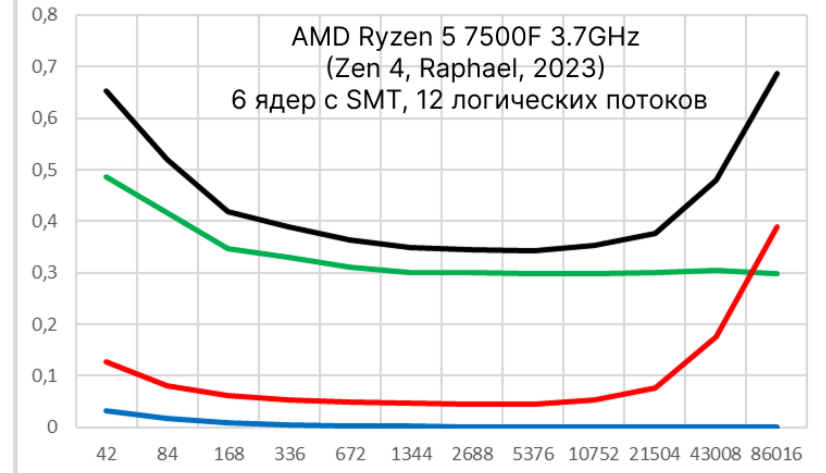
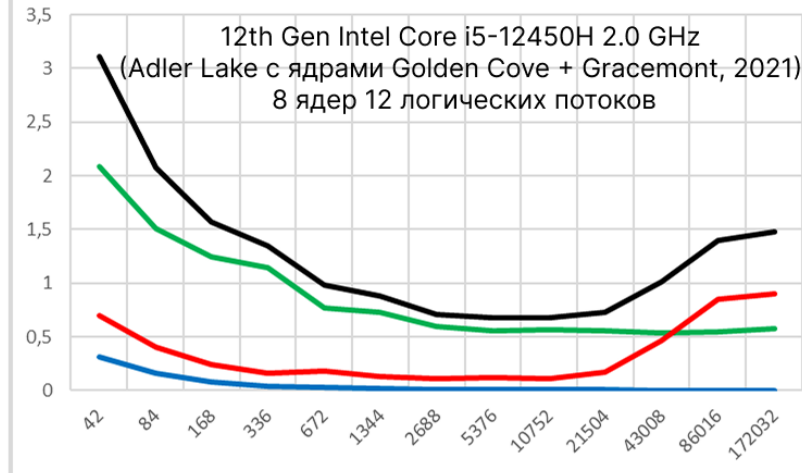
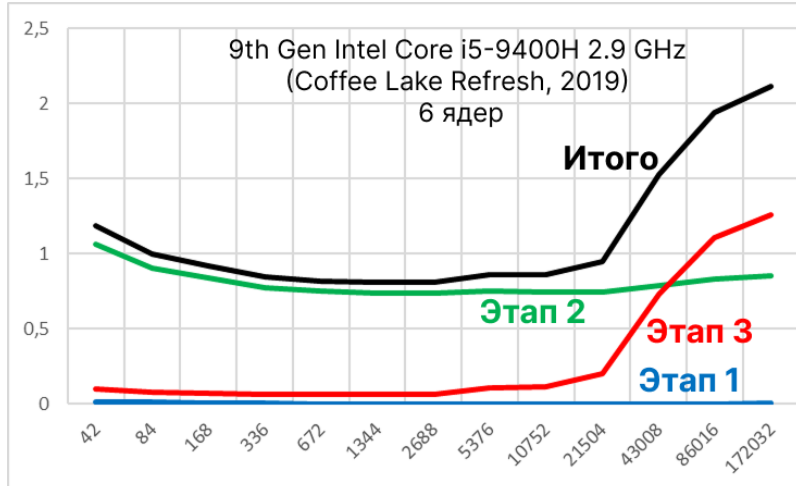
| Параметр                       | N = 10 752           | N = 21 504           | N = 43 008           | N = 86 016           |
|--------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Общие метрики                  |                      |                      |                      |                      |
| LLC Miss Count (E-core)        | 1.54×10 <sup>8</sup> | 2.36×10 <sup>9</sup> | 4.61×10 <sup>9</sup> | 6.66×10 <sup>9</sup> |
| DRAM Average (GB/sec)          | 15.022               | 19.234               | 25.862               | 30.931               |
| DRAM Time High Util (%)        | 0.2%                 | 0.2%                 | 32.2%                | 57.8%                |
| CPI Rate (Overall)             | 1.167                | 1.299                | 1.944                | 2.848                |
| Retiring (P-core / E-core avg) | ~21%                 | ~19%                 | ~13%                 | ~9%                  |
| Back-End Bound (P-core)        | 25.7%                | 32.5%                | 53.5%                | 66.6%                |
| Memory Bound (P-core, Uarch)   | 10.4%                | 17.3%                | 42.6%                | 57.4%                |
| P-core (Golden Cove)           |                      |                      |                      |                      |
| P-core L1 Bound (%)            | 9.2%                 | 6.0%                 | 0%                   | 0%                   |
| P-core L2 Bound (%)            | 2.3%                 | 0.8%                 | 0.4%                 | 0.2%                 |
| P-core L3 Bound (%)            | 2.7%                 | 7.8%                 | 9.2%                 | 9.6%                 |
| P-core DRAM Bound (%)          | 1.4%                 | 6.7%                 | 32.9%                | 49.6%                |
| P-core Store Bound (%)         | 1.8%                 | 1.6%                 | 0.8%                 | 0.5%                 |
| E-core (Gracemont)             |                      |                      |                      |                      |
| E-core L1 Bound (%)            | 0.2%                 | 0.2%                 | 0.1%                 | 0.1%                 |
| E-core L2 Bound (%)            | 1.0%                 | 0.8%                 | 1.5%                 | 1.1%                 |
| E-core L3 Bound (%)            | 2.2%                 | 0.5%                 | 0.6%                 | 0.2%                 |
| E-core Store Bound (%)         | 4.4%                 | 10.2%                | 19.5%                | 24.0%                |
| E-core Memory Subsystem Bound  | 8.9%                 | 12.7%                | 15.2%                | 17.8%                |

P-cores (Golden Cove) проектировались для быстрого исполнения одного потока: до тех пор, пока данные помещаются в L1/L2, они демонстрируют CPI около 0.9 и высокий процент Retiring. Но как только рабочий набор данных превышает емкость быстрых кэшей, P-ядра «умирают» в **ожидании DRAM** — их конвейер (Back-End) загружен на 66%, а фактические вычисления падают до 11%.

E-cores (Gracemont), напротив, нацелены на многопоточную пропускную способность, но имеют гораздо **более слабые буферы для операций записи**. Поэтому при росте числа потоков и объема модифицируемых данных (грязных строк кэша) их Store Bound достигает аномальных 24%.

В результате гетерогенная система сталкивается с двойным штрафом: мощные ядра простаивают, ожидая данные из памяти, а малые ядра простаивают, ожидая возможности записать данные в память.

# Время (в мс.), нормированное на один слой при максимальном количестве потоков



# Ускорение и эффективность Matrix ACO



| Число слоев | Ускорение. Intel i5-12450H |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|             | 1                          | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
| 42          | 1,00                       | 1,51 | 1,68 | 1,54 | 1,61 | 1,66 | 1,65 | 1,69 | 1,64 | 1,55 | 1,55 | 1,64 |
| 84          | 1,00                       | 1,69 | 2,04 | 1,79 | 1,85 | 2,01 | 2,03 | 2,21 | 2,21 | 2,20 | 2,00 | 2,11 |
| 168         | 1,00                       | 1,82 | 2,09 | 1,91 | 2,04 | 2,40 | 2,61 | 2,69 | 2,83 | 2,88 | 2,52 | 2,63 |
| 336         | 1,00                       | 1,86 | 2,19 | 2,27 | 2,19 | 2,42 | 2,76 | 3,16 | 3,26 | 3,41 | 2,84 | 2,92 |
| 672         | 1,00                       | 1,89 | 2,55 | 2,92 | 2,43 | 2,83 | 3,02 | 3,33 | 3,49 | 3,74 | 3,79 | 3,97 |
| 1344        | 1,00                       | 1,92 | 2,64 | 3,43 | 2,97 | 3,02 | 3,33 | 3,60 | 3,85 | 4,07 | 4,34 | 4,44 |
| 2688        | 1,00                       | 1,93 | 2,69 | 3,51 | 3,22 | 3,47 | 3,91 | 4,20 | 4,15 | 4,47 | 5,00 | 5,47 |
| 5376        | 1,00                       | 1,91 | 2,73 | 3,59 | 3,34 | 3,74 | 4,06 | 4,42 | 4,78 | 5,10 | 5,43 | 5,67 |
| 10752       | 1,00                       | 1,91 | 2,75 | 3,55 | 3,46 | 3,76 | 4,15 | 4,58 | 4,88 | 5,22 | 5,51 | 5,71 |
| 21504       | 1,00                       | 1,76 | 2,72 | 3,41 | 3,45 | 3,72 | 4,08 | 4,45 | 4,74 | 5,02 | 5,25 | 5,38 |
| 43008       | 1,00                       | 1,76 | 2,64 | 3,80 | 3,77 | 4,13 | 4,43 | 4,77 | 5,02 | 5,12 | 5,03 | 4,73 |
| 86016       | 1,00                       | 2,03 | 2,81 | 3,28 | 3,28 | 3,31 | 3,30 | 3,32 | 3,37 | 3,39 | 3,38 | 3,42 |
| 172032      | 1,00                       | 1,71 | 2,18 | 2,54 | 2,58 | 2,58 | 2,66 | 2,74 | 2,82 | 2,88 | 2,95 | 3,01 |

| Число слоев | Эффективность Intel i5-12450H |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|             | 1                             | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
| 42          | 1,00                          | 0,75 | 0,56 | 0,38 | 0,32 | 0,28 | 0,24 | 0,21 | 0,18 | 0,16 | 0,14 | 0,14 |
| 84          | 1,00                          | 0,84 | 0,68 | 0,45 | 0,37 | 0,34 | 0,29 | 0,28 | 0,25 | 0,22 | 0,18 | 0,18 |
| 168         | 1,00                          | 0,91 | 0,70 | 0,48 | 0,41 | 0,40 | 0,37 | 0,34 | 0,31 | 0,29 | 0,23 | 0,22 |
| 336         | 1,00                          | 0,93 | 0,73 | 0,57 | 0,44 | 0,40 | 0,39 | 0,39 | 0,36 | 0,34 | 0,26 | 0,24 |
| 672         | 1,00                          | 0,95 | 0,85 | 0,73 | 0,49 | 0,47 | 0,43 | 0,42 | 0,39 | 0,37 | 0,34 | 0,33 |
| 1344        | 1,00                          | 0,96 | 0,88 | 0,86 | 0,59 | 0,50 | 0,48 | 0,45 | 0,43 | 0,41 | 0,39 | 0,37 |
| 2688        | 1,00                          | 0,96 | 0,90 | 0,88 | 0,64 | 0,58 | 0,56 | 0,53 | 0,46 | 0,45 | 0,45 | 0,46 |
| 5376        | 1,00                          | 0,96 | 0,91 | 0,90 | 0,67 | 0,62 | 0,58 | 0,55 | 0,53 | 0,51 | 0,49 | 0,47 |
| 10752       | 1,00                          | 0,95 | 0,92 | 0,89 | 0,69 | 0,63 | 0,59 | 0,57 | 0,54 | 0,52 | 0,50 | 0,48 |
| 21504       | 1,00                          | 0,88 | 0,91 | 0,85 | 0,69 | 0,62 | 0,58 | 0,56 | 0,53 | 0,50 | 0,48 | 0,45 |
| 43008       | 1,00                          | 0,88 | 0,88 | 0,95 | 0,75 | 0,69 | 0,63 | 0,60 | 0,56 | 0,51 | 0,46 | 0,39 |
| 86016       | 1,00                          | 1,01 | 0,94 | 0,82 | 0,66 | 0,55 | 0,47 | 0,42 | 0,37 | 0,34 | 0,31 | 0,28 |
| 172032      | 1,00                          | 0,85 | 0,73 | 0,64 | 0,52 | 0,43 | 0,38 | 0,34 | 0,31 | 0,29 | 0,27 | 0,25 |

Исследовалась возможность

указать последовательность загрузки ядер CPU, но для HyperThreading и SMT результаты идентичны, а для гибридных процессоров (P-core и E-core) результаты существенно ухудшились.

# Matrix ACO + AVX2

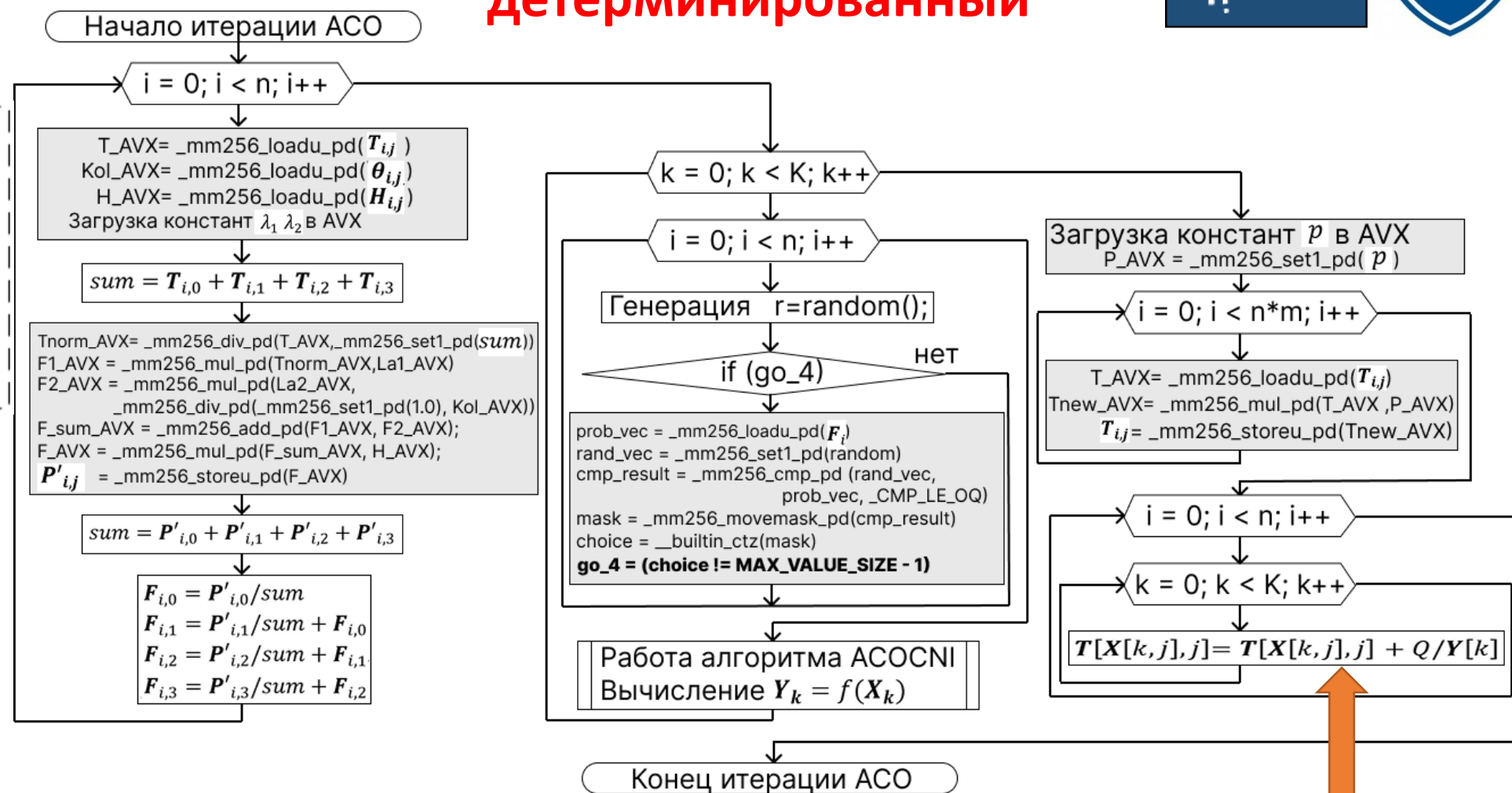
Алгоритм  
детерминированный



- Специализированный параметрический граф

| $x_1^1$ | $x_1^2$ | $x_1^3$ | $x_1^4$ | $x_1^5$ |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1       | 0       | 0       | 0       | 0       |
| -1      | 3       | 1       | 0.3     | 0.1     |
| NaN     | 6       | 2       | 0.6     | 0.2     |
| NaN     | 9       | NaN     | 0.9     | NaN     |

- Для кодирования значений 0..9 – 12 вершин
- Дополнительная проверка условия
- Меньше дополнительные буферы



Теоретическая вычислительная сложность этапа 1 -  $\mathcal{O}(n)$ , этапа 2 -  $\mathcal{O}(K * n)$ , этапа 3 -  $\mathcal{O}(n + K * n) \approx \mathcal{O}(K * n)$ .

Общая вычислительная сложность  $\mathcal{O}() = \mathcal{O}(n) + \mathcal{O}(K * n) + \mathcal{O}(K * n) \mathcal{O}() \approx \mathcal{O}(K * n)$ .

Остался Критический блок



# AVX - 512



- Два слоя на инструкцию

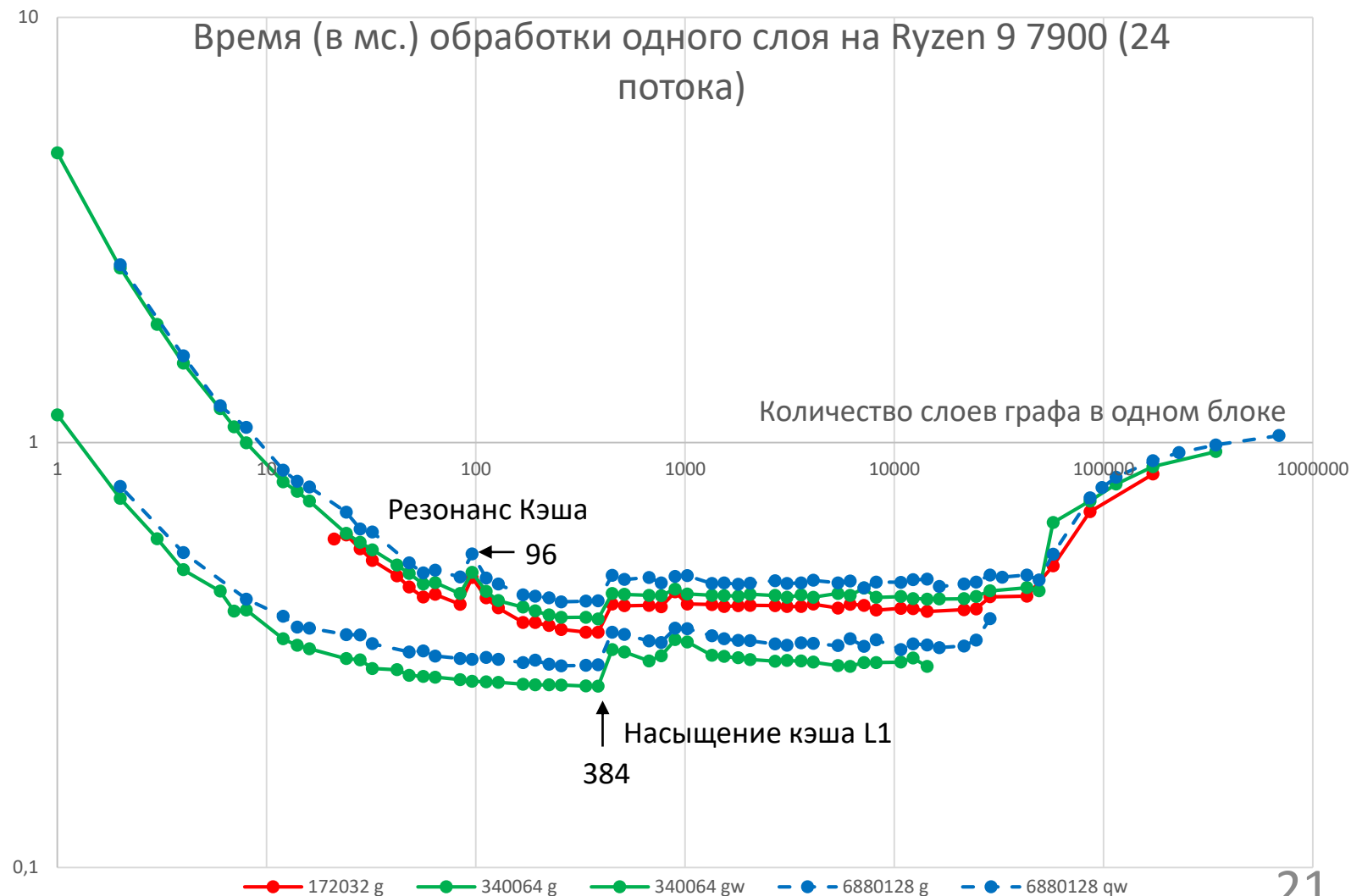
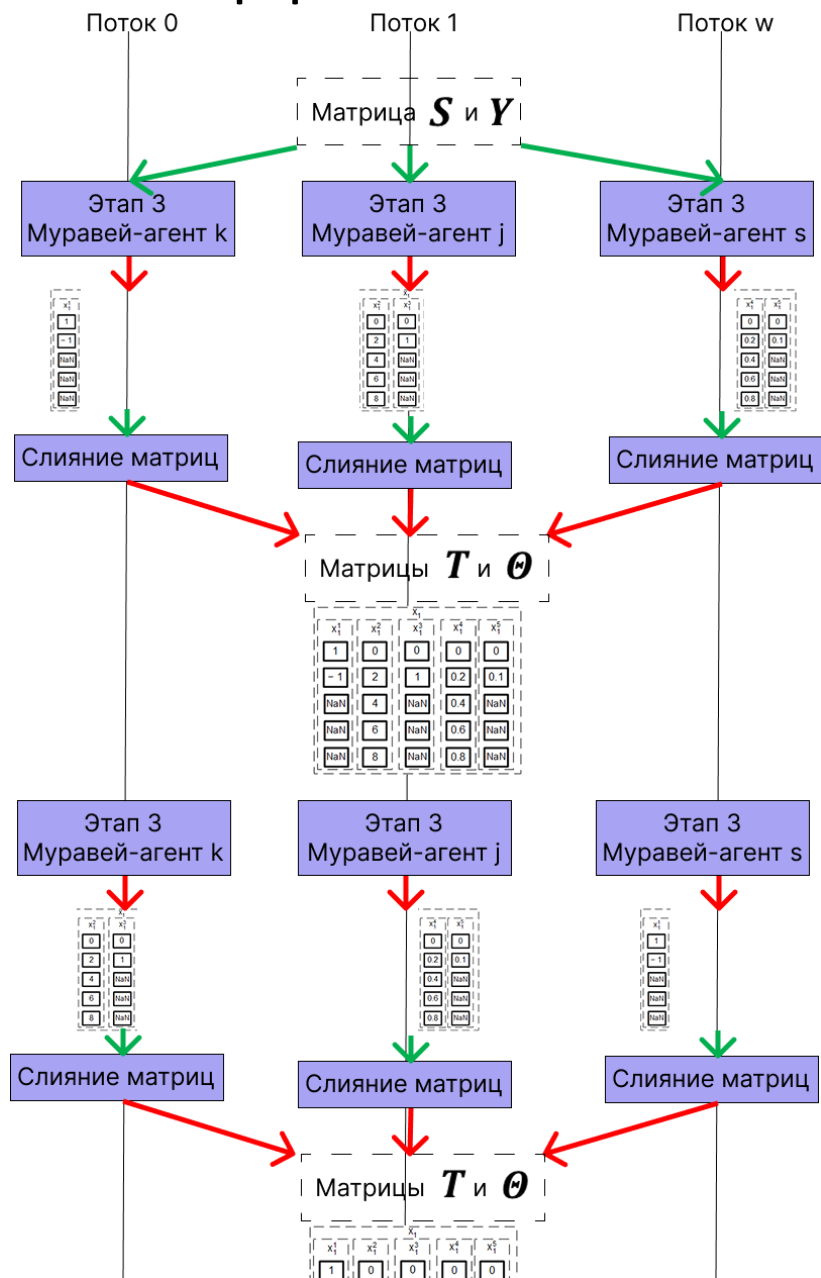
|    | 42   | 84   | 168  | 336  | 672  | 1344 | 2688 | 5376 | 10752 | 21504 | 43008 | 86016 | 2E+05 | 3E+05 | 7E+05 | 1E+06 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1  | 6,89 | 5,24 | 5,23 | 4,32 | 4,31 | 4,63 | 4,36 | 4,42 | 4,43  | 4,41  | 4,53  | 4,56  | 4,60  | 4,70  | 4,79  | 4,77  |
| 2  | 5,40 | 4,29 | 3,24 | 2,96 | 2,51 | 2,40 | 2,43 | 2,22 | 2,25  | 2,26  | 2,38  | 2,40  | 2,57  | 2,75  | 2,97  | 3,05  |
| 3  | 4,45 | 2,93 | 2,33 | 2,10 | 1,93 | 1,73 | 1,65 | 1,63 | 1,54  | 1,59  | 1,63  | 1,65  | 1,77  | 1,89  | 2,01  | 2,10  |
| 4  | 3,69 | 2,51 | 1,96 | 1,64 | 1,65 | 1,36 | 1,32 | 1,22 | 1,19  | 1,21  | 1,22  | 1,25  | 1,30  | 1,38  | 1,44  | 1,52  |
| 5  | 3,56 | 2,49 | 1,72 | 1,44 | 1,38 | 1,23 | 1,08 | 1,03 | 1,00  | 1,01  | 1,00  | 1,04  | 1,08  | 1,15  | 1,20  | 1,25  |
| 6  | 3,78 | 2,22 | 1,80 | 1,37 | 1,17 | 1,00 | 0,93 | 0,87 | 0,83  | 0,84  | 0,85  | 0,87  | 0,90  | 0,94  | 0,98  | 1,02  |
| 7  | 3,55 | 2,03 | 1,47 | 1,14 | 1,01 | 0,93 | 0,86 | 0,81 | 0,75  | 0,76  | 0,75  | 0,77  | 0,79  | 0,83  | 0,86  | 0,89  |
| 8  | 3,84 | 2,03 | 1,45 | 1,15 | 0,96 | 0,87 | 0,78 | 0,70 | 0,67  | 0,69  | 0,67  | 0,68  | 0,70  | 0,73  | 0,75  | 0,78  |
| 9  | 3,52 | 1,92 | 1,48 | 1,06 | 0,91 | 0,80 | 0,74 | 0,69 | 0,64  | 0,61  | 0,62  | 0,63  | 0,65  | 0,67  | 0,70  | 0,72  |
| 10 | 3,33 | 1,72 | 1,33 | 1,00 | 0,89 | 0,76 | 0,68 | 0,64 | 0,60  | 0,57  | 0,57  | 0,57  | 0,59  | 0,61  | 0,63  | 0,65  |
| 11 | 3,44 | 1,84 | 1,37 | 0,95 | 0,81 | 0,74 | 0,64 | 0,59 | 0,56  | 0,54  | 0,54  | 0,55  | 0,55  | 0,57  | 0,60  | 0,61  |
| 12 | 3,55 | 1,95 | 1,25 | 0,92 | 0,83 | 0,68 | 0,60 | 0,57 | 0,53  | 0,51  | 0,51  | 0,51  | 0,52  | 0,53  | 0,55  | 0,57  |
| 13 | 3,38 | 1,94 | 1,42 | 0,88 | 0,73 | 0,65 | 0,58 | 0,55 | 0,51  | 0,49  | 0,48  | 0,48  | 0,50  | 0,51  | 0,53  | 0,55  |
| 14 | 3,07 | 1,84 | 1,33 | 0,86 | 0,77 | 0,63 | 0,56 | 0,51 | 0,48  | 0,48  | 0,46  | 0,46  | 0,47  | 0,48  | 0,50  | 0,52  |
| 15 | 2,99 | 1,87 | 1,42 | 0,92 | 0,73 | 0,63 | 0,56 | 0,52 | 0,48  | 0,46  | 0,45  | 0,45  | 0,46  | 0,47  | 0,49  | 0,51  |
| 16 | 3,37 | 1,81 | 1,32 | 0,91 | 0,68 | 0,61 | 0,53 | 0,49 | 0,47  | 0,44  | 0,44  | 0,43  | 0,44  | 0,46  | 0,47  | 0,49  |
| 17 | 3,33 | 1,72 | 1,31 | 0,83 | 0,67 | 0,59 | 0,53 | 0,48 | 0,45  | 0,44  | 0,43  | 0,42  | 0,43  | 0,44  | 0,46  | 0,48  |
| 18 | 3,52 | 1,76 | 1,28 | 0,89 | 0,67 | 0,59 | 0,51 | 0,48 | 0,43  | 0,42  | 0,41  | 0,41  | 0,41  | 0,43  | 0,45  | 0,47  |
| 19 | 4,12 | 1,78 | 1,28 | 0,85 | 0,61 | 0,56 | 0,52 | 0,46 | 0,43  | 0,42  | 0,40  | 0,40  | 0,41  | 0,42  | 0,44  | 0,46  |
| 20 | 3,59 | 1,82 | 1,29 | 0,92 | 0,61 | 0,60 | 0,49 | 0,46 | 0,42  | 0,40  | 0,40  | 0,39  | 0,39  | 0,41  | 0,44  | 0,45  |
| 21 | 3,15 | 1,78 | 1,33 | 0,93 | 0,65 | 0,52 | 0,49 | 0,45 | 0,41  | 0,41  | 0,39  | 0,38  | 0,39  | 0,41  | 0,43  | 0,44  |
| 22 | 3,86 | 1,68 | 1,39 | 0,92 | 0,62 | 0,53 | 0,51 | 0,45 | 0,41  | 0,39  | 0,39  | 0,38  | 0,38  | 0,40  | 0,43  | 0,44  |
| 23 | 3,15 | 1,89 | 1,32 | 0,94 | 0,61 | 0,58 | 0,48 | 0,44 | 0,41  | 0,39  | 0,38  | 0,37  | 0,38  | 0,40  | 0,43  | 0,44  |
| 24 | 3,26 | 1,91 | 1,32 | 0,85 | 0,63 | 0,56 | 0,50 | 0,45 | 0,40  | 0,39  | 0,38  | 0,37  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| 25 | 3,63 | 1,90 | 1,39 | 0,90 | 0,62 | 0,54 | 0,48 | 0,43 | 0,40  | 0,39  | 0,38  | 0,37  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| 26 | 3,62 | 1,86 | 1,38 | 0,89 | 0,63 | 0,58 | 0,48 | 0,44 | 0,41  | 0,39  | 0,37  | 0,36  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| 27 | 3,53 | 1,99 | 1,51 | 0,91 | 0,62 | 0,51 | 0,46 | 0,45 | 0,40  | 0,38  | 0,37  | 0,36  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| 28 | 3,36 | 1,92 | 1,37 | 0,93 | 0,61 | 0,50 | 0,48 | 0,43 | 0,39  | 0,39  | 0,36  | 0,36  | 0,36  | 0,39  | 0,42  | 0,43  |
| 29 | 3,35 | 1,87 | 1,47 | 0,91 | 0,62 | 0,53 | 0,49 | 0,43 | 0,39  | 0,38  | 0,37  | 0,36  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| 30 | 3,72 | 1,96 | 1,45 | 0,94 | 0,63 | 0,54 | 0,48 | 0,43 | 0,38  | 0,38  | 0,36  | 0,36  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| 31 | 3,73 | 1,96 | 1,52 | 0,89 | 0,64 | 0,53 | 0,50 | 0,42 | 0,40  | 0,38  | 0,37  | 0,36  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| 32 | 3,67 | 2,00 | 1,42 | 0,91 | 0,69 | 0,54 | 0,47 | 0,42 | 0,40  | 0,37  | 0,36  | 0,36  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |

|    | 42   | 84   | 168  | 336  | 672  | 1344 | 2688 | 5376 | 10752 | 21504 | 43008 | 86016 | 2E+05 | 3E+05 | 7E+05 | 1E+06 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1  | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 1     | 1     | 1     | 1     | 1     |
| 2  | 0,64 | 0,61 | 0,81 | 0,73 | 0,86 | 0,97 | 0,90 | 0,99 | 0,99  | 0,97  | 0,95  | 0,95  | 0,89  | 0,85  | 0,80  | 0,78  |
| 3  | 0,52 | 0,60 | 0,75 | 0,69 | 0,74 | 0,89 | 0,88 | 0,90 | 0,96  | 0,92  | 0,93  | 0,92  | 0,87  | 0,83  | 0,79  | 0,76  |
| 4  | 0,47 | 0,52 | 0,67 | 0,66 | 0,65 | 0,85 | 0,83 | 0,90 | 0,93  | 0,91  | 0,93  | 0,91  | 0,88  | 0,85  | 0,83  | 0,78  |
| 5  | 0,39 | 0,42 | 0,61 | 0,60 | 0,63 | 0,75 | 0,81 | 0,86 | 0,88  | 0,87  | 0,90  | 0,88  | 0,85  | 0,82  | 0,80  | 0,76  |
| 6  | 0,30 | 0,39 | 0,48 | 0,52 | 0,61 | 0,77 | 0,78 | 0,84 | 0,88  | 0,88  | 0,89  | 0,87  | 0,85  | 0,83  | 0,82  | 0,78  |
| 7  | 0,28 | 0,37 | 0,51 | 0,54 | 0,61 | 0,71 | 0,72 | 0,78 | 0,85  | 0,83  | 0,86  | 0,85  | 0,83  | 0,81  | 0,80  | 0,77  |
| 8  | 0,22 | 0,32 | 0,45 | 0,47 | 0,56 | 0,66 | 0,70 | 0,79 | 0,82  | 0,80  | 0,85  | 0,84  | 0,83  | 0,81  | 0,79  | 0,76  |
| 9  | 0,22 | 0,30 | 0,39 | 0,46 | 0,52 | 0,65 | 0,66 | 0,71 | 0,77  | 0,80  | 0,81  | 0,80  | 0,79  | 0,78  | 0,76  | 0,74  |
| 10 | 0,21 | 0,31 | 0,39 | 0,43 | 0,48 | 0,61 | 0,64 | 0,69 | 0,74  | 0,77  | 0,79  | 0,80  | 0,78  | 0,77  | 0,76  | 0,73  |
| 11 | 0,18 | 0,26 | 0,35 | 0,41 | 0,48 | 0,57 | 0,62 | 0,68 | 0,71  | 0,74  | 0,76  | 0,76  | 0,75  | 0,75  | 0,73  | 0,71  |
| 12 | 0,16 | 0,22 | 0,35 | 0,39 | 0,43 | 0,57 | 0,60 | 0,65 | 0,70  | 0,72  | 0,74  | 0,75  | 0,74  | 0,74  | 0,72  | 0,69  |
| 13 | 0,16 | 0,21 | 0,28 | 0,38 | 0,46 | 0,55 | 0,58 | 0,62 | 0,67  | 0,70  | 0,72  | 0,73  | 0,71  | 0,71  | 0,70  | 0,67  |
| 14 | 0,16 | 0,20 | 0,28 | 0,36 | 0,40 | 0,52 | 0,55 | 0,61 | 0,66  | 0,66  | 0,70  | 0,70  | 0,69  | 0,70  | 0,68  | 0,65  |
| 15 | 0,15 | 0,19 | 0,25 | 0,31 | 0,39 | 0,49 | 0,52 | 0,57 | 0,62  | 0,64  | 0,67  | 0,67  | 0,67  | 0,67  | 0,65  | 0,62  |
| 16 | 0,13 | 0,18 | 0,25 | 0,30 | 0,40 | 0,48 | 0,52 | 0,57 | 0,59  | 0,62  | 0,64  | 0,66  | 0,66  | 0,64  | 0,63  | 0,60  |
| 17 | 0,12 | 0,18 | 0,24 | 0,31 | 0,38 | 0,46 | 0,48 | 0,54 | 0,58  | 0,59  | 0,62  | 0,63  | 0,63  | 0,62  | 0,61  | 0,58  |
| 18 | 0,11 | 0,17 | 0,23 | 0,27 | 0,36 | 0,44 | 0,47 | 0,51 | 0,57  | 0,58  | 0,61  | 0,62  | 0,62  | 0,61  | 0,59  | 0,56  |
| 19 | 0,09 | 0,16 | 0,21 | 0,27 | 0,37 | 0,44 | 0,44 | 0,51 | 0,54  | 0,55  | 0,59  | 0,60  | 0,60  | 0,59  | 0,57  | 0,54  |
| 20 | 0,10 | 0,14 | 0,20 | 0,24 | 0,35 | 0,39 | 0,45 | 0,48 | 0,53  | 0,55  | 0,57  | 0,59  | 0,59  | 0,57  | 0,55  | 0,53  |
| 21 | 0,10 | 0,14 | 0,19 | 0,22 | 0,31 | 0,43 | 0,43 | 0,47 | 0,51  | 0,52  | 0,55  | 0,57  | 0,57  | 0,55  | 0,53  | 0,51  |
| 22 | 0,08 | 0,14 | 0,17 | 0,21 | 0,32 | 0,40 | 0,39 | 0,45 | 0,49  | 0,51  | 0,53  | 0,55  | 0,55  | 0,53  | 0,51  | 0,49  |
| 23 | 0,10 | 0,12 | 0,17 | 0,20 | 0,31 | 0,35 | 0,39 | 0,43 | 0,47  | 0,49  | 0,51  | 0,54  | 0,53  | 0,52  | 0,49  | 0,47  |
| 24 | 0,09 | 0,11 | 0,16 | 0,21 | 0,29 | 0,34 | 0,37 | 0,41 | 0,46  | 0,47  | 0,50  | 0,51  | 0,52  | 0,50  | 0,47  | 0,46  |
| 25 | 0,08 | 0,11 | 0,15 | 0,19 | 0,28 | 0,34 | 0,37 | 0,41 | 0,44  | 0,46  | 0,48  | 0,50  | 0,49  | 0,48  | 0,45  | 0,44  |
| 26 | 0,07 | 0,11 | 0,15 | 0,19 | 0,26 | 0,31 | 0,35 | 0,39 | 0,42  | 0,44  | 0,47  | 0,48  | 0,48  | 0,46  | 0,43  | 0,42  |
| 27 | 0,07 | 0,10 | 0,13 | 0,18 | 0,26 | 0,34 | 0,35 | 0,37 | 0,41  | 0,43  | 0,45  | 0,47  | 0,46  | 0,45  | 0,42  | 0,41  |
| 28 | 0,07 | 0,10 | 0,14 | 0,17 | 0,25 | 0,33 | 0,32 | 0,37 | 0,40  | 0,41  | 0,44  | 0,46  | 0,45  | 0,43  | 0,41  | 0,39  |
| 29 | 0,07 | 0,10 | 0,12 | 0,16 | 0,24 | 0,30 | 0,31 | 0,35 | 0,39  | 0,40  | 0,42  | 0,44  | 0,43  | 0,42  | 0,39  | 0,38  |
| 30 | 0,06 | 0,09 | 0,12 | 0,15 | 0,23 | 0,28 | 0,30 | 0,34 | 0,39  | 0,39  | 0,42  | 0,43  | 0,42  | 0,40  | 0,38  | 0,37  |
| 31 | 0,06 | 0,09 | 0,11 | 0,16 | 0,22 | 0,28 | 0,28 | 0,34 | 0,36  | 0,37  | 0,40  | 0,41  | 0,40  | 0,39  | 0,36  | 0,35  |
| 32 | 0,06 | 0,08 | 0,11 | 0,15 | 0,20 | 0,27 | 0,29 | 0,33 | 0,35  | 0,37  | 0,39  | 0,40  | 0,39  | 0,38  | 0,35  | 0,34  |

# Разделение на блоки



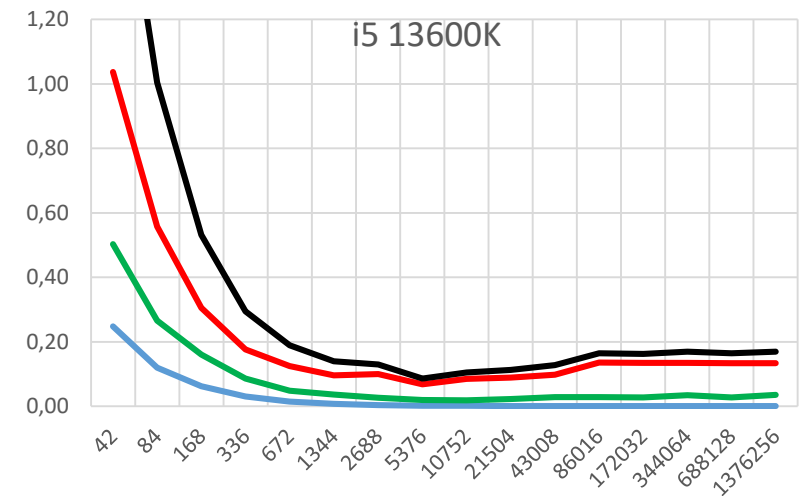
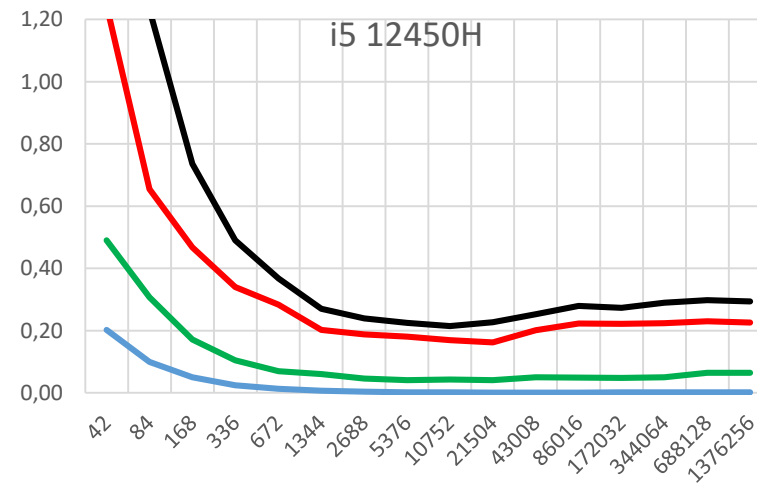
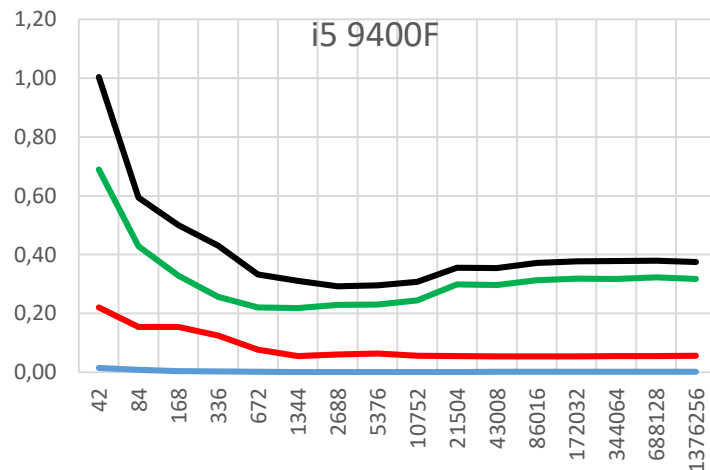
- Матрицы, которые не помещаются в кэш обрабатываем по частям (блоками)



# Размер блока



| Класс процессора            | L2/ядро       | L3         | Размер блока генерации решений | Размер блока обновления состояния |
|-----------------------------|---------------|------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| Классические Intel 6–10 gen | 256 КБ        | 8–16 МБ    | 3584                           | 1792                              |
| Классические Intel 11 gen   | 512 КБ        | 12–16 МБ   | 4096                           | 2048                              |
| Гибридные Intel 12–14 gen   | 1.25–2 МБ (P) | 24–36 МБ   | 12288                          | 256                               |
| AMD Zen 3                   | 512 КБ        | 32–64 МБ   | 6144                           | 128                               |
| AMD Zen 4                   | 1 МБ          | 32–64 МБ   | 12288                          | 128                               |
| AMD Zen 4 X3D               | 1 МБ          | 96–128 МБ  | 12288                          | 84                                |
| Intel Xeon Scalable         | 1–1.25 МБ     | 27–60 МБ   | 24576                          | 256                               |
| AMD EPYC                    | 512 КБ – 1 МБ | 256–384 МБ | 24576                          | 64                                |





| Процессор            |                                         | Количество слоев параметрического графа |       |       |       |       |        |        |        |         |
|----------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|
|                      |                                         | 42                                      | 84    | 168   | 336   | 672   | 1344   |        |        |         |
| Intel i5 8300H       | L3-8, L2-1(256K), L1-256K(64K)          | 0,91                                    | 0,58  | 0,45  | 0,39  | 0,37  | 0,34   |        |        |         |
| Intel i5 9400F       | L3-9, L2-1,5(256K), L1-384K(32K)        | 1,00                                    | 0,59  | 0,50  | 0,43  | 0,33  | 0,33   |        |        |         |
| Intel i5 10400F      | L3-12, L2-1,5(256K), L1-384K(32K)       | 0,53                                    | 0,36  | 0,27  | 0,23  | 0,21  | 0,20   |        |        |         |
| Intel i5 11400       | L3-12, L2-3(512K), L1-480K(40K)         | 0,77                                    | 0,43  | 0,28  | 0,22  | 0,19  | 0,18   |        |        |         |
| Intel i5 12450H      | L3-12, L2-7(1,25/0,5K), L1-704K(48/32K) | 5,87                                    | 3,06  | 1,67  | 0,95  | 0,61  | 0,43   |        |        |         |
| Intel i5 13600K      | L3-24, L2-20(2/4), L1-928K(48/64K)      | 6,58                                    | 3,30  | 1,67  | 0,86  | 0,47  | 0,27   |        |        |         |
| Ryzen 5 7500F        | L3-32, L2-6(1), L1-384K(32K)            | 1,74                                    | 0,90  | 0,52  | 0,33  | 0,21  | 0,16   |        |        |         |
| Ryzen 7 7700X        | L3-32, L2-8(1), L1-512K(64/82K)         | 0,37                                    | 0,22  | 0,26  | 0,25  | 0,18  | 0,11   |        |        |         |
| Ryzen 9 7900         | L3-64, L2-12(1), L1-768K(32K)           | 0,50                                    | 0,33  | 0,17  | 0,11  | 0,09  | 0,07   |        |        |         |
| Intel Xeon Gold 6130 | L3-22, L2-16(1), L1-1(64K)              | 3,67                                    | 2,00  | 1,42  | 0,91  | 0,69  | 0,54   |        |        |         |
| Процессор            | Количество слоев параметрического графа |                                         |       |       |       |       |        |        |        |         |
|                      | 2688                                    | 5376                                    | 10752 | 21504 | 43008 | 86016 | 172032 | 344064 | 688128 | 1376256 |
| Intel i5 8300H       | 0,42                                    | 0,44                                    | 0,48  | 0,65  | 1,03  | 1,20  | 1,26   | 1,40   | 1,99   |         |
| Intel i5 9400F       | 0,29                                    | 0,30                                    | 0,31  | 0,39  | 0,49  | 0,67  | 0,73   | 0,76   | 0,97   | 1,39    |
| Intel i5 10400F      | 0,23                                    | 0,25                                    | 0,28  | 0,35  | 0,52  | 0,67  | 0,72   | 0,77   | 0,79   | 1,15    |
| Intel i5 11400       | 0,24                                    | 0,24                                    | 0,35  | 0,42  | 0,69  | 1,02  | 1,17   | 1,23   | 1,31   | 1,39    |
| Intel i5 12450H      | 0,33                                    | 0,26                                    | 0,24  | 0,29  | 0,31  | 0,46  | 0,52   | 0,51   | 0,61   | 0,66    |
| Intel i5 13600K      | 0,17                                    | 0,12                                    | 0,12  | 0,13  | 0,13  | 0,20  | 0,28   | 0,31   | 0,33   | 0,33    |
| Ryzen 5 7500F        | 0,14                                    | 0,13                                    | 0,17  | 0,18  | 0,27  | 0,36  | 0,31   | 0,33   | 0,35   | 0,42    |
| Ryzen 7 7700X        | 0,10                                    | 0,11                                    | 0,14  | 0,18  | 0,18  | 0,23  | 0,38   | 0,48   | 0,48   | 0,61    |
| Ryzen 9 7900         | 0,07                                    | 0,06                                    | 0,07  | 0,12  | 0,16  | 0,20  | 0,33   | 0,34   | 0,37   | 0,40    |
| Intel Xeon Gold 6130 | 0,47                                    | 0,42                                    | 0,40  | 0,37  | 0,36  | 0,36  | 0,37   | 0,39   | 0,42   | 0,44    |

# Affinity

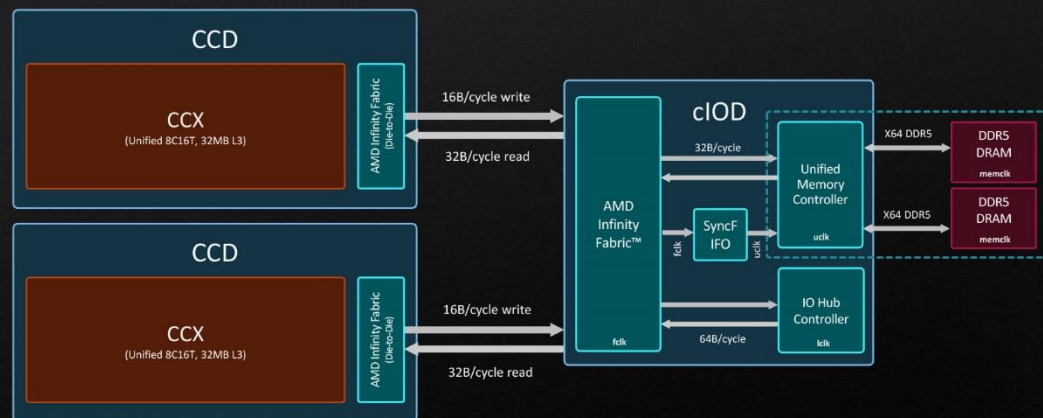
- Только P-Core дают великолепное ускорение
- CCD кристаллы имеют незначительную разницу.

| Число слоев | Intel i5-13600K |      |      |      |      |      |           |      |      |      |      |      |        |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------|-----------------|------|------|------|------|------|-----------|------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|------|------|------|
|             | P-Core          |      |      |      |      |      | HT P-Core |      |      |      |      |      | E-Core |      |      |      |      |      |      |      |
|             | 1               | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7         | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13     | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
| 42          | 1               | 0,77 | 0,79 | 0,71 | 0,68 | 0,62 | 0,54      | 0,51 | 0,49 | 0,47 | 0,45 | 0,43 | 0,39   | 0,36 | 0,32 | 0,29 | 0,27 | 0,25 | 0,24 | 0,22 |
| 84          | 1               | 0,82 | 0,83 | 0,77 | 0,76 | 0,73 | 0,65      | 0,61 | 0,60 | 0,59 | 0,56 | 0,53 | 0,48   | 0,45 | 0,42 | 0,40 | 0,36 | 0,35 | 0,32 | 0,31 |
| 168         | 1               | 0,91 | 0,89 | 0,85 | 0,86 | 0,83 | 0,65      | 0,65 | 0,63 | 0,62 | 0,60 | 0,59 | 0,52   | 0,50 | 0,49 | 0,48 | 0,46 | 0,43 | 0,42 | 0,37 |
| 336         | 1               | 0,95 | 0,94 | 0,93 | 0,74 | 0,89 | 0,68      | 0,66 | 0,65 | 0,63 | 0,63 | 0,61 | 0,55   | 0,54 | 0,52 | 0,51 | 0,44 | 0,49 | 0,47 | 0,46 |
| 672         | 1               | 0,96 | 0,97 | 0,96 | 0,95 | 0,94 | 0,69      | 0,68 | 0,67 | 0,66 | 0,66 | 0,65 | 0,59   | 0,55 | 0,54 | 0,52 | 0,49 | 0,48 | 0,47 | 0,43 |
| 1344        | 1               | 0,97 | 0,98 | 0,99 | 0,99 | 0,98 | 0,67      | 0,67 | 0,66 | 0,64 | 0,66 | 0,65 | 0,60   | 0,59 | 0,57 | 0,54 | 0,52 | 0,52 | 0,50 | 0,48 |
| 2688        | 1               | 0,98 | 0,98 | 0,99 | 0,98 | 0,98 | 0,66      | 0,66 | 0,65 | 0,63 | 0,64 | 0,64 | 0,60   | 0,59 | 0,57 | 0,55 | 0,54 | 0,54 | 0,52 | 0,53 |
| 5376        | 1               | 1,00 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 1,00 | 0,66      | 0,65 | 0,66 | 0,65 | 0,66 | 0,64 | 0,64   | 0,62 | 0,59 | 0,57 | 0,57 | 0,57 | 0,55 | 0,55 |
| 10752       | 1               | 0,96 | 0,93 | 0,91 | 0,89 | 0,88 | 0,60      | 0,59 | 0,58 | 0,57 | 0,57 | 0,56 | 0,56   | 0,55 | 0,53 | 0,50 | 0,51 | 0,50 | 0,47 | 0,45 |
| 21504       | 1               | 0,97 | 0,97 | 0,94 | 0,93 | 0,91 | 0,61      | 0,61 | 0,59 | 0,58 | 0,59 | 0,58 | 0,57   | 0,48 | 0,40 | 0,35 | 0,35 | 0,35 | 0,33 | 0,32 |
| 43008       | 1               | 1,00 | 0,99 | 0,98 | 0,97 | 0,96 | 0,61      | 0,61 | 0,60 | 0,59 | 0,59 | 0,58 | 0,53   | 0,45 | 0,38 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,32 | 0,31 |
| 86016       | 1               | 1,01 | 0,99 | 0,98 | 0,96 | 0,94 | 0,59      | 0,58 | 0,56 | 0,54 | 0,52 | 0,45 | 0,45   | 0,37 | 0,30 | 0,24 | 0,24 | 0,23 | 0,22 | 0,20 |
| 172032      | 1               | 0,95 | 0,84 | 0,76 | 0,67 | 0,59 | 0,46      | 0,44 | 0,42 | 0,40 | 0,36 | 0,33 | 0,30   | 0,26 | 0,23 | 0,19 | 0,18 | 0,17 | 0,16 | 0,15 |
| 344064      | 1               | 0,88 | 0,77 | 0,68 | 0,60 | 0,53 | 0,46      | 0,44 | 0,40 | 0,39 | 0,35 | 0,32 | 0,30   | 0,27 | 0,24 | 0,19 | 0,18 | 0,17 | 0,17 | 0,16 |
| 688128      | 1               | 0,83 | 0,72 | 0,64 | 0,57 | 0,51 | 0,38      | 0,37 | 0,35 | 0,33 | 0,31 | 0,30 | 0,29   | 0,27 | 0,20 | 0,17 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,15 |



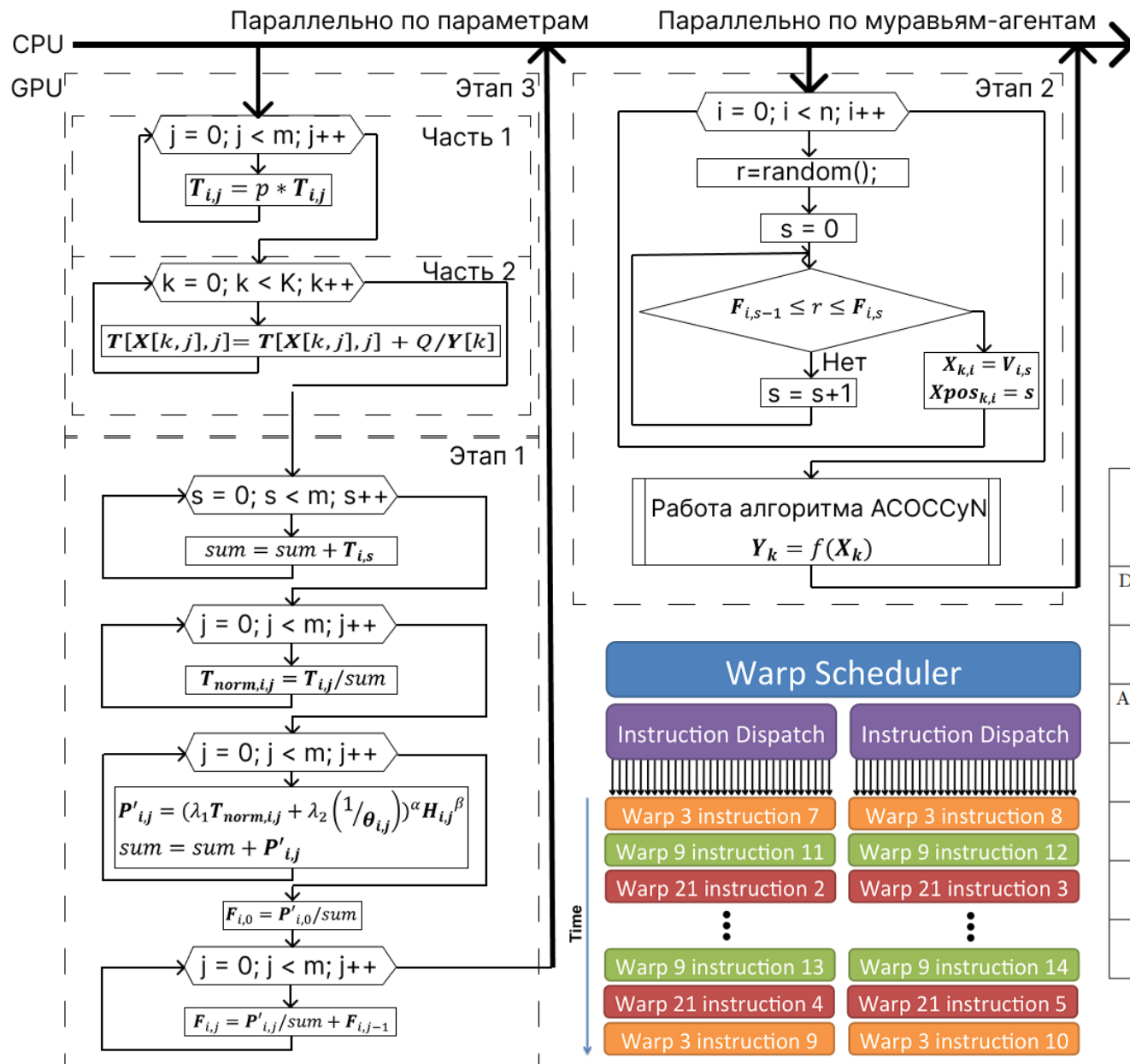
[Confidential - AMD Internal Distribution Only]

## SOC Topology with 2X CCD + IOD



| Число слоев | E-Core |      |      |      |      |      |      |      | HT P-Core |      |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
|-------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|-----------|------|------|------|------|------|--|--|--|--|--|--|
|             | 7      | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15        | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |  |  |  |  |  |  |
| 42          | 0,46   | 0,42 | 0,37 | 0,34 | 0,31 | 0,29 | 0,26 | 0,25 | 0,25      | 0,24 | 0,24 | 0,22 | 0,19 |      |  |  |  |  |  |  |
| 84          | 0,55   | 0,49 | 0,45 | 0,40 | 0,38 | 0,36 | 0,33 | 0,31 | 0,30      | 0,19 | 0,28 | 0,29 | 0,27 | 0,26 |  |  |  |  |  |  |
| 168         | 0,59   | 0,55 | 0,52 | 0,51 | 0,49 | 0,46 | 0,45 | 0,42 | 0,40      | 0,35 | 0,24 | 0,36 | 0,28 | 0,33 |  |  |  |  |  |  |
| 336         | 0,62   | 0,58 | 0,58 | 0,57 | 0,51 | 0,53 | 0,52 | 0,52 | 0,50      | 0,50 | 0,38 | 0,48 | 0,43 | 0,40 |  |  |  |  |  |  |
| 672         | 0,61   | 0,55 | 0,54 | 0,53 | 0,49 | 0,48 | 0,48 | 0,47 | 0,47      | 0,46 | 0,46 | 0,38 | 0,43 | 0,40 |  |  |  |  |  |  |
| 1344        | 0,63   | 0,60 | 0,55 | 0,52 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,49      | 0,49 | 0,50 | 0,46 | 0,46 | 0,41 |  |  |  |  |  |  |
| 2688        | 0,65   | 0,61 | 0,60 | 0,58 | 0,53 | 0,51 | 0,51 | 0,51 | 0,50      | 0,50 | 0,46 | 0,41 | 0,45 | 0,44 |  |  |  |  |  |  |
| 5376        | 0,67   | 0,65 | 0,59 | 0,55 | 0,53 | 0,55 | 0,56 | 0,54 | 0,52      | 0,54 | 0,54 | 0,40 | 0,42 | 0,44 |  |  |  |  |  |  |
| 10752       | 0,61   | 0,56 | 0,54 | 0,51 | 0,51 | 0,49 | 0,48 | 0,45 | 0,45      | 0,42 | 0,43 | 0,45 | 0,46 | 0,46 |  |  |  |  |  |  |
| 21504       | 0,59   | 0,49 | 0,41 | 0,36 | 0,36 | 0,35 | 0,35 | 0,33 | 0,33      | 0,34 | 0,34 | 0,33 | 0,33 | 0,32 |  |  |  |  |  |  |
| 43008       | 0,57   | 0,48 | 0,40 | 0,35 | 0,35 | 0,34 | 0,35 | 0,33 | 0,33      | 0,33 | 0,32 | 0,31 | 0,31 | 0,27 |  |  |  |  |  |  |
| 86016       | 0,55   | 0,46 | 0,38 | 0,32 | 0,32 | 0,31 | 0,30 | 0,27 | 0,27      | 0,26 | 0,24 | 0,23 | 0,21 | 0,20 |  |  |  |  |  |  |
| 172032      | 0,42   | 0,33 | 0,27 | 0,23 | 0,22 | 0,21 | 0,20 | 0,17 | 0,17      | 0,17 | 0,17 | 0,16 | 0,15 | 0,15 |  |  |  |  |  |  |
| 344064      | 0,40   | 0,30 | 0,26 | 0,21 | 0,22 | 0,21 | 0,20 | 0,18 | 0,18      | 0,18 | 0,17 | 0,17 | 0,16 | 0,16 |  |  |  |  |  |  |
| 688128      | 0,33   | 0,28 | 0,24 | 0,19 | 0,20 | 0,21 | 0,19 | 0,17 | 0,17      | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,16 | 0,15 |  |  |  |  |  |  |

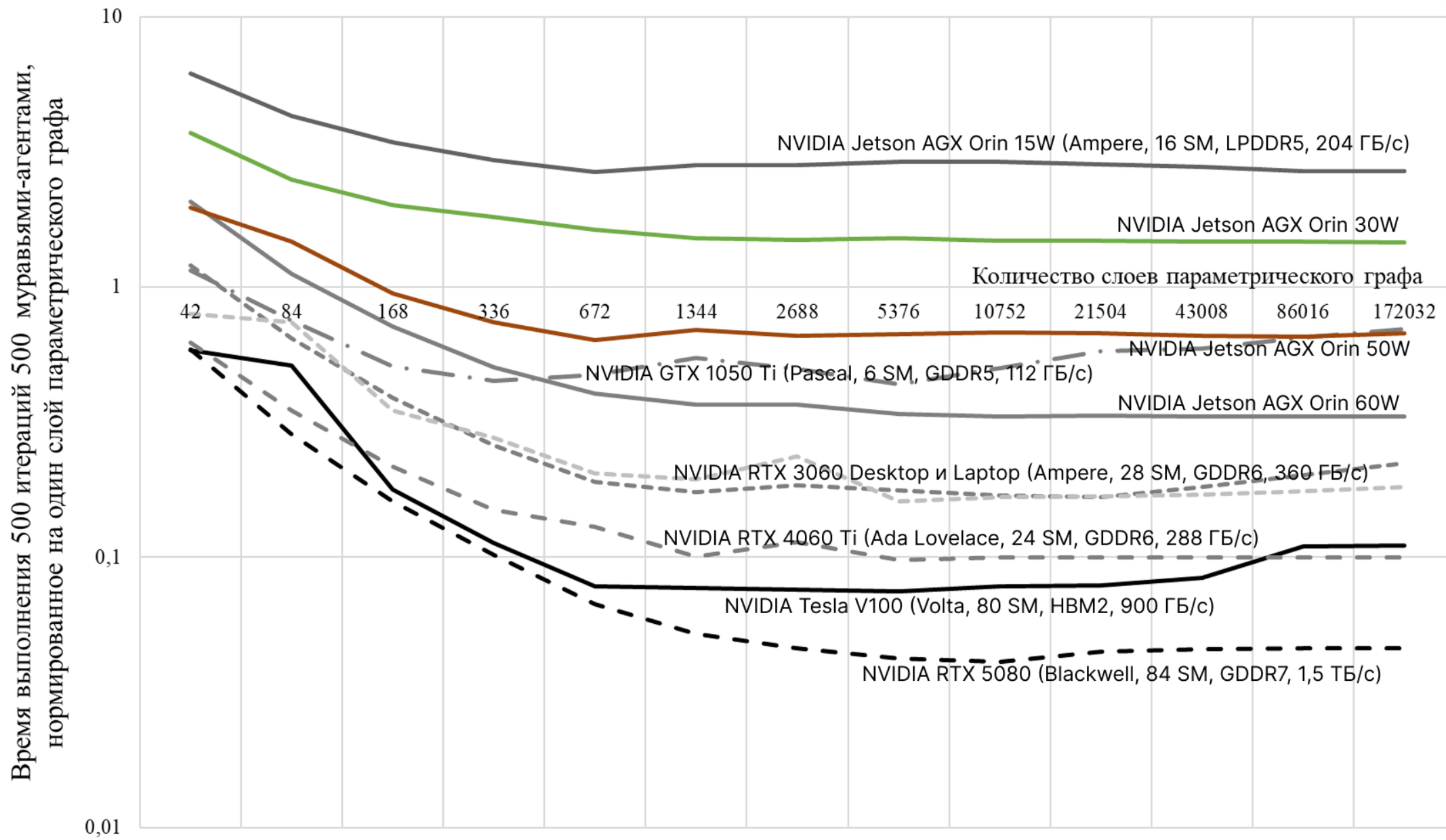
# CUDA



- Переключение между CPU и GPU
- Warp divergence
- Batch / Tiling

| Количество параметров<br>Number of parameters       |    | 2     | 4     | 8     | 16    | 32    | 64    | 128   |
|-----------------------------------------------------|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Количество слов графа<br>Number of graph layers     |    | 42    | 84    | 168   | 336   | 672   | 1344  | 2688  |
| DELL PowerEdge C4140 Intel Xeon Gold 6130 2TB RAM+  | ME | 3.60  | 2.31  | 1.66  | 1.46  | 1.44  | 1.36  | 1.14  |
| NVIDIA Tesla V100 16GB SXM2                         | CI | ±0.17 | ±0.20 | ±0.18 | ±0.04 | ±0.17 | ±0.10 | ±0.14 |
| NVIDIA Jetson Orin                                  | ME | 11.32 | 7.29  | 4.95  | 4.23  | 4.33  | 4.07  | 3.89  |
|                                                     | CI | ±0.04 | ±0.16 | ±0.03 | ±0.03 | ±0.60 | ±0.23 | ±0.24 |
| AMD Ryzen 5-7500F 6 Core Processor 3.70GHz 8GB RAM+ | ME | 12.07 | 7.57  | 5.30  | 4.27  | 3.90  | 3.53  | 3.31  |
| NVIDIA GeForce RTX 4060 Ti                          | CI | ±0.35 | ±0.43 | ±0.52 | ±0.59 | ±0.42 | ±0.03 | ±0.12 |
| 13th Gen Intel Core i5-13600K 3.50 GHz 64GB RAM+    | ME | 17.54 | 11.20 | 7.90  | 6.55  | 5.96  | 5.32  | 5.07  |
| NVIDIA GeForce RTX 3060                             | CI | ±0.10 | ±0.13 | ±0.17 | ±0.21 | ±0.24 | ±0.24 | ±0.13 |
| 12th Gen Intel Core i5-12450H 2.00 GHz 16Gb RAM+    | ME | 16.14 | 10.60 | 7.61  | 6.14  | 5.62  | 5.35  | 5.07  |
| NVIDIA GeForce RTX 3060 Laptop GPU                  | CI | ±0.12 | ±0.23 | ±0.08 | ±0.15 | ±0.06 | ±0.08 | ±0.03 |
| 9th Gen Intel Core i5-9400F 2.90 GHz 16Gb RAM+      | ME | 28.30 | 18.63 | 15.64 | 13.62 | 13.46 | 12.78 | 11.97 |
| NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti                          | CI | ±0.57 | ±0.86 | ±1.23 | ±1.14 | ±2.76 | ±2.45 | ±1.21 |
| 8th Gen Intel Core i5-8300H 2.30 GHz 8Gb RAM+       | ME | 26.26 | 18.24 | 14.15 | 12.30 | 11.40 | 10.80 | 10.54 |
| NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti                          | CI | ±0.57 | ±0.21 | ±0.27 | ±0.09 | ±0.14 | ±0.09 | ±0.03 |

# Итоговые метрики для CUDA



# Matrix ACO+OMP+AVX / Matrix ACO+CUDA

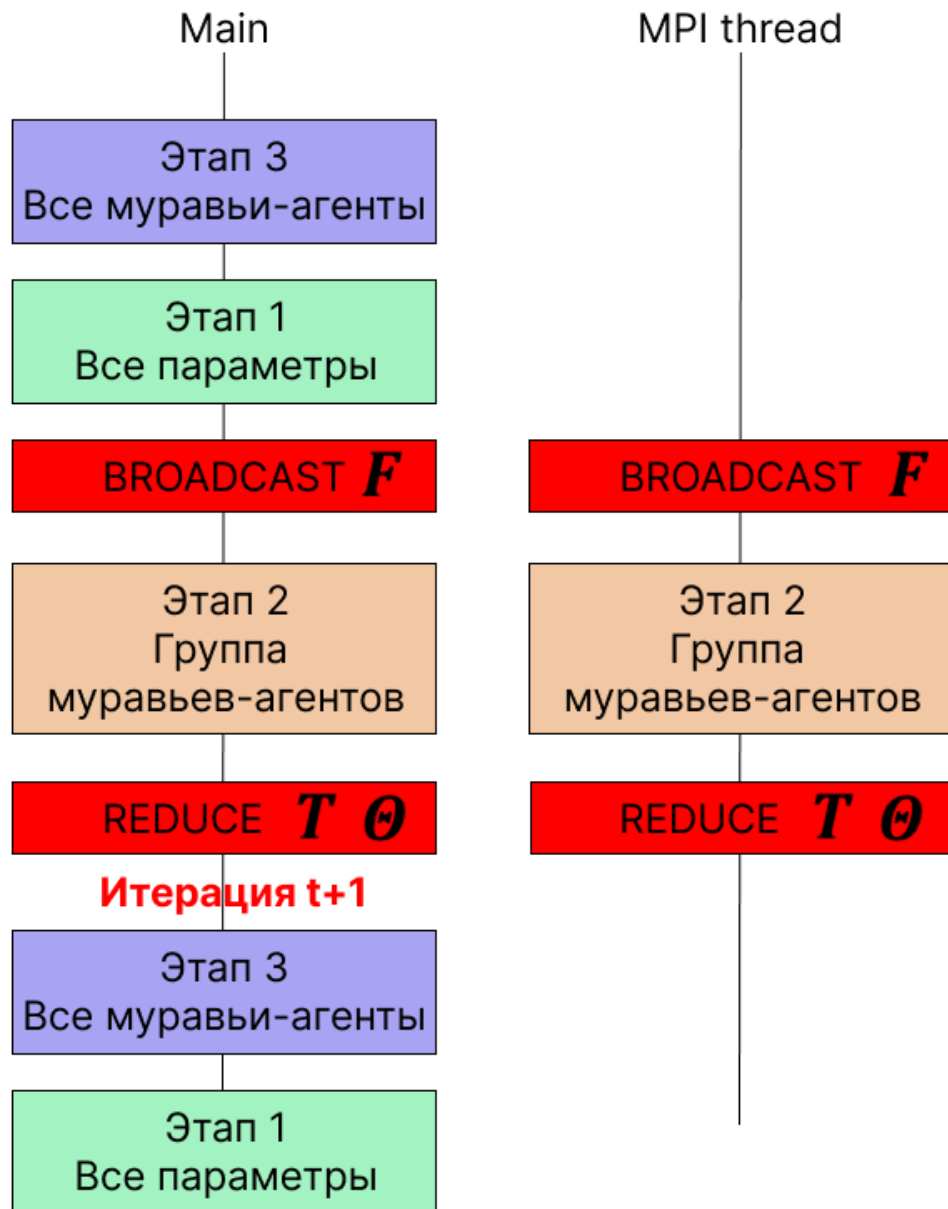


| Процессор                          |    | Количество слоев параметрического графа |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------------------------------------|----|-----------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                    |    | 42                                      | 84   | 168  | 336  | 672  | 1344 | 2688 | 5376 | 10752 | 21504 | 43008 | 86016 | 2E+05 | 3E+05 | 7E+05 | 1E+06 |
| Intel i5 8300H                     | 8  | 0,91                                    | 0,58 | 0,45 | 0,39 | 0,37 | 0,34 | 0,42 | 0,44 | 0,48  | 0,65  | 1,03  | 1,20  | 1,26  | 1,40  | 1,99  |       |
| NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti         |    | 1,15                                    | 0,75 | 0,51 | 0,45 | 0,47 | 0,55 | 0,50 | 0,44 | 0,50  | 0,58  | 0,59  | 0,65  | 0,70  |       |       |       |
| Intel i5 9400F                     | 6  | 1,00                                    | 0,59 | 0,50 | 0,43 | 0,33 | 0,33 | 0,29 | 0,30 | 0,31  | 0,39  | 0,49  | 0,67  | 0,73  | 0,76  | 0,97  | 1,39  |
| NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti         |    | 1,15                                    | 0,75 | 0,51 | 0,45 | 0,47 | 0,55 | 0,50 | 0,44 | 0,50  | 0,58  | 0,59  | 0,65  | 0,70  |       |       |       |
| Intel i5 10400F                    | 12 | 0,53                                    | 0,36 | 0,27 | 0,23 | 0,21 | 0,20 | 0,23 | 0,25 | 0,28  | 0,35  | 0,52  | 0,67  | 0,72  | 0,77  | 0,79  | 1,15  |
| NVIDIA GeForce RTX 3060            |    | 1,20                                    | 0,65 | 0,39 | 0,26 | 0,19 | 0,17 | 0,18 | 0,18 | 0,17  | 0,17  | 0,18  | 0,20  | 0,22  | 0,23  | 0,24  |       |
| Intel i5 11400                     | 11 | 0,77                                    | 0,43 | 0,28 | 0,22 | 0,19 | 0,18 | 0,24 | 0,24 | 0,35  | 0,42  | 0,69  | 1,02  | 1,17  | 1,23  | 1,31  | 1,39  |
| Intel i5 12450H                    | 11 | 5,87                                    | 3,06 | 1,67 | 0,95 | 0,61 | 0,43 | 0,33 | 0,26 | 0,24  | 0,29  | 0,31  | 0,46  | 0,52  | 0,51  | 0,61  | 0,66  |
| NVIDIA GeForce RTX 3060 Laptop GPU |    | 0,80                                    | 0,74 | 0,35 | 0,28 | 0,20 | 0,19 | 0,24 | 0,16 | 0,17  | 0,17  | 0,17  | 0,18  | 0,18  | 0,20  |       |       |
| Intel i5 13600K                    | 20 | 6,58                                    | 3,30 | 1,67 | 0,86 | 0,47 | 0,27 | 0,17 | 0,12 | 0,12  | 0,13  | 0,13  | 0,20  | 0,28  | 0,31  | 0,33  | 0,33  |
| NVIDIA GeForce RTX 3060            |    | 1,20                                    | 0,65 | 0,39 | 0,26 | 0,19 | 0,17 | 0,18 | 0,18 | 0,17  | 0,17  | 0,18  | 0,20  | 0,22  | 0,23  | 0,24  |       |
| Ryzen 5 7500F                      | 11 | 1,74                                    | 0,90 | 0,52 | 0,33 | 0,21 | 0,16 | 0,14 | 0,13 | 0,17  | 0,18  | 0,27  | 0,36  | 0,31  | 0,33  | 0,35  | 0,42  |
| NVIDIA GeForce RTX 4060 Ti         |    | 0,62                                    | 0,35 | 0,22 | 0,15 | 0,13 | 0,10 | 0,11 | 0,10 | 0,10  | 0,10  | 0,10  | 0,10  | 0,10  | 0,10  | 0,34  |       |
| Ryzen 7 7700X                      | 14 | 0,37                                    | 0,22 | 0,26 | 0,25 | 0,18 | 0,11 | 0,10 | 0,11 | 0,14  | 0,18  | 0,18  | 0,23  | 0,38  | 0,48  | 0,48  | 0,61  |
| NVIDIA GeForce RTX 5080            |    | 0,60                                    | 0,29 | 0,15 | 0,10 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05  | 0,06  | 0,06  | 0,06  | 0,06  | 0,06  | 0,06  |       |
| Ryzen 9 7900                       | 24 | 0,50                                    | 0,33 | 0,17 | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,06 | 0,07  | 0,12  | 0,16  | 0,20  | 0,33  | 0,34  | 0,37  | 0,40  |
| Intel Xeon Gold 6130               | 32 | 3,67                                    | 2,00 | 1,42 | 0,91 | 0,69 | 0,54 | 0,47 | 0,42 | 0,40  | 0,37  | 0,36  | 0,36  | 0,37  | 0,39  | 0,42  | 0,44  |
| NVIDIA Tesla V100                  |    | 0,58                                    | 0,51 | 0,18 | 0,11 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,07 | 0,08  | 0,08  | 0,08  | 0,11  | 0,11  | 0,11  | 0,12  |       |
|                                    |    |                                         |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |
| NVIDIA Jetson AGX Orin 64GB (60W)  |    | 2,06                                    | 1,12 | 0,72 | 0,50 | 0,40 | 0,37 | 0,37 | 0,34 | 0,33  | 0,33  | 0,33  | 0,33  | 0,33  | 0,61  | 0,64  | 0,67  |
| NVIDIA Jetson AGX Orin 64GB (50W)  |    | 1,96                                    | 1,47 | 0,95 | 0,74 | 0,64 | 0,69 | 0,66 | 0,67 | 0,68  | 0,67  | 0,66  | 0,66  | 0,67  | 0,67  | 0,67  | 0,70  |
| NVIDIA Jetson AGX Orin 64GB (30W)  |    | 3,70                                    | 2,50 | 2,01 | 1,82 | 1,63 | 1,52 | 1,49 | 1,51 | 1,48  | 1,48  | 1,48  | 1,47  | 1,46  |       |       |       |
| NVIDIA Jetson AGX Orin 64GB (15W)  |    | 6,16                                    | 4,29 | 3,43 | 2,94 | 2,67 | 2,81 | 2,82 | 2,91 | 2,91  | 2,85  | 2,77  | 2,68  | 2,69  | 2,69  |       |       |



Титов Ю.П. Модификации матричного метода муравьиных колоний для параметрической оптимизации с применением GPU с технологией CUDA // Вычислительные методы и программирование / Numerical Methods and Programming. - 2026. - Т.27, № 1. - с. 46–66. DOI:10.26089/NumMet.v27r104

# Matrix ACO + MPI



| Муравьи  | Количество слоев графа |       |       |       |       |       |        |        |         |
|----------|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|---------|
|          | 42                     | 168   | 672   | 2688  | 10752 | 43008 | 172032 | 688128 | 2752512 |
| 256      | 1,097                  | 0,735 | 0,584 | 0,591 | 0,681 | 0,555 | 0,465  | 0,753  | 1,388   |
| 1024     | 0,990                  | 0,799 | 0,713 | 0,716 | 0,927 | 0,906 | 1,154  | 1,207  |         |
| 4096     | 1,265                  | 0,986 | 0,977 | 1,168 | 1,225 | 1,337 | 1,513  |        |         |
| 16384    | 1,624                  | 1,348 | 1,496 | 1,608 | 1,450 | 1,503 |        |        |         |
| 65536    | 1,878                  | 1,774 | 1,783 | 1,852 | 1,711 |       |        |        |         |
| 262144   | 1,956                  | 1,914 | 1,895 | 1,969 |       |       |        |        |         |
| 1048576  | 1,948                  | 1,879 | 1,967 |       |       |       |        |        |         |
| 4194304  | 1,978                  | 1,897 |       |       |       |       |        |        |         |
| 16777216 | 1,987                  |       |       |       |       |       |        |        |         |

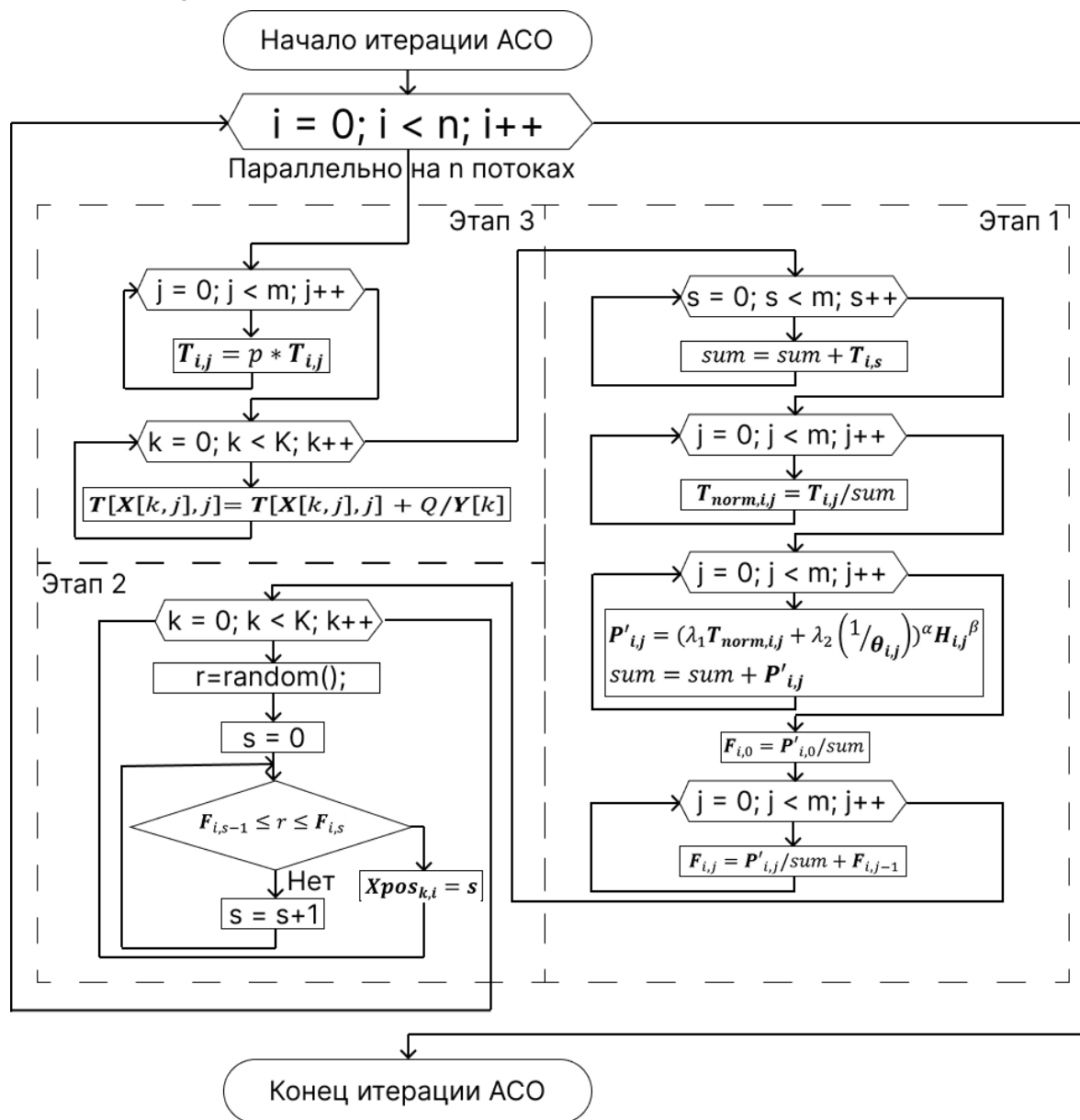
Ускорение 2-х GPU

| Муравьи | Количество слоев графа |       |       |       |       |       |        |        |         |
|---------|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|---------|
|         | 42                     | 168   | 672   | 2688  | 10752 | 43008 | 172032 | 688128 | 2752512 |
| 256     | 0,949                  | 0,722 | 0,522 | 0,563 | 0,674 | 0,531 | 0,448  | 0,835  | 1,092   |
| 512     | 0,828                  | 0,720 | 0,563 | 0,637 | 0,830 | 0,762 | 0,981  | 1,176  |         |
| 1024    | 0,915                  | 0,812 | 0,676 | 0,794 | 1,116 | 1,136 | 1,442  | 1,673  |         |
| 4096    | 1,225                  | 1,086 | 1,083 | 1,513 | 1,751 | 2,098 | 2,323  |        |         |
| 16384   | 2,161                  | 1,824 | 2,117 | 2,595 | 2,221 | 2,541 |        |        |         |
| 65536   | 3,212                  | 3,077 | 3,208 | 3,484 | 3,006 |       |        |        |         |
| 262144  | 3,672                  | 3,676 | 3,622 | 3,909 |       |       |        |        |         |
| 1048576 | 3,804                  | 3,492 | 3,860 |       |       |       |        |        |         |
| 4194304 | 3,796                  | 3,862 |       |       |       |       |        |        |         |
| 1,7E+07 | 3,946                  |       |       |       |       |       |        |        |         |

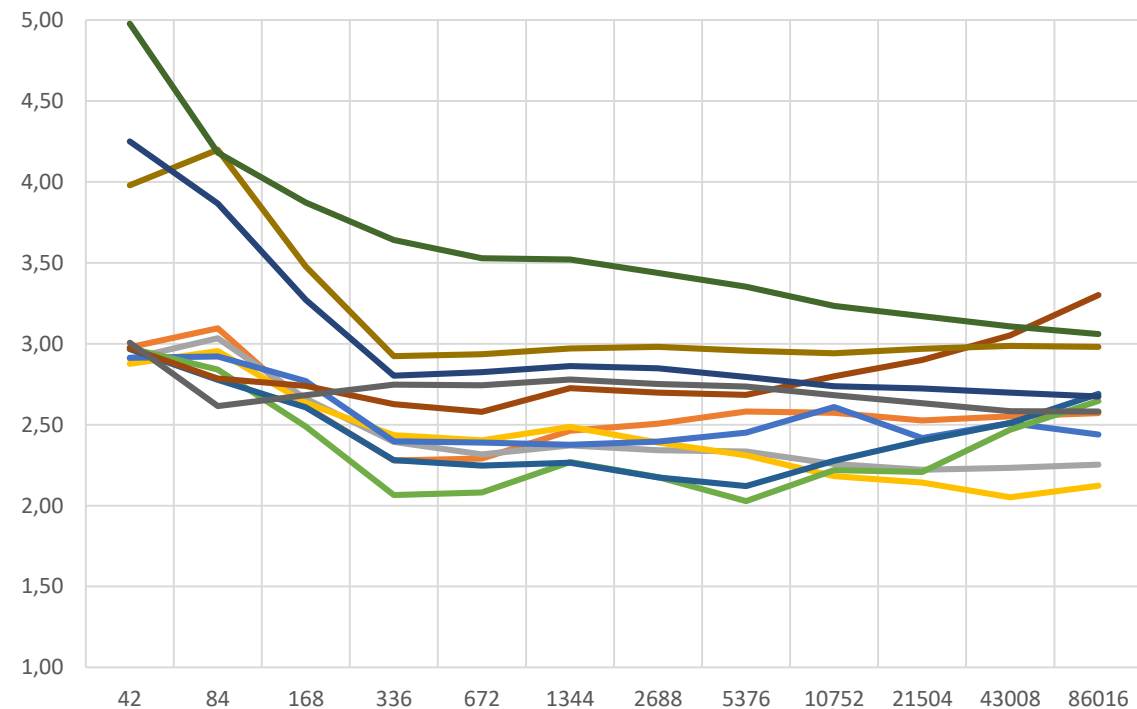
Ускорение 4-х GPU

28

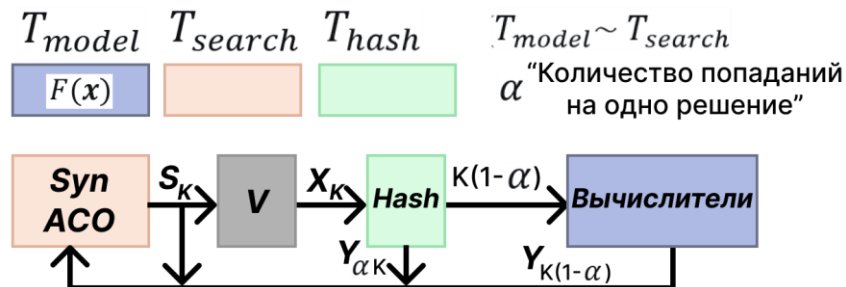
# Синхронный Matrix ACO



## Время в мс. для OMP реализации



### Синхронный матричный ACO



# Синхронный Matrix ACO



| 4-1 GPU | Количество слоев графа. 4 X NVIDIA Tesla V100 16GB SXM2 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|---------|---------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Муравьи | 42                                                      | 84    | 168   | 336   | 672   | 1344  | 2688  | 5376  | 10752 | 21504 | 43008 | 86016 | 2E+05 |
| 512     | 1,087                                                   | 0,870 | 0,729 | 0,599 | 0,385 | 0,361 | 0,353 | 0,430 | 0,423 | 0,384 | 0,182 | 0,205 | 0,254 |
| 1024    | 0,802                                                   | 0,705 | 0,570 | 0,394 | 0,273 | 0,249 | 0,258 | 0,329 | 0,265 | 0,169 | 0,160 | 0,195 | 0,238 |
| 2048    | 0,581                                                   | 0,535 | 0,390 | 0,266 | 0,194 | 0,200 | 0,204 | 0,236 | 0,129 | 0,147 | 0,161 | 0,189 |       |
| 4096    | 0,472                                                   | 0,393 | 0,255 | 0,190 | 0,159 | 0,150 | 0,152 | 0,106 | 0,105 | 0,130 | 0,146 | 0,180 |       |
| 8192    | 0,354                                                   | 0,318 | 0,186 | 0,151 | 0,126 | 0,117 | 0,073 | 0,086 | 0,086 | 0,112 | 0,133 | 0,171 |       |
| 16384   | 0,329                                                   | 0,279 | 0,159 | 0,119 | 0,100 | 0,056 | 0,068 | 0,076 | 0,073 | 0,094 | 0,118 |       |       |
| 32768   | 0,295                                                   | 0,263 | 0,136 | 0,092 | 0,051 | 0,054 | 0,066 | 0,069 | 0,066 | 0,077 |       |       |       |
| 65536   | 0,283                                                   | 0,244 | 0,113 | 0,044 | 0,048 | 0,051 | 0,064 | 0,066 | 0,062 |       |       |       |       |
| 131072  | 0,259                                                   | 0,222 | 0,060 | 0,041 | 0,047 | 0,050 | 0,063 | 0,063 |       |       |       |       |       |

← **МРІ на 4 x GPU**

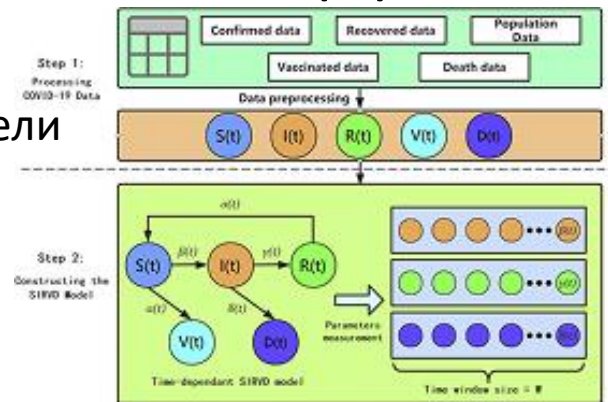
**Многопоточность  
через pThread**

| 262144  | Число<br>слоев | Сравнение с OMP. AMD Ryzen 9 7900 3,7GHz, 12 ядер+SMT 24 логических потоков |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|----------------|-----------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 524288  |                | 1                                                                           | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 24   |
| 1048576 | 42             | 1,31                                                                        | 0,74 | 0,58 | 0,40 | 0,33 | 0,25 | 0,30 | 0,26 | 0,22 | 0,20 | 0,18 | 0,17 | 0,16 | 0,15 | 0,13 | 0,13 | 0,12 | 0,11 | 0,11 | 0,10 | 0,10 | 0,11 | 0,11 | 0,11 |
| 2097152 | 84             | 1,27                                                                        | 0,94 | 0,74 | 0,54 | 0,43 | 0,37 | 0,37 | 0,34 | 0,30 | 0,29 | 0,27 | 0,25 | 0,24 | 0,22 | 0,20 | 0,18 | 0,17 | 0,16 | 0,16 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,14 |
| 4194304 | 168            | 1,25                                                                        | 1,02 | 0,87 | 0,75 | 0,59 | 0,53 | 0,48 | 0,43 | 0,37 | 0,33 | 0,27 | 0,24 | 0,23 | 0,21 | 0,20 | 0,19 | 0,19 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,17 |
| 8388608 | 336            | 1,13                                                                        | 1,14 | 1,06 | 0,89 | 0,80 | 0,73 | 0,64 | 0,55 | 0,49 | 0,44 | 0,40 | 0,36 | 0,35 | 0,32 | 0,30 | 0,28 | 0,27 | 0,25 | 0,25 | 0,24 | 0,19 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |
|         | 672            | 1,20                                                                        | 1,16 | 1,17 | 1,07 | 0,99 | 0,91 | 0,82 | 0,74 | 0,67 | 0,61 | 0,57 | 0,55 | 0,54 | 0,49 | 0,49 | 0,45 | 0,42 | 0,42 | 0,41 | 0,41 | 0,37 | 0,36 | 0,37 | 0,37 |
|         | 1344           | 1,27                                                                        | 1,20 | 1,17 | 1,15 | 1,12 | 1,03 | 0,96 | 0,93 | 0,89 | 0,83 | 0,81 | 0,77 | 0,73 | 0,71 | 0,68 | 0,66 | 0,66 | 0,64 | 0,65 | 0,63 | 0,59 | 0,61 | 0,62 | 0,63 |
|         | 2688           | 1,30                                                                        | 1,24 | 1,26 | 1,22 | 1,20 | 1,08 | 1,09 | 1,09 | 1,07 | 1,04 | 1,05 | 1,00 | 1,00 | 0,96 | 0,93 | 0,92 | 0,92 | 0,92 | 0,91 | 0,90 | 0,92 | 0,91 | 0,91 | 0,93 |
|         | 5376           | 1,28                                                                        | 1,24 | 1,25 | 1,24 | 1,20 | 1,16 | 1,16 | 1,17 | 1,16 | 1,16 | 1,18 | 1,12 | 1,10 | 1,12 | 1,12 | 1,12 | 1,12 | 1,14 | 1,18 | 1,18 | 1,20 | 1,20 | 1,21 | 1,10 |
|         | 10752          | 1,25                                                                        | 1,23 | 1,25 | 1,25 | 1,27 | 1,28 | 1,20 | 1,20 | 1,22 | 1,27 | 1,28 | 1,27 | 1,21 | 1,25 | 1,19 | 1,19 | 1,16 | 1,19 | 1,22 | 1,26 | 1,37 | 1,40 | 1,48 | 1,52 |
|         | 21504          | 1,16                                                                        | 1,16 | 1,36 | 1,35 | 1,34 | 1,34 | 1,36 | 1,37 | 1,36 | 1,37 | 1,40 | 1,37 | 1,31 | 1,26 | 1,25 | 1,26 | 1,19 | 1,23 | 1,28 | 1,38 | 1,43 | 1,40 | 1,51 | 1,56 |
|         | 43008          | 1,13                                                                        | 1,12 | 1,11 | 1,09 | 1,08 | 1,06 | 1,09 | 1,10 | 1,14 | 1,15 | 1,15 | 1,08 | 1,03 | 1,01 | 0,97 | 0,91 | 0,86 | 0,85 | 0,88 | 0,91 | 0,98 | 1,01 | 1,08 | 1,14 |
|         | 86016          | 1,12                                                                        | 1,08 | 1,01 | 0,90 | 0,87 | 0,89 | 0,88 | 0,88 | 0,89 | 0,89 | 0,90 | 0,89 | 0,84 | 0,81 | 0,88 | 0,99 | 1,08 | 1,13 | 1,16 | 1,19 | 1,24 | 1,34 | 1,46 | 1,49 |

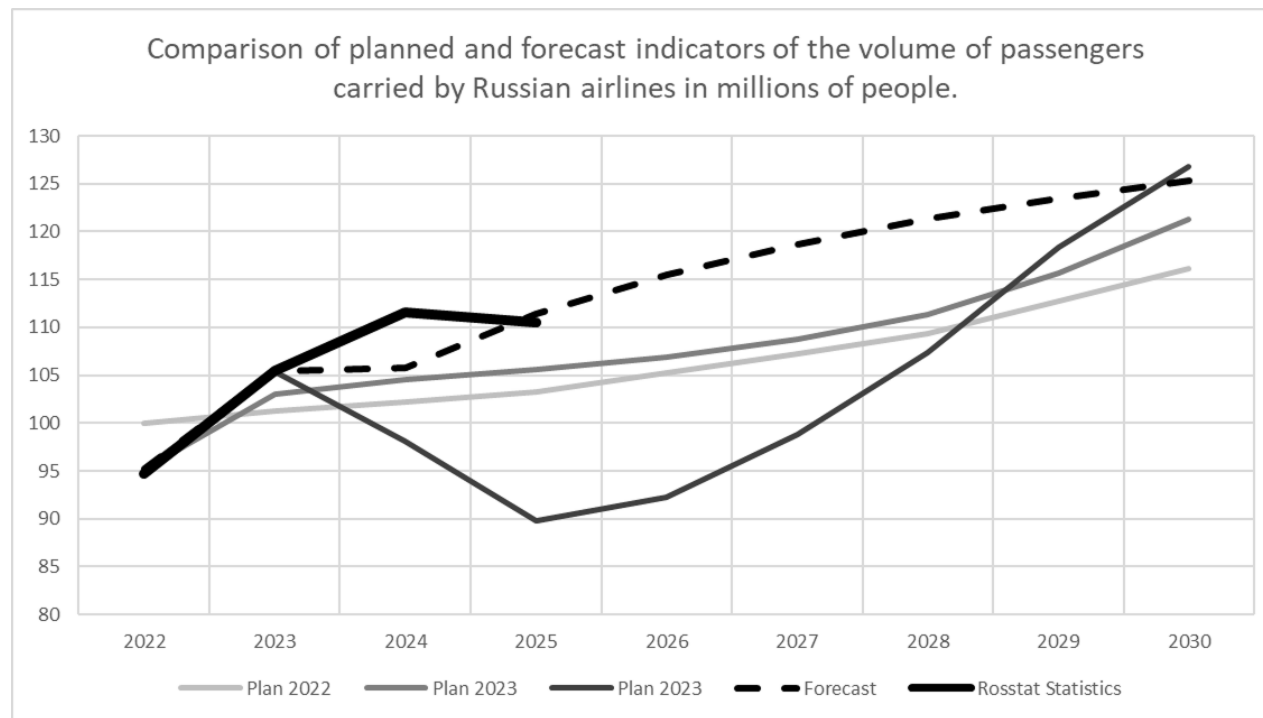
# Практические задачи



Настройка параметров модели  
SIRVD распространения  
пандемии SARS-COVID-19

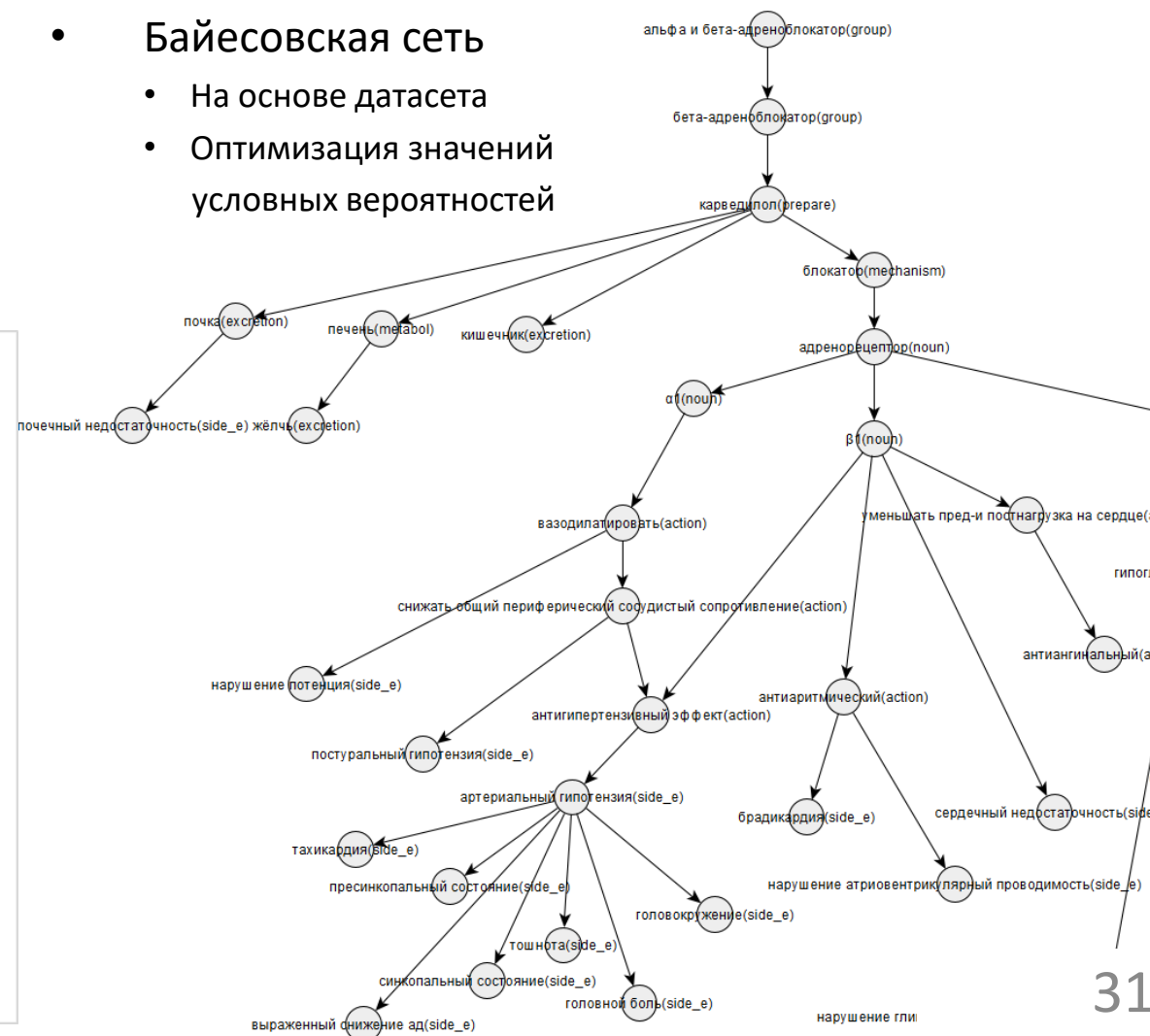


Прогнозирование пассажирской авиатранспортной  
отрасли. Прогнозные модели: SARIMA, LSTM



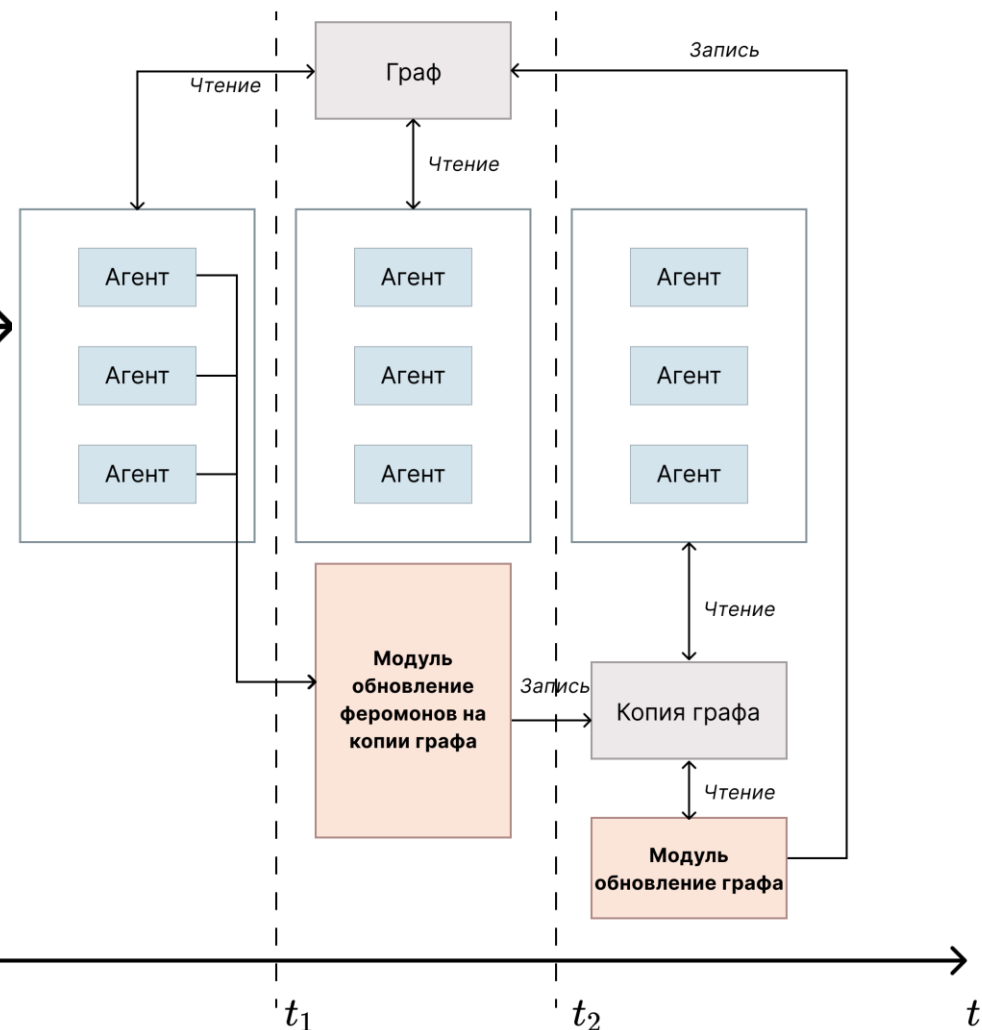
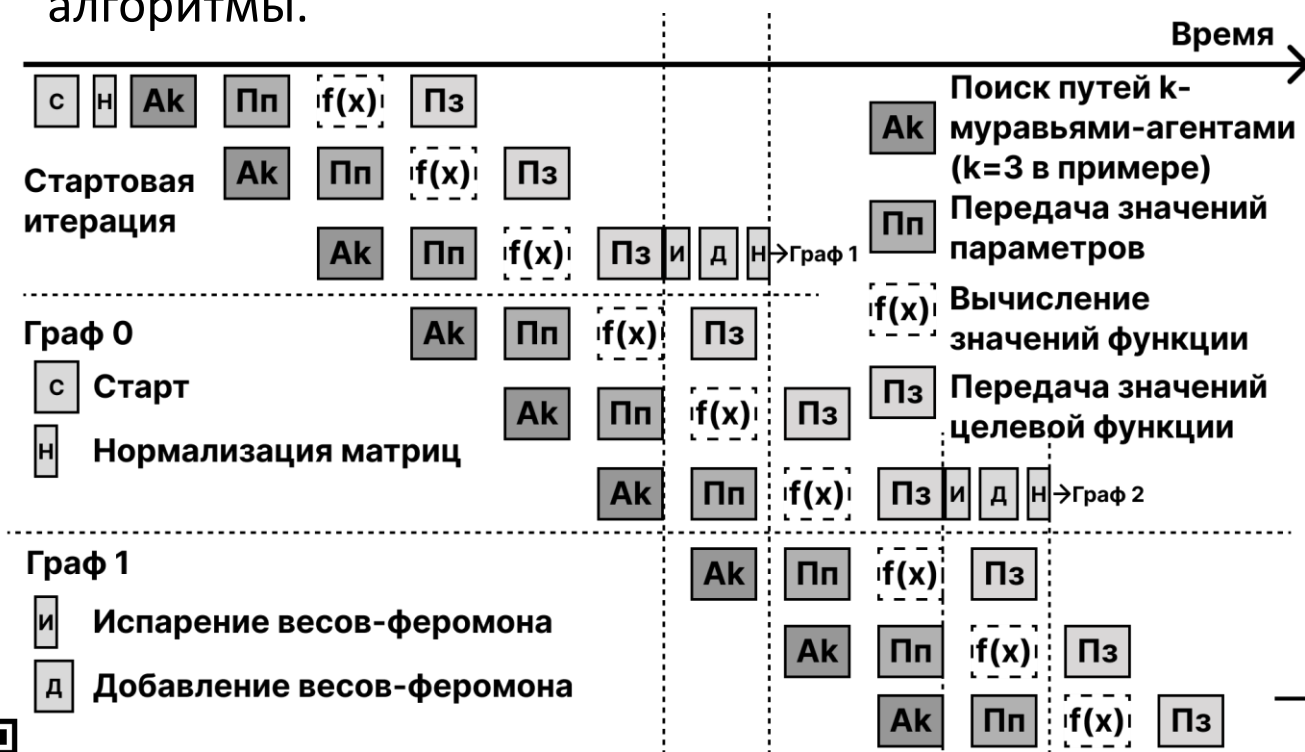
Построение модели оценки рисков при  
полифармакотерапии

- Байесовская сеть
- На основе датасета
- Оптимизация значений  
условных вероятностей



# Конвейерный вычислитель

- Пока происходит вычисление путей параллельно заносится информация от предыдущих муравьев-агентов.
- Критические ресурсы организуются через RCU алгоритмы.



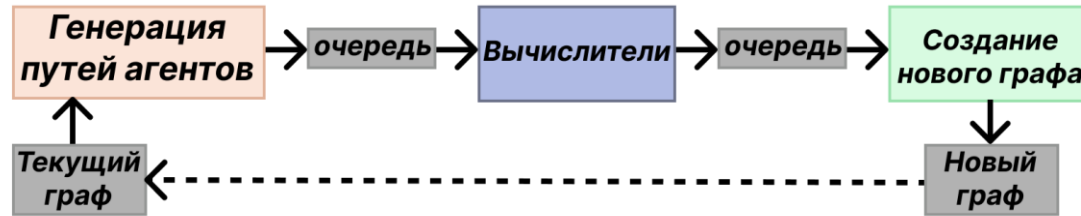
**Титов Ю.П.** Исследование модификаций метода муравьиных колоний при решении параметрических задач с учетом времени поиска значений целевой функции // Системы высокой доступности. – 2025. – Т. 21, № 3. – С. 5–20.  
DOI:10.18127/j20729472-202503-04



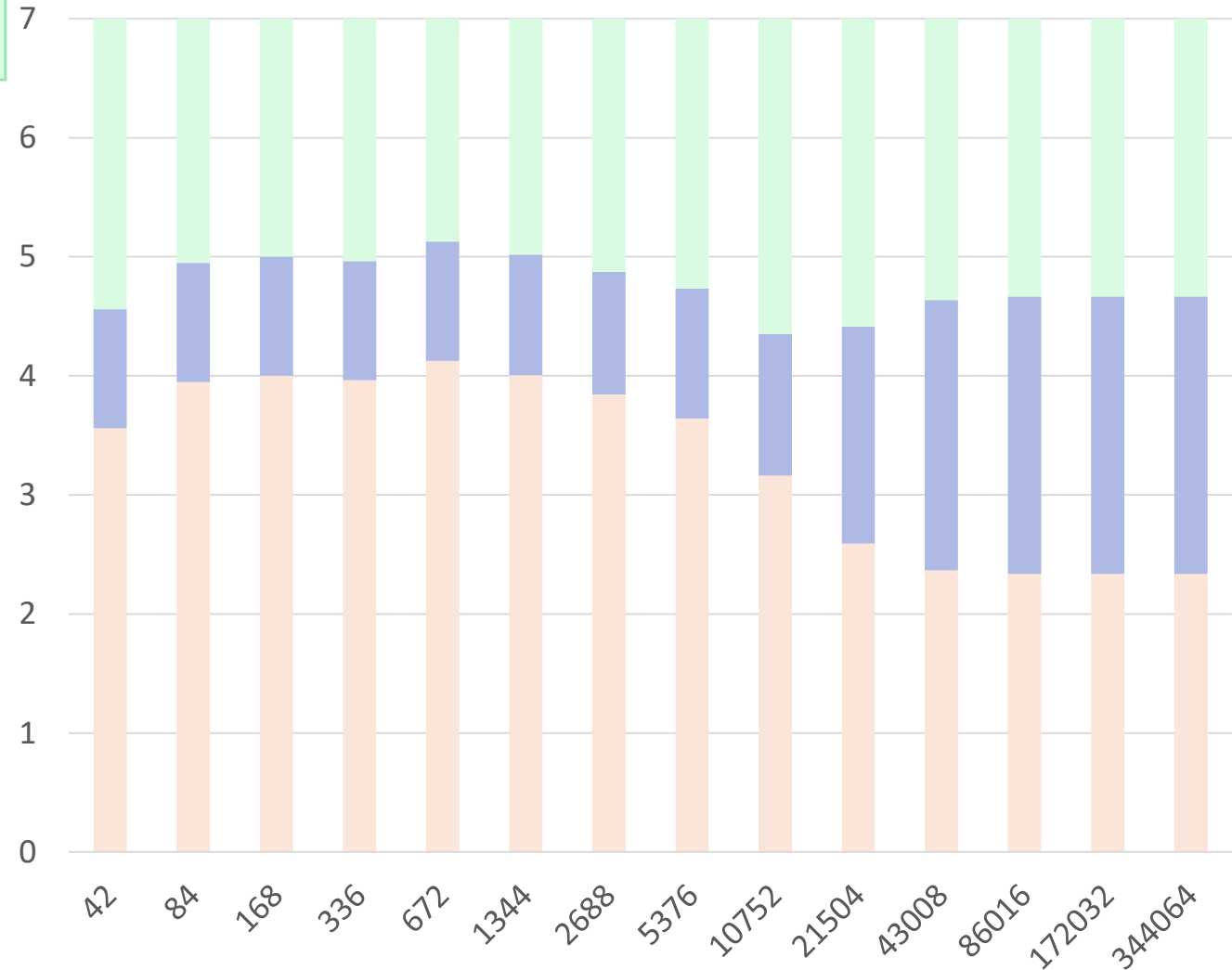
# Конвейерный вычислитель.



## Асинхронный матричный АСО



| Число слоев | Intel i5-8300H 4 ядра 8 логических потоков |      |      |      |      |
|-------------|--------------------------------------------|------|------|------|------|
|             | 1                                          | 2    | 3    | 4    | 5    |
| 42          | 1,50                                       | 1,43 | 1,14 | 0,95 | 0,81 |
| 84          | 1,24                                       | 1,31 | 1,01 | 0,97 | 0,78 |
| 168         | 1,24                                       | 1,43 | 1,13 | 1,03 | 0,72 |
| 336         | 1,30                                       | 1,44 | 1,20 | 1,04 | 0,72 |
| 672         | 1,25                                       | 1,44 | 1,14 | 0,95 | 0,71 |
| 1344        | 1,23                                       | 1,22 | 0,97 | 0,88 | 0,74 |
| 2688        | 1,29                                       | 1,12 | 0,96 | 0,91 | 0,81 |
| 5376        | 1,33                                       | 1,10 | 0,93 | 0,88 | 0,72 |
| 10752       | 1,32                                       | 0,96 | 0,79 | 0,62 | 0,49 |
| 21504       | 1,30                                       | 0,87 | 0,62 | 0,47 | 0,39 |
| 43008       | 1,28                                       | 0,85 | 0,69 | 0,64 | 0,65 |
| 86016       | 1,19                                       | 0,86 | 0,89 | 0,81 | 0,86 |
| 172032      | 1,09                                       | 0,88 | 0,84 | 0,72 | 0,73 |
| 344064      | 1,10                                       | 0,90 | 0,85 | 0,77 | 0,74 |





# Спасибо за внимание!

**Высокопроизводительные реализации  
матричного метода муравьиных колоний для  
параметрических задач на CPU с  
AVX2, GPU с CUDA и гибридных MPI+GPU  
кластерах.**

ТИТОВ Ю.П

МАИ(НИУ)

[kalengul@mail.ru](mailto:kalengul@mail.ru)