

Параллельная декомпозиция наложенных и многоблочных сеток для моделирования волн в планетарных моделях

Московский физико-технический институт

И. А. Яковлев
д. ф-м. н. Н. И. Хохлов

28.09.2026

Введение

Проблема

Моделирование глобальной сейстики требует огромных вычислительных ресурсов

Актуальность

Эффективные численные методы дают возможность выполнять расчеты за приемлемое время

Известные методы

- Метод конечных разностей
- Метод спектральных элементов
- Сеточно-характеристический метод

Новизна

Сравнение MPI-производительности СХМ на наложенных и многоблочных сетках.

Физическая модель

Система линейной теории упругости в формулировке скоростей-напряжений

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i, \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \end{cases}$$

Пять неизвестных: две скорости и три напряжения.

Сеточно-характеристический метод

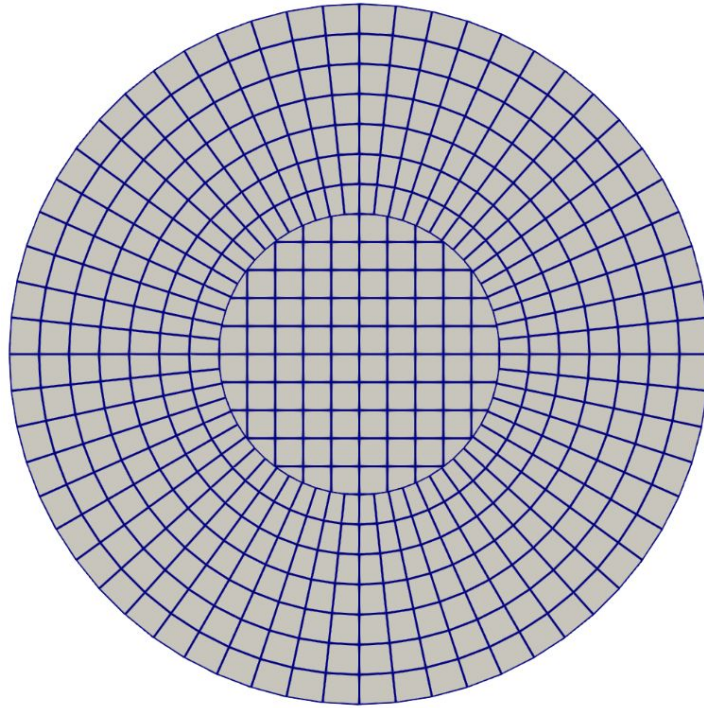
Вектор неизвестных $\mathbf{q} = (v_1 \ v_2 \ \sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{12})$

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 A_j \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x_j} = \mathbf{F}$$

1. Расщепление по направлениям
$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + A_{\xi_j} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi_j} = 0$$
2. Диагонализация оператора
$$A_{\xi_j} = \Omega_{\xi_j}^{-1} \Lambda_{\xi_j} \Omega_{\xi_j}$$
3. Перенос характеристических переменных
$$\frac{\partial \mathbf{p}_{\xi_j}}{\partial t} + \Lambda_{\xi_j} \frac{\partial \mathbf{p}_{\xi_j}}{\partial \xi_j} = 0$$

В работе использовалась схема Рунгута третьего порядка

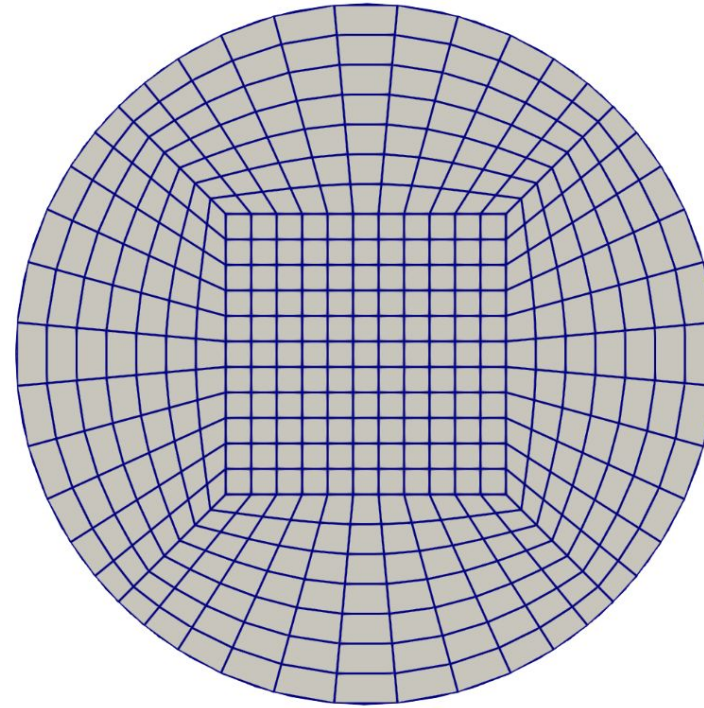
Сеточные структуры и обмен данными



a

Наложенная сетка

Барицентрическая интерполяция в области перекрытия.



b

Многоблочная сетка

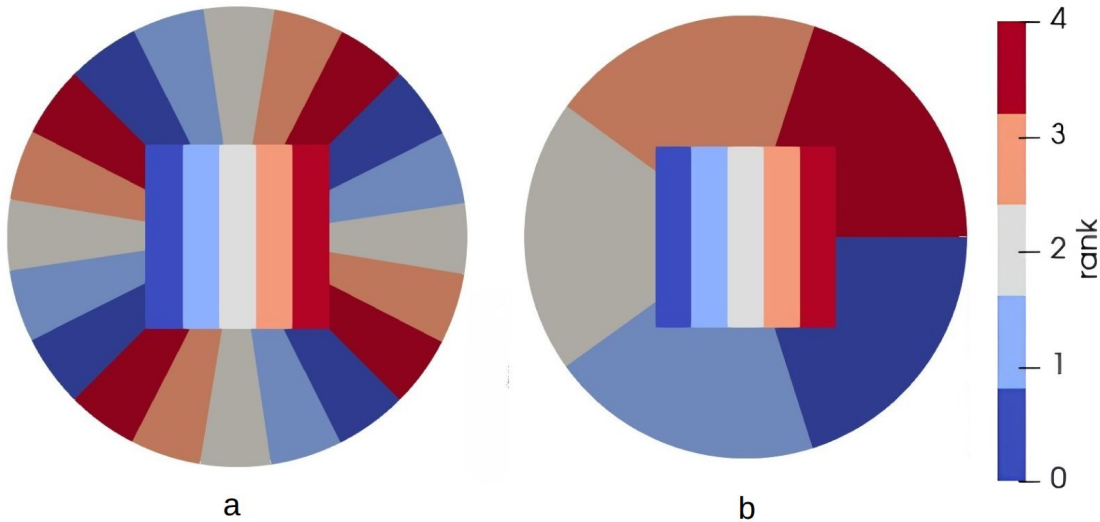
Интерполяция в ghost-узлы на границе блоков.

Параметры теста

Параметр	Значение
Внешний / внутренний радиус, км	25 / 10
Общее число узлов, млн	≈ 64
Шаг сетки h , м	5
Шаг по времени Δt , с / число шагов	0,0008 / 1201
Скорости P / S волн, м/с	3000 / 2000
ρ , кг/м ³	1500
Число процессов MPI	1, 2, 4, ..., 64, 96

Декомпозиция области для MPI

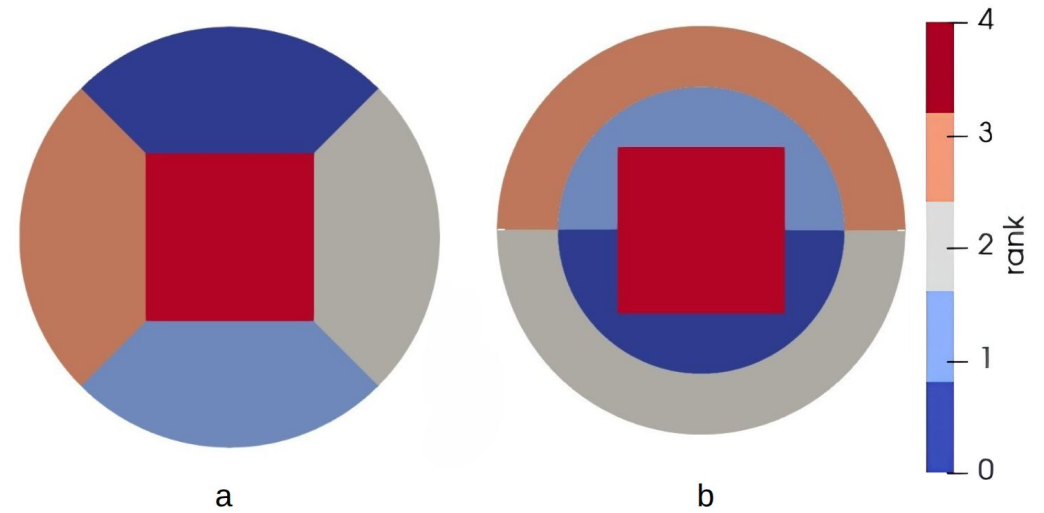
Автоматическая декомпозиция



а – многоблочная; б – наложенная сетка

Каждую сетку делим между всеми процессами.

Декомпозиция по числу узлов



а – многоблочная; б – наложенная сетка

Число ядер на сетку пропорционально ее весу.

Алгоритм распределения сеток между MPI-процессами

Вес каждой сетки: $\omega_i = N_{\xi_1}^{(i)} N_{\xi_2}^{(i)}$

Оптимальная нагрузка: $m_{\text{opt}} = \frac{\sum_i \omega_i}{P}$

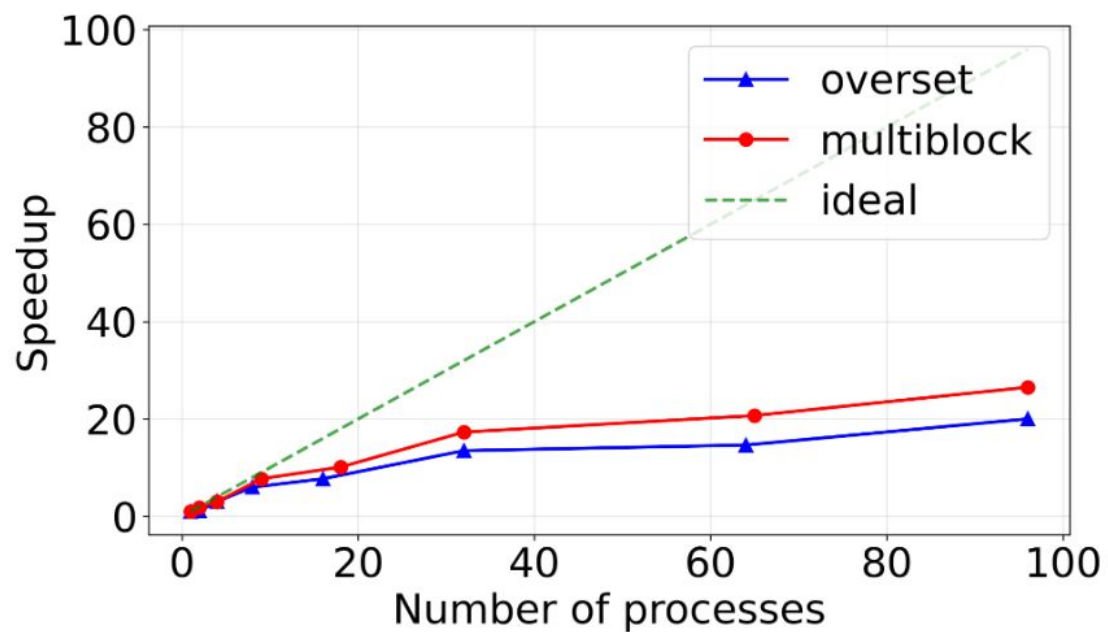
1. Выделение рангов крупным сеткам:

$$p_i = \left\lfloor \frac{\omega_i}{m_{\text{opt}}} \right\rfloor, \quad \omega_i > m_{\text{opt}}$$

2. Жадное объединение

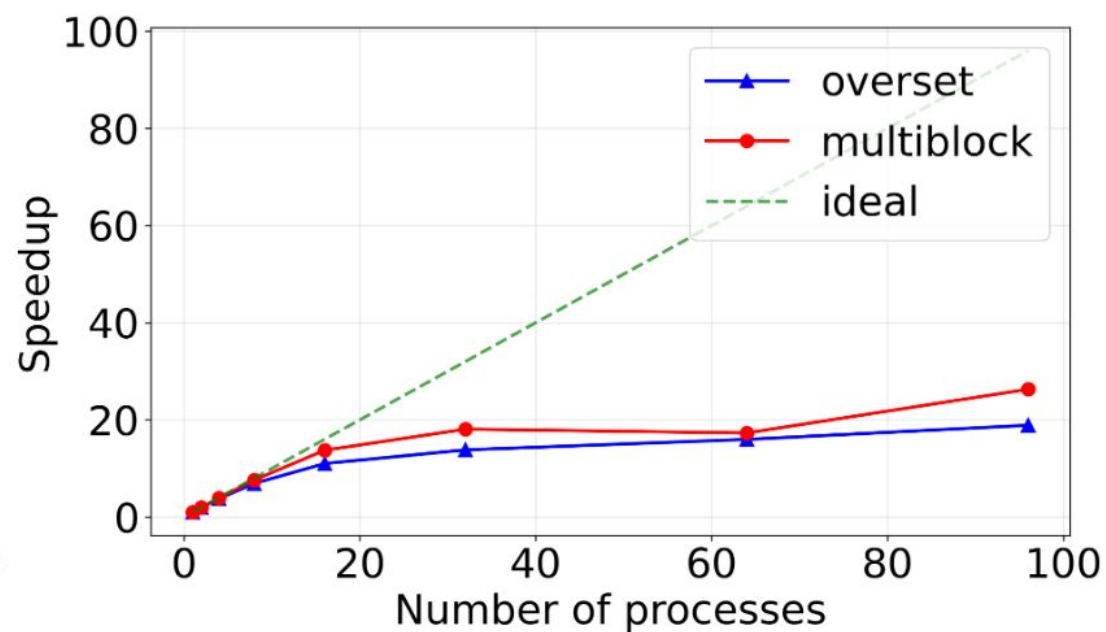
Среди оставшихся сеток, пока групп больше свободных ядер, объединяются две группы с наименьшей суммарной нагрузкой.

Ускорение



a

а – по числу узлов

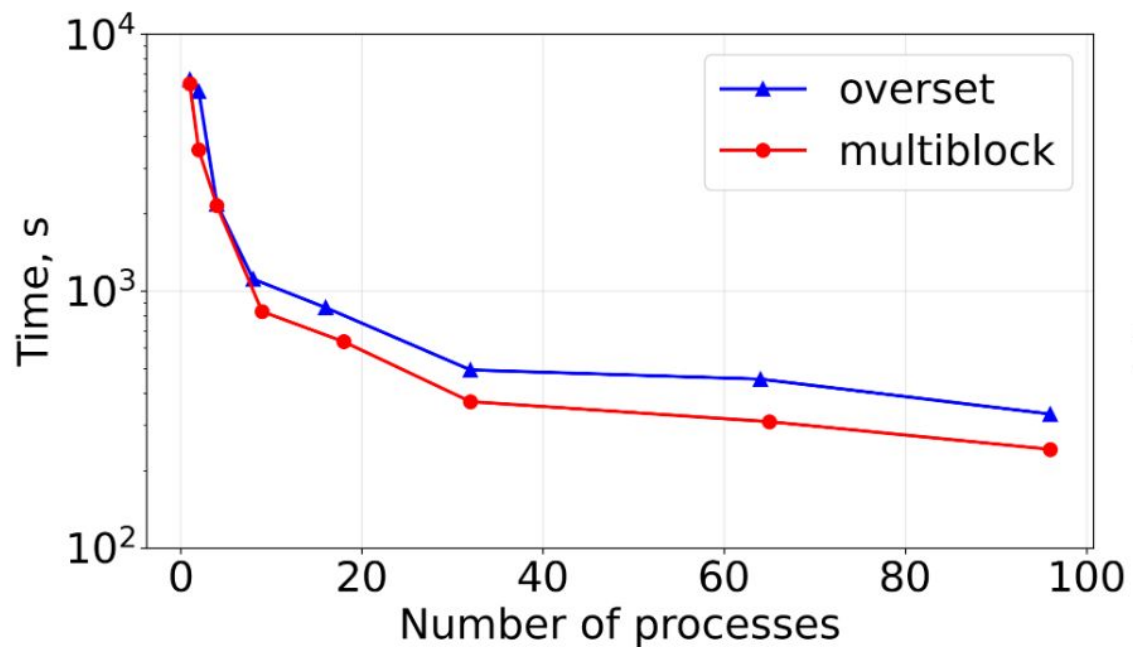


б

б – автоматическая

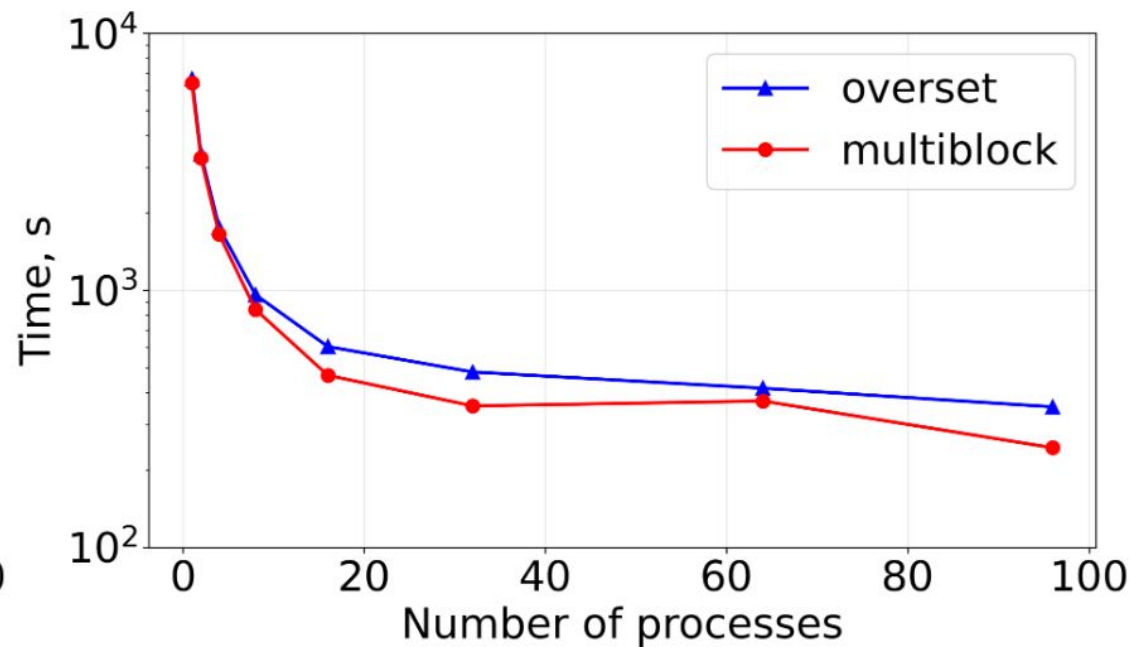
Сетка	По числу узлов	Автоматическая
Наложенная	$\approx 20\times$	$\approx 19\times$
Многоблочная	$\approx 26\times$	$\approx 26\times$

Время расчета



a

а – подсчет узлов

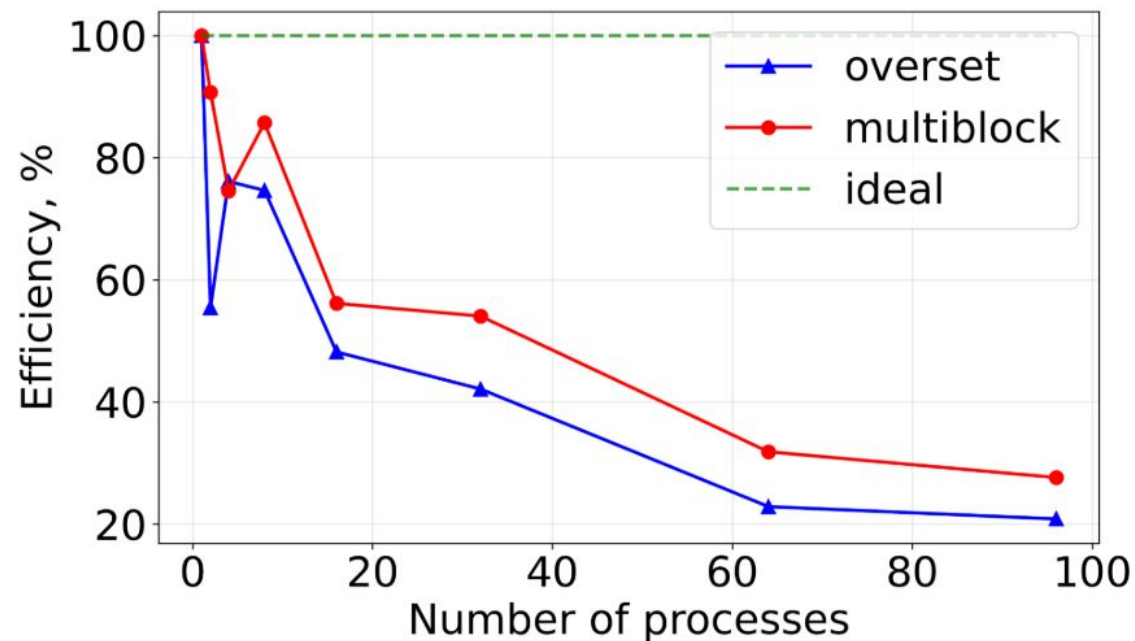


b

б – автоматическая

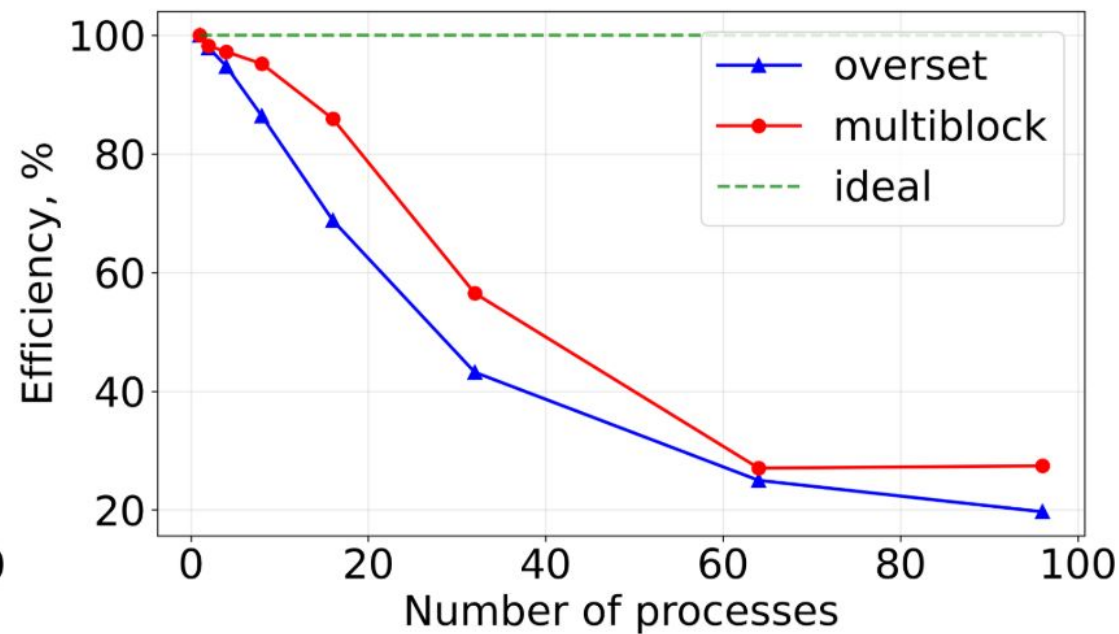
Сетка	По числу узлов	Автоматическая
Наложенная	332 с	352 с
Многоблочная	242 с	244 с

Параллельная эффективность



a

a – по числу узлов

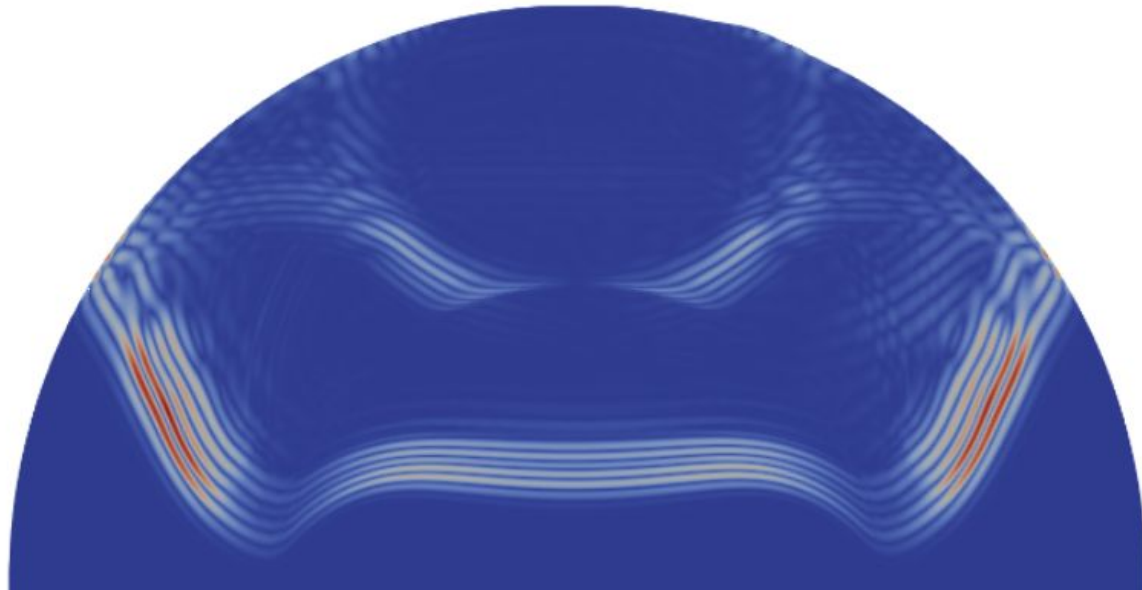


b

б – автоматическая

Сетка	По числу узлов	Автоматическая
Наложенная	≈ 21%	≈ 20%
Многоблочная	≈ 28%	≈ 27%

Пример применения: Марс



Внутренняя структура

Одномерная модель Durán (2022)

Рельеф

MEGDR, долгота 226,2°

Источник

Импульс Рикера, $f_0 = 0.2$ Гц,
глубина 30 км

Выводы

1. Многоблочная сетка эффективнее для проведения параллельных расчетов
2. Декомпозиция по числу узлов дает преимущество перед автоматической декомпозицией при большом числе ядер

Планы на будущее:

1. Распространить параллельную декомпозицию на подробные модели планет
2. Выполнить расчет в 3D
3. Динамическая балансировка ядер

Спасибо за внимание