



Суперкомпьютерные дни в России 2019



Аспектно-ориентированный язык Set@I для архитектурно-независимого программирования высокопроизводительных вычислительных систем

Левин И.И., Дордопуло А.И., Писаренко И.В., Мельников А.К.

Научно-исследовательский центр супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров

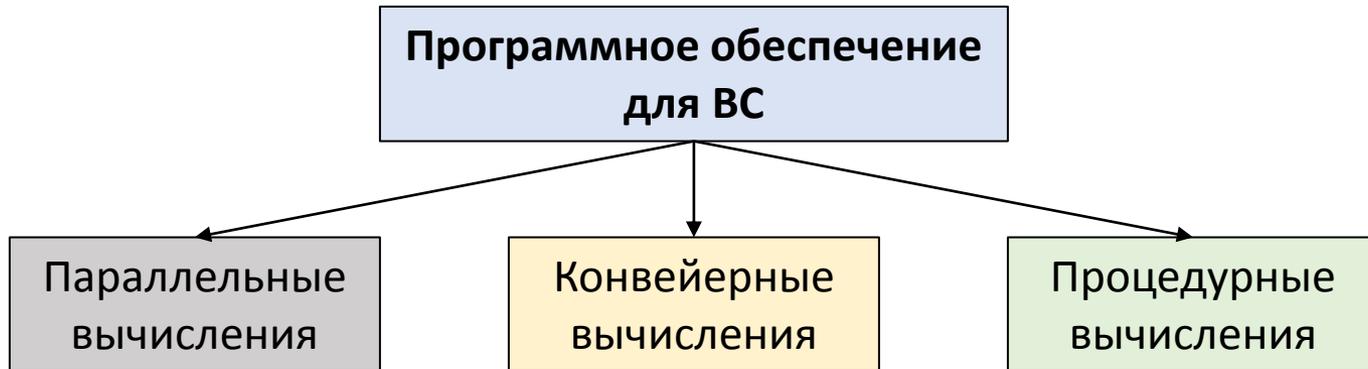
г. Таганрог, Россия

Международная конференция, 23-24 сентября 2019 г., Москва, Россия

Проблемы программирования параллельных ВС

Современные высокопроизводительные ВС характеризуются **многообразием** используемых **вычислительных архитектур**.

Одно из актуальных направлений развития – создание **гибридных** (гетерогенных) ВС, объединяющих **процессоры** и **ПЛИС**.



Ключевая проблема – **портирование** ПО между разными вычислительными архитектурами.

Существующие средства программирования высокопроизводительных ВС являются **архитектурно-специализированными**: портирование программы на другую архитектуру требует разработки нового кода на другом языке программирования.

Проблемы программирования параллельных ВС

Архитектурная специализация средств программирования ВС:

OpenMP → МП ВС с общей памятью

MPI → МП ВС с распределенной памятью

OpenACC, CUDA C, C++ AMP, ATI Stream → CPU+GPU

COLAMO → Реконфигурируемые ВС с полем ПЛИС

OpenCL → CPU+GPU, CPU+FPGA

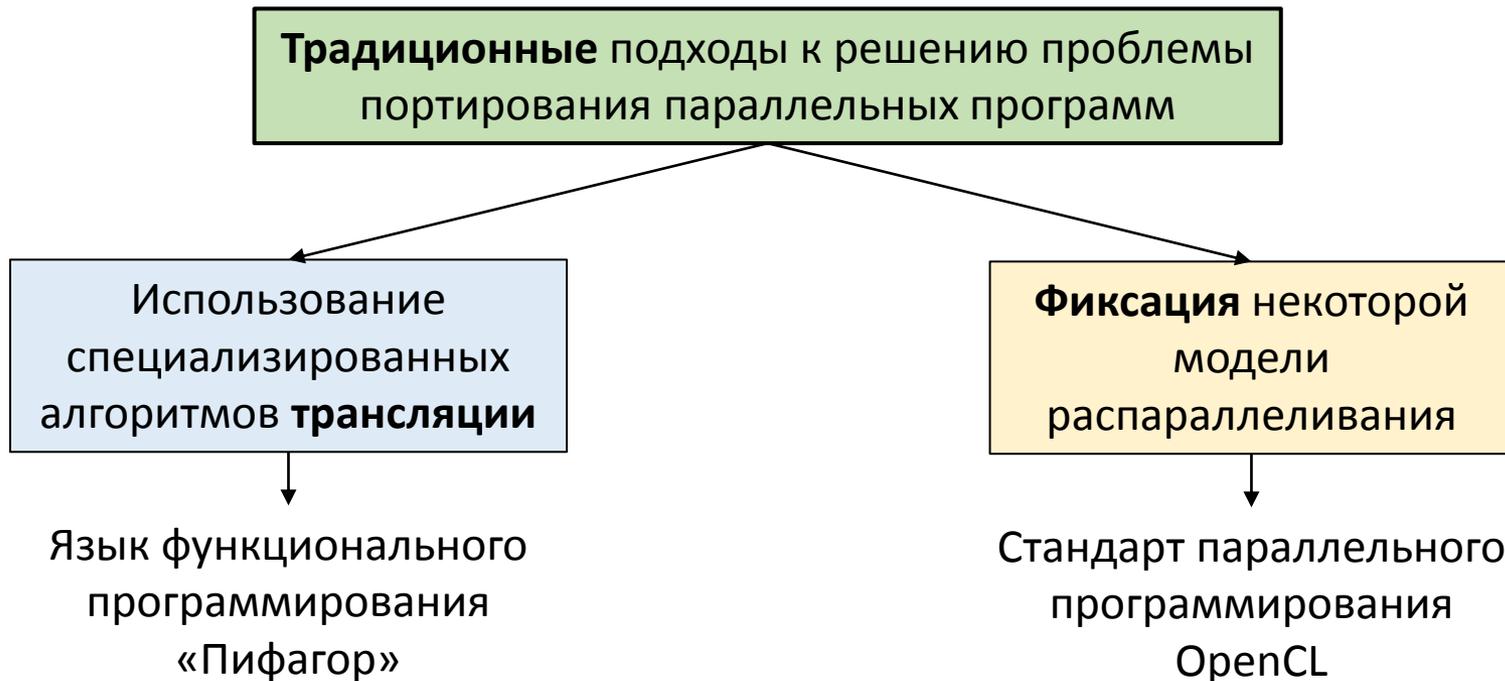
Портирование параллельных приложений:

- математическая сущность алгоритма остается неизменной;
- изменяются особенности реализации (распараллеливание, память, ...).

Архитектурные ограничения существующих языков параллельного программирования обусловлены отсутствием средств, позволяющих описывать алгоритм отдельно от деталей его реализации на ВС.

Проблемы программирования параллельных ВС

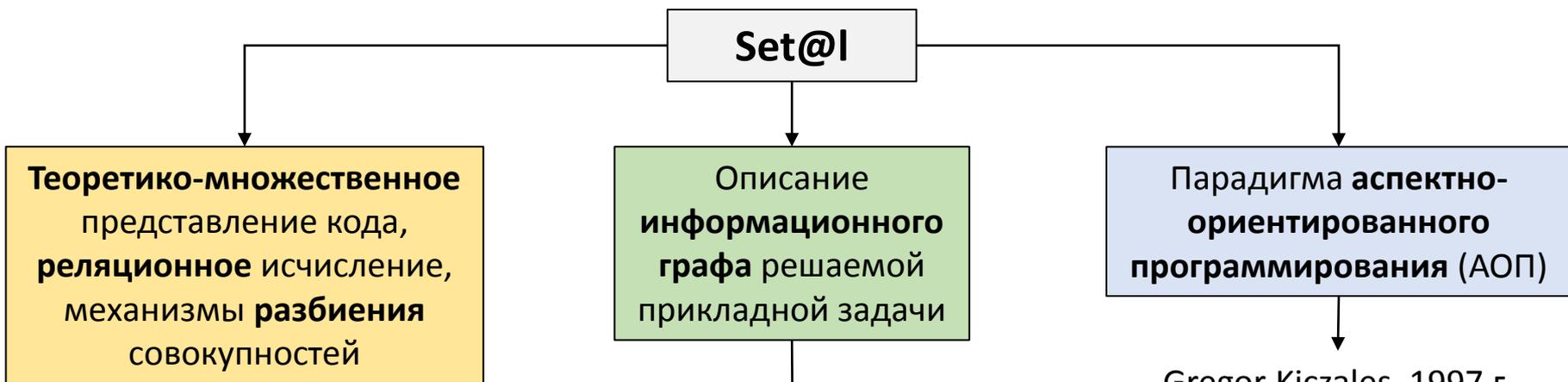
Разработанные ранее методы архитектурно-независимого параллельного программирования характеризуются существенными **недостатками**.



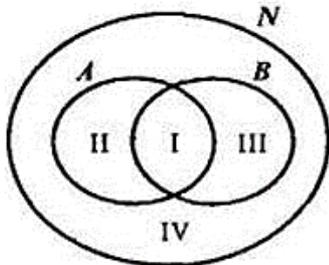
Многообразие архитектур, используемых в современных ВС, и **отсутствие** эффективных методов и средств **архитектурно-независимого** параллельного программирования обуславливают актуальность разработки **новых подходов** к решению проблемы портирования прикладного ПО.

Язык архитектурно-независимого программирования BC Set@I

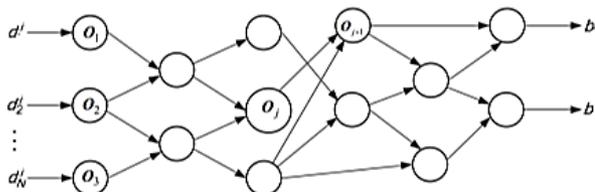
Set@I (Set Aspect-Oriented Language) – язык архитектурно-независимого программирования BC, дальнейшее развитие идей языков программирования COLAMO и SETL.



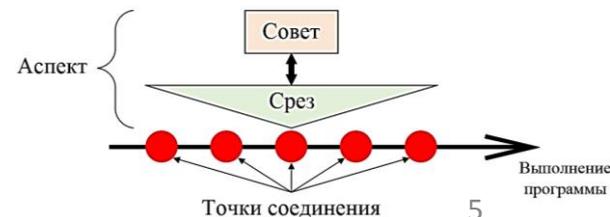
SETL (SET Language, Jacob T. Schwartz, 1960-е гг.), SETL2, SETLX



COLAMO



Gregor Kiczales, 1997 г.



Set@I и SETL

Недостатки языка SETL и других классических теоретико-множественных языков программирования:

- не предназначены для описания **параллельных вычислений** и, в сущности, являются **процедурными** языками программирования;
- оперируют только **четко заданными** совокупностями – множествами;
- не обладают **гибкостью** объектно- и аспектно-ориентированного подхода к программированию.

В отличие от языка SETL, в языке программирования Set@I используется **классификация** совокупностей **по различным критериям** – параллелизму их элементов при обработке, четкости, упорядоченности и т.д.

```
Z:={-10..10}; $ no infinite sets in SETL!  
E:={n: n in Z | n mod 2 = 0};  
print(E);
```

```
{0 2 4 6 8 10 -2 -4 -6 -8 -10}
```

```
N:={1..50};  
P:={x: x in N | forall y in {2..x-1} | x mod y /=0};  
print(P);
```

```
{1 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47}
```

Set@I и COLAMO

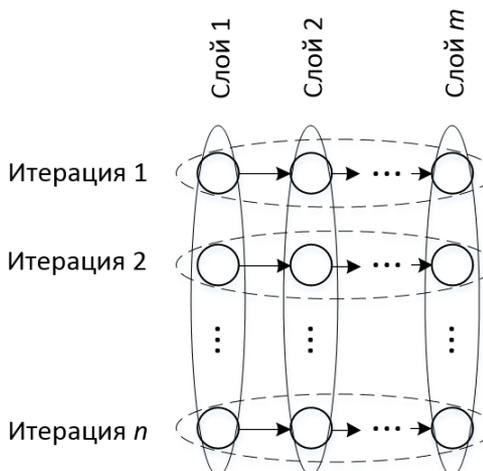
В COLAMO распараллеливание описывается в **неявной форме** путем объявления **типов доступа** к массивам (*Vector* и *Stream*) и **индексации** их элементов.

Язык COLAMO ориентирован на **структурно-процедурную** организацию вычислений, что **не позволяет** переносить описанные на нем параллельные программы **между** ВС с **различными архитектурами**.

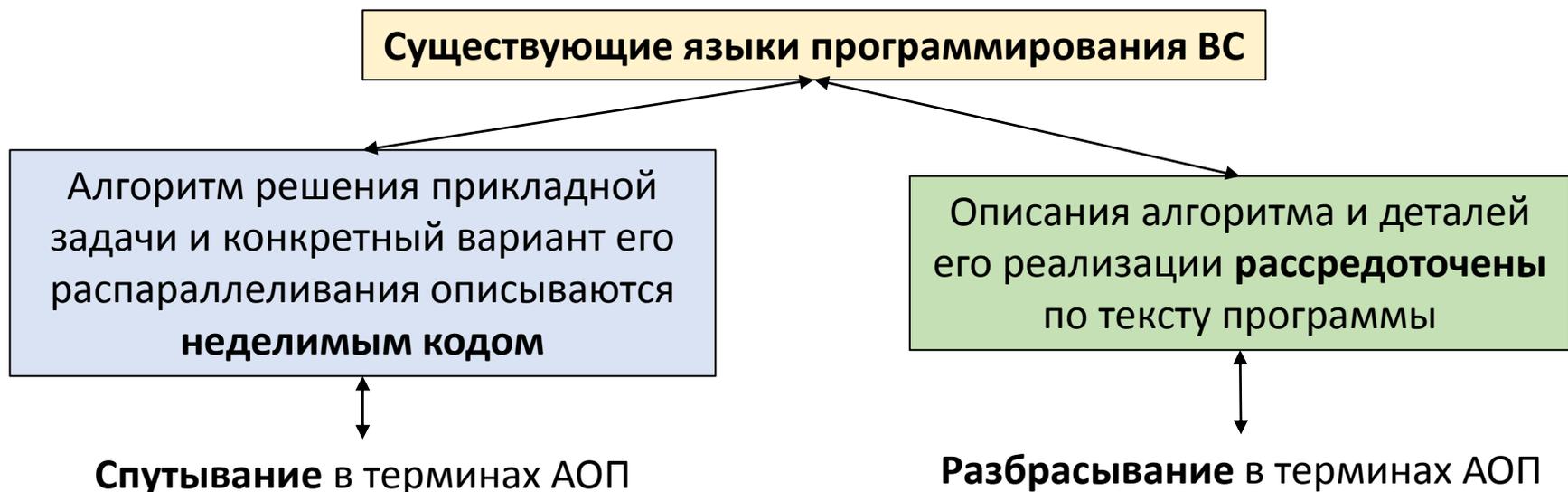
Представление **информационного графа** решаемой задачи:

- **COLAMO**: операционные вершины и массивы данных с различными типами доступа и хранения; разбиение на слои и итерации;
- **Set@I**: множества, их признаки и отношения; возможны любые типы разбиений.

```
Var a,b,c,d : Array Integer [10 : Stream] Mem;  
Var i: Number;  
Cadr ExampleMem;  
  For i := 1 To 5 Do  
    Begin  
      a[i] := b[i] · c[i] + d[i];  
    End;  
  Endcadr;
```



Аспектно-ориентированный подход к программированию ВС



Сквозная функциональность программы описывается в виде отдельных программных модулей – **аспектов**.

Исходный код содержит **разметку**, которая определяет его взаимодействие с аспектами при трансляции или исполнении.

Анализируя созданную пользователем разметку, **транслятор-препроцессор** формирует новую исполняемую программу, в которой сквозная функциональность **вплетена** в код.

Аспектно-ориентированный подход к программированию ВС

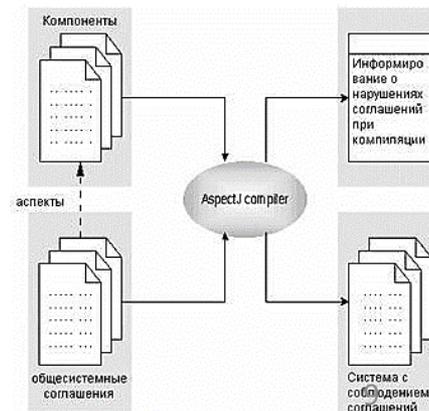
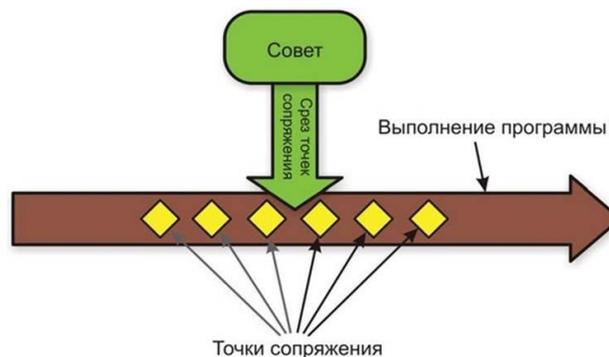
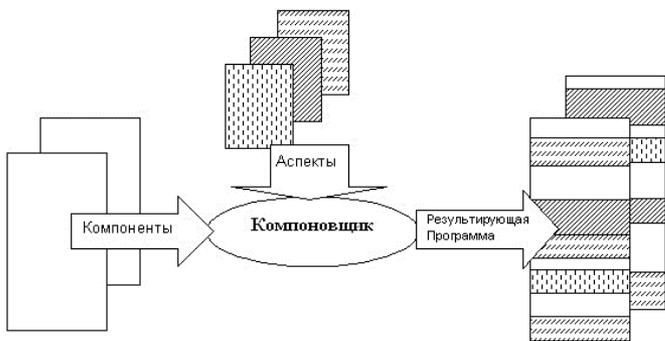
Использование технологии АОП позволяет:

- **упростить** разработку и дальнейшую поддержку ПО;
- повысить **адаптируемость** программ к различным изменениям.

Существующие языки АОП (Aspect J, Spring AOP, Aspect C++ и др.):

- являются **расширениями** процедурных языков (Java, C++ и др.);
- направлены на дальнейшее развитие **объектно-ориентированного** подхода, а не на описание **вычислительных** задач.

Для решения проблемы портирования необходим **принципиально новый язык** программирования, который обеспечит **аспектно-ориентированную декомпозицию** алгоритмов и выделение особенностей их реализации на различных архитектурах ВС в отдельные программные модули.



Исходный код и аспекты программы на языке Set@I

Программа на языке Set@I состоит из следующих модулей:

- архитектурно-независимого **исходного кода** (`program`) алгоритма решения задачи;
- системы **аспектов** (`aspect`), адаптирующих алгоритм к архитектуре и конфигурации определенной ВС.

Интерфейсный раздел (`interface`) включает:

- входные параметры (`input`);
- выходные параметры (`output`);
- неопределенные параметры (`extern`);
- ссылки на аспекты-источники и аспекты-приемники.

Исходный код

```
program (cmp1) :  
    c = a + b;  
end (cmp1) ;
```

Аспект

```
aspect (asp1) :  
    type (a) = 'par' ;  
end (asp1) ;
```

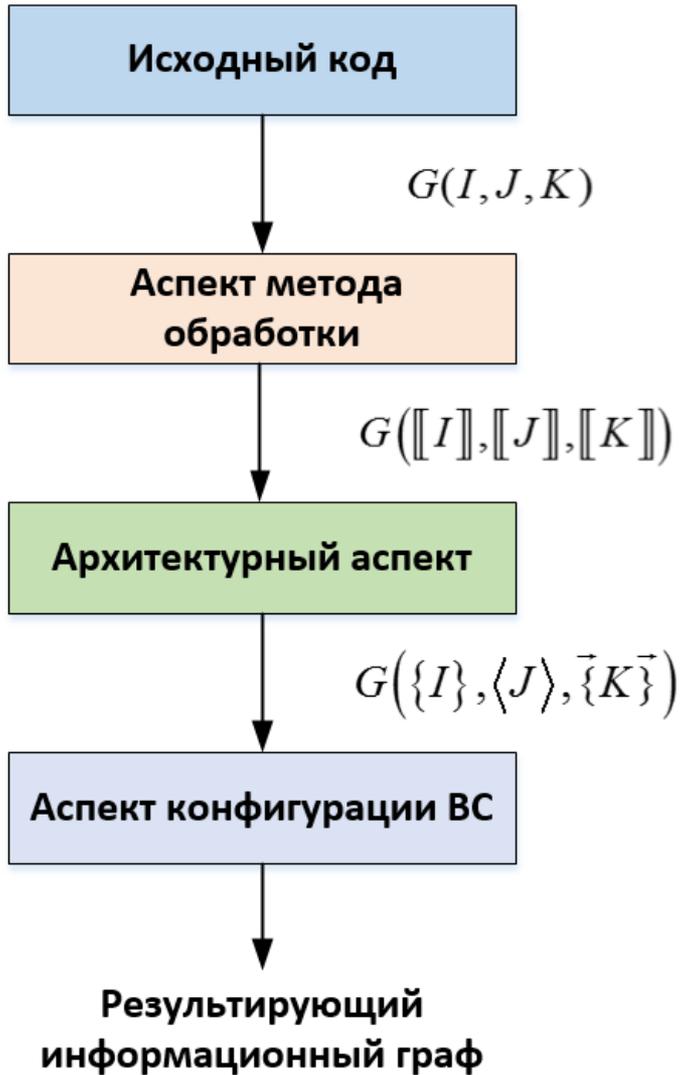
Интерфейсный раздел

```
interface ::  
    c: input (cmp1) ;  
    k: output (asp2) ;  
    d: extern ;  
end (interface) ;
```

Другие разделы

```
block1 ::  
    a = v + t*k ;  
end (block1) ;
```

Структура аспектно-ориентированной программы на языке Set@I



- **Исходный код** описывает информационный граф G как отношение между совокупностями строк, столбцов и итераций обработки матрицы I, J и K .
- **Аспект метода обработки** задает различные методы обработки матрицы, разбивая I, J и K на подмножества.
- **Архитектурный аспект** определяет метод обработки в соответствии с архитектурой ВС, описывая типизацию I, J и K и связывая параметры их разбиений с параметрами конфигурации.
- **Аспект конфигурации ВС** конкретизирует разбиения I, J и K , подставляя конкретные числовые значения параметров конфигурации.

Множества в языке Set@I

Множество – основной объект языка программирования Set@I

Объявление множества:

```
set (<имя множества>);  
set (P);    set (A, B, C);
```

Задание элементов множества:

- перечисление элементов:

```
A=set (1, 2, 4, 8, 16, 32);
```

- задание диапазона:

```
<имя множества>=<тип> (<1-й эл.>, <2-й эл.>...<последний эл.>);  
A=set (1, 3...q);    A=set (1...q);
```

- реляционные выражения:

```
<имя множества>=<тип> ( <переменная> | <предикат> );  
A=set (p | p in N and mod(p, 2)=1);  
B=set (p | p in N and mod(p, 2)=0);  
C=set (p | p in N and p>=a and p<=b);
```

Операции над множествами и их элементами

Обращение к элементам множества:

$P = \text{set}(1 \dots 15); \quad P(5) = 5; \quad P(15) = 15;$

$Q = \text{set}(A, B); \quad A = \text{set}(1 \dots 5); \quad B = \text{set}(10 \dots 50);$

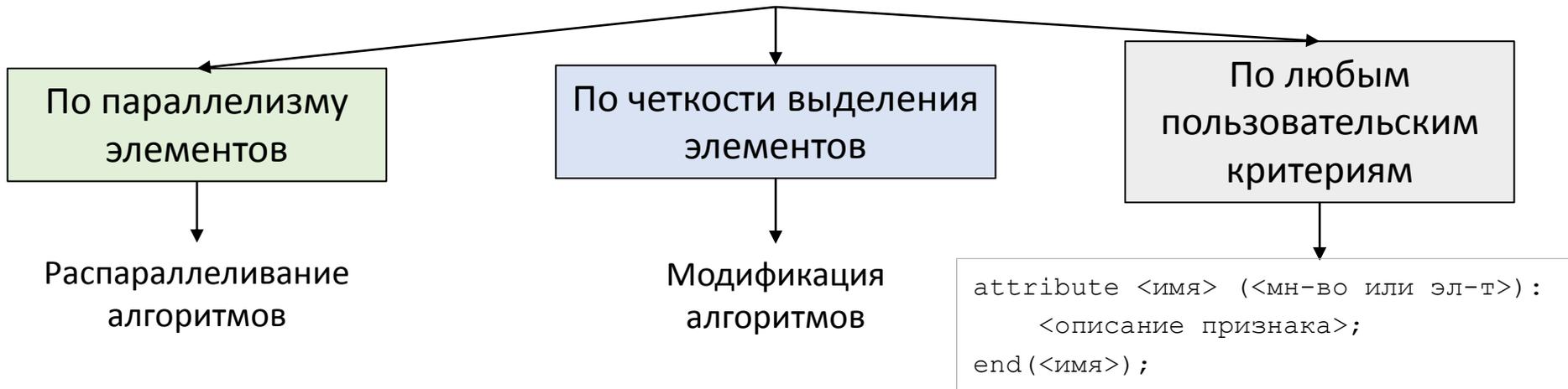
$Q(1, 2) = 2; \quad Q(2, 4) = 40;$

Операция	Формат	Операция	Формат
Квантор существования (\exists)	exists	Принадлежность ($a \in A$)	$a \text{ in } A$
Квантор всеобщности (\forall)	forall	Объединение ($A \cup B$)	$\text{union}(A, B)$
Квантор существования и единственности ($\exists!$)	exists!	Пересечение ($A \cap B$)	$\text{inter}(A, B)$
Конъюнкция ($A \& B$)	$A \text{ and } B$	Разность ($A \setminus B$)	$\text{dif}(A, B)$
Дизъюнкция ($A \vee B$)	$A \text{ or } B$	Произведение множеств ($A \times B$)	$\text{prod}(A, B)$
Инверсия ($!A$)	$\text{not } A$	Подмножество ($A \subset B$)	$\text{sub}(A, B)$

В языке Set@I аналогами циклов являются кванторы и реляционные конструкции:

```
(forall <переменная-итератор> in <множество> | <предикат>):  
    <тело цикла>;  
end(forall);
```

Типизация совокупностей в языке Set@I



Задание типа совокупности:

- при объявлении или заполнении совокупности элементами;

```
set (A); B=set (1...p);
```

- с помощью конструкции type.

```
type (<имя совокупности>) = '<тип совокупности>';
```

```
type (A) = 'set';
```

Любая совокупность в языке Set@I может иметь **несколько признаков**, классифицирующих ее по **разным** критериям.

```
{<тип 1>, <тип 2>...<тип n>} (<имя совокупности>);
```

```
{set, unordered} (A);
```

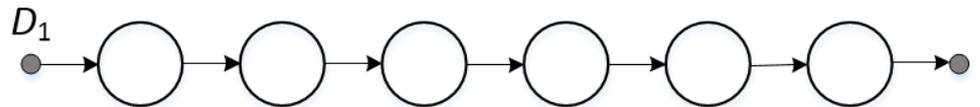
Типы совокупностей по параллелизму

Для неявного описания распараллеливания алгоритмов в языке Set@I вводится классификация совокупностей по типу параллелизма их элементов при обработке.

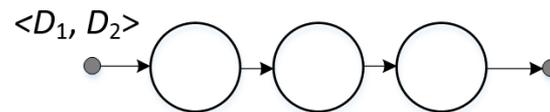
Тип совокупности	Тип обработки	Символьное обозначение	Формат описания
Множество	Параллельно-независимая	$\{1,2,\dots,p\}$	<code>par(1...p)</code>
Кортеж	Последовательная	$[1,2,\dots,p]$	<code>seq(1...p)</code>
Кортеж-конвейер	Конвейерная	$\langle 1,2,\dots,p \rangle$	<code>pipe(1...p)</code>
Множество обработки по итерациям	Параллельно-зависимая	$\vec{\{1,2,\dots,p\}}$	<code>conc(1...p)</code>
Неопределенный	Тип определяется в другом аспекте	$[[1,2,\dots,p]]$	<code>imp(1...p)</code>

$$G = [[G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6]];$$

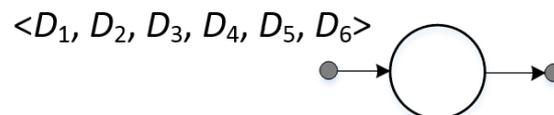
$$G = \vec{\{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6\}};$$



$$G = \langle \vec{\{G_1, G_2, G_3\}}, \vec{\{G_4, G_5, G_6\}} \rangle;$$



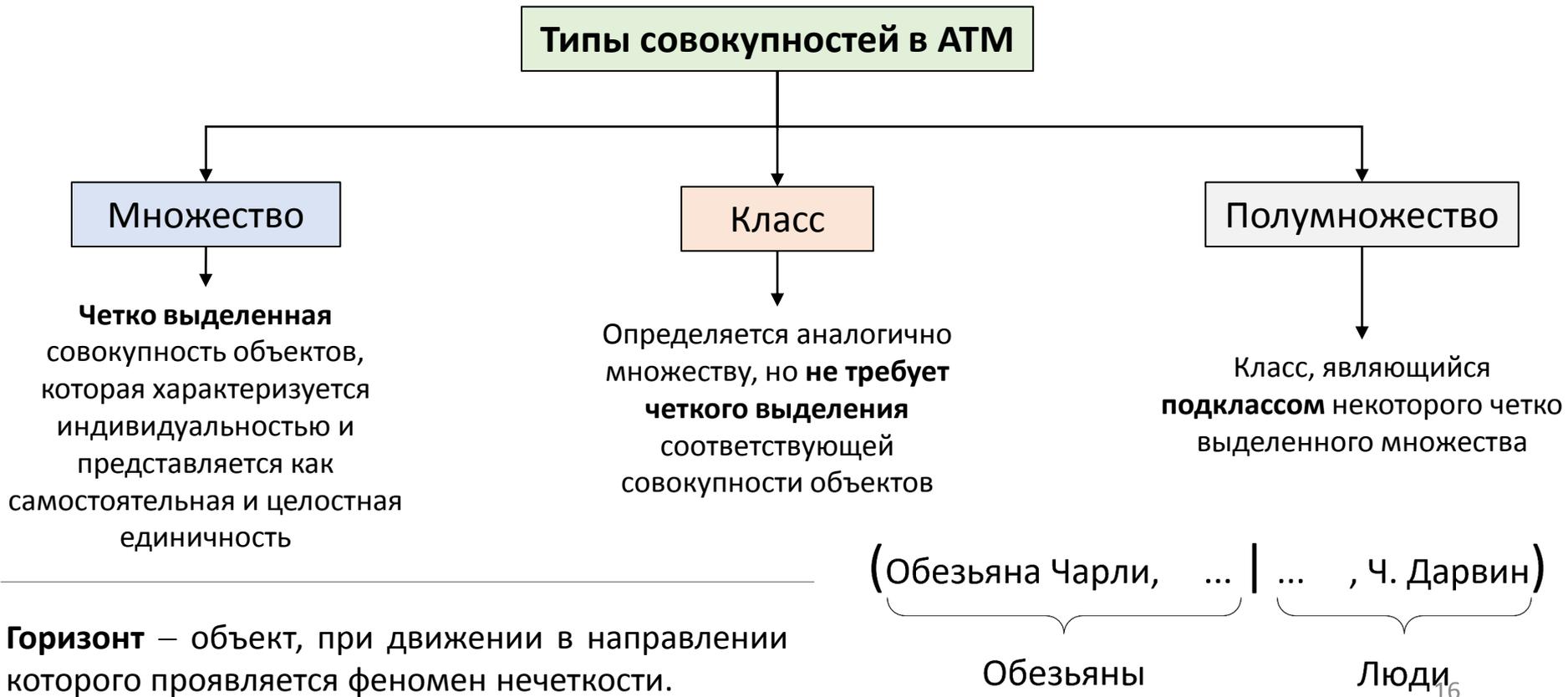
$$G = \langle G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6 \rangle;$$



Нечеткие совокупности в языке Set@I

Если аспекты **изменяют** алгоритм в процессе архитектурной адаптации, то некоторые совокупности **выделены нечетко** и не являются множествами, поэтому их невозможно описать на языке теории множеств **Кантора-Больцано**.

В языке Set@I используется **классификация** совокупностей по четкости выделения их элементов в соответствии с **альтернативной теорией множеств** П. Вopenка.



Нечеткие совокупности в языке Set@I

Тип совокупности	Описание	Символьное обозначение	Ключевое слово
Множество	Четко выделенная совокупность элементов	{ }	set
Полумножество	Нечетко выделенная совокупность элементов	{ ? ? } { ? ¿ }	sm
Класс	Совокупность, тип которой не может быть определен однозначно	? ¿	cls

Класс – наиболее общий и универсальный тип совокупностей в языке Set@I.

```
cls(<имя класса>);  
typing(<имя класса>) : '<тип 1>' or '<тип 2>';
```

Доопределение в одном из аспектов позволяет конкретизировать **тип** и **заполнение** класса при трансляции.

Рассмотренная классификация совокупностей по четкости выделения элементов позволяет описывать разные способы реализации одного и того же алгоритма в **единой** аспектно-ориентированной программе.

Прямой ход метода Гаусса. Исходный код

```
(1) program(Gauss_forward):
```

а (<итерация>, <строка>, <столбец>)

```
(2) interface::
```

```
(3)   G,n,m,p: output(processing,architecture);
```

```
(4) end(interface);
```

```
(5) data preparation::
```

```
(6)   n=<число строк в матрице>;
```

```
(7)   I=set(1...n); J=set(1...n+1); K=set(1...n);
```

```
(10)   a(1,*,*)=<ввод исходной расширенной матрицы
```

```
СЛАУ>;
```

```
(13) end(data preparation);
```

```
(14) graph description::
```

```
(15)   {graph,imp} (G);
```

```
(16)   attribute N1 (element(k), element(i), element(j)):
```

```
(17)     a(k+1,i,j)=a(k,i,j)-a(k,i,k)/a(k,k,k)*a(k,k,j);
```

```
(18)   end(N1);
```

```
(19)   attribute N2 (element(k), element(i), element(j)):
```

```
(20)     a(k+1,i,j)=a(k,i,j);
```

```
(21)   end(N2);
```

```
(22)   (forall k in K):
```

```
(23)     (forall (i,j) in prod(I,J) | i>=k+1):
```

```
(24)       G(k,i,j)=N1(k,i,j);
```

```
(25)     end(forall);
```

```
(26)     (forall (i,j) in prod(I,J) | i<k+1):
```

```
(27)       G(k,i,j)=N2(k,i,j);
```

```
(28)     end(forall);
```

```
(29)   end(forall);
```

```
(30) end(graph description);
```

```
(31) 1(G) f(1) 1);
```

I, J, K

Признаки
 N_1, N_2

$G = R(N_1, N_2, I, J, K)$

LU-разложение. Исходный код

```
(1) int(n)=<size of matrix>;
(2) K=set(1...n-1); // множество номеров итераций;
(3) I=set(1...n); // множество номеров строк;
(4) J=set(1...n); // множество номеров столбцов;
(5) set(a); // матрица СЛАУ;
(6) {graph, imp} (G); // информационный граф алгоритма;
(7) (forall i in I and j in J):
(8) a(1,i,j)=a_init(i,j); // загрузка исходной матрицы;
(9) end(forall);
```

Исходные
данные

```
(10) attribute LU_iter(element(k),set(s1),set(s2)) :
(11) (forall i in s1 and j in s2 | i<=k or (i>k and j<k)) :
(12) a(k+1,i,j)=a(k,i,j);
(13) end(forall);
(14) (forall i in s1 | i>k):
(15) a(k+1,i,k)=a(k,i,k)/a(k,k,k);
(16) (forall j in s2 | j>k):
(17) a(k+1,i,j)=a(k,i,j)-a(k+1,i,k)*a(k,k,j);
(18) end(forall);
(19) end(forall);
(20) end(LU_iter);
```

Описание
операционных
вершин графа

```
(21) (forall k in K):
(22) G(k)=LU_iter(k,I,J);
(23) end(forall);
```

Формирование полного
информационного графа

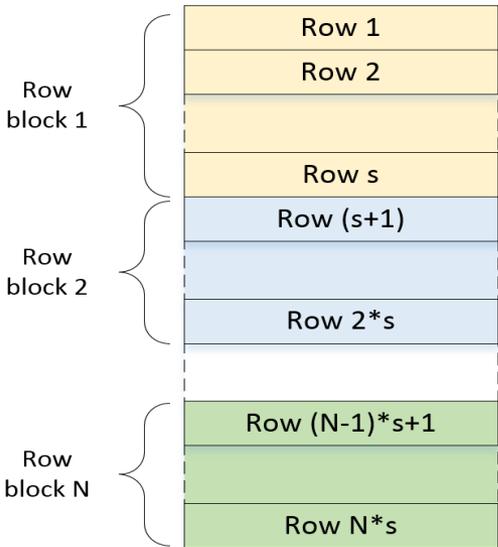
Прямой ход метода Гаусса, LU-разложение. Аспект метода обработки

```
(1) aspect(processing):
(2)   interface::
(3)     s,N,c,M,ni,T: input(architecture);
(4)     G,n,m,p: input(Gauss_forward);
(5)   end(interface);
(6) set partition::
```

Разбиение G

1. Обработка по строкам

```
(7)   (forall k in K):
(8)     R(k,i) = (G(k,i,j) | j in J); // i-я строка;
(9)     RB(k,p) = imp(R(k,i) | i in ((p-1)*s+1...p*s)); // p-й блок строк;
(10)    GR(k) = imp(RB(k,p) | p in (1...N)); // подграф из строк;
(11)  end(forall);
```



$$GR_k = \left[\left[\underbrace{R_{k,1} \dots R_{k,s}}_{RB(k,1)}, \underbrace{R_{k,s+1} \dots R_{k,2*s}}_{RB(k,2)}, \dots, \underbrace{R_{k,(N-1)*s+1} \dots R_{k,N*s}}_{RB(k,N)} \right] \right];$$

```
// s - число строк в блоке;
// n - число строк в обрабатываемой матрице;
// N=n/s - число блоков строк в матрице;
```

$$s = 1: GR_k = \left[\left[R_{k,1} \right], \left[R_{k,2} \right], \dots, \left[R_{k,n} \right] \right];$$

$$s = 2: GR_k = \left[\left[R_{k,1}, R_{k,2} \right], \left[R_{k,3}, R_{k,4} \right], \dots, \left[R_{k,n-1}, R_{k,n} \right] \right];$$

$$s = n: GR_k = \left[\left[R_{k,1}, R_{k,2}, \dots, R_{k,n-1}, R_{k,n} \right] \right];$$

Прямой ход метода Гаусса, LU-разложение. Аспект метода обработки

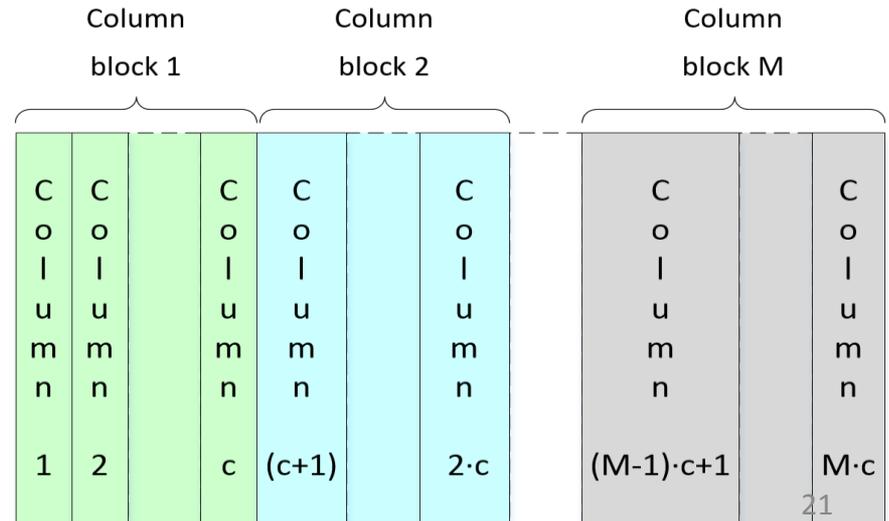
2. Обработка по столбцам

```

(12)  (forall k in K):
(13)    C(k,j)=(G(k,i,j) | i in I);           // j-й столбец;
(14)    CB(k,q)=imp(C(k,j) | j in ((q-1)*c+1...q*c)); // q-й блок столбцов;
(15)    GC(k)=imp(CB(k,q) | q in (1...M));    // подграф из столбцов;
(16)  end(forall);
    
```

$$GC_k = \left[\left[\underbrace{C_{k,1} \dots C_{k,c}}_{CB(k,1)}, \underbrace{C_{k,c+1} \dots C_{k,2*c}}_{CB(k,2)}, \dots, \underbrace{C_{k,(M-1)*c+1} \dots C_{k,M*c}}_{CB(k,M)} \right] \right];$$

// c - число столбцов в блоке;
 // m - число столбцов в матрице;
 // M=m/c - число блоков столбцов в матрице;



Прямой ход метода Гаусса, LU-разложение. Аспект метода обработки

3. Обработка по итерациям

(17) $I(k) = (G(k, i, j) \mid i \text{ in } I \text{ and } j \text{ in } J);$ // k-я итерация;

(18) $IB(l) = \text{imp}(I(k) \mid k \text{ in } ((l-1) \cdot n_i + 1 \dots l \cdot n_i));$ // l-й блок итераций;

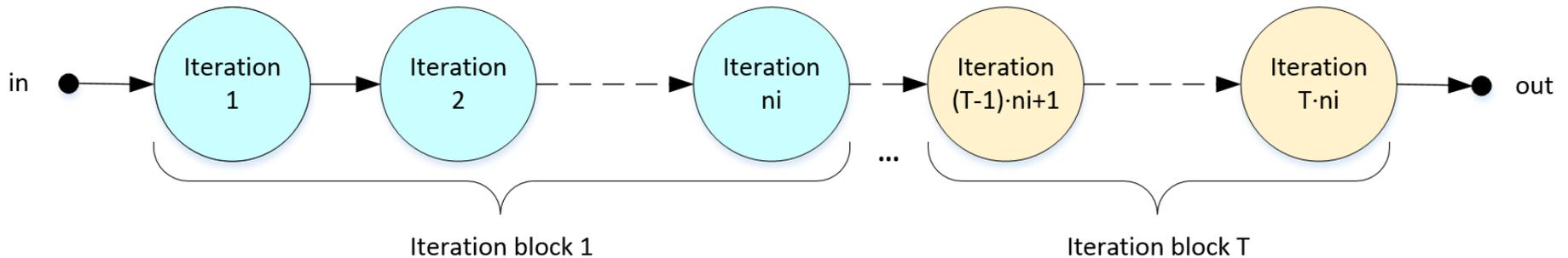
(19) $GI = \text{imp}(IB(l) \mid l \text{ in } (1 \dots T));$ // граф из итераций;

$$GI = \left[\left[\underbrace{[I_1 \dots I_{n_i}]}_{IB(1)}, \underbrace{[I_{n_i+1} \dots I_{2 \cdot n_i}]}_{IB(2)}, \dots, \underbrace{[I_{(T-1) \cdot n_i + 1} \dots I_{T \cdot n_i}]}_{IB(M)} \right] \right];$$

// n_i - число итераций в блоке;

// p - общее число итераций, необходимых для обработки матрицы;

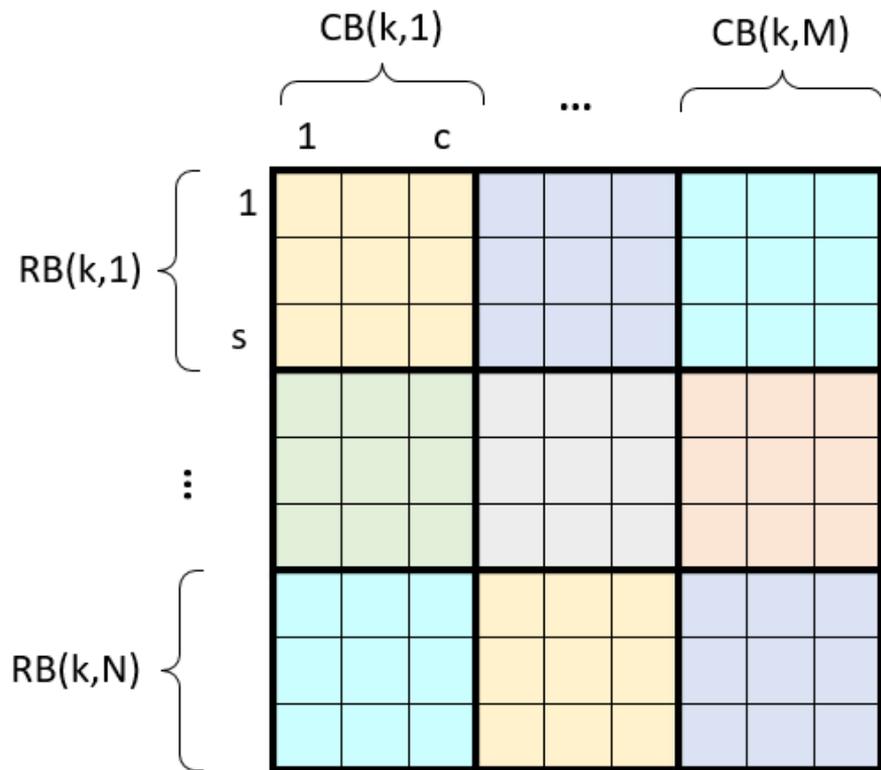
// $T = p/n_i$ - число блоков итераций;



Прямой ход метода Гаусса, LU-разложение. Аспект метода обработки

4. Обработка по клеткам

Разбиение на **строки** + разбиение на **столбцы**



// $RB(k, i)$ - i -й блок строк;

// $CB(k, j)$ - j -й блок столбцов;

// s - число строк в клетке;

// c - число столбцов в клетке;

// n - число строк в матрице;

// m - число столбцов в матрице;

// $N=n/s$ - число клеток по строкам;

// $M=m/c$ - число клеток по столбцам;

Прямой ход метода Гаусса, LU-разложение

Архитектурный аспект

Архитектурный аспект задает **типизацию** совокупностей и связывает параметры их **разбиений** с соответствующими архитектуре параметрами **конфигурации** ВС

- (1) `aspect(architecture):`
- (2) `interface:`
- (3) `GR,GC,GI: input(processing);`
- (4) `R,R0,K_krp,q1,q2,architecture_type: input(configuration);`
- (5) `G:n,m,p: input(Gauss_forward);`
- (6) `G: output(Gauss_forward);`
- (7) `end(interface);`

РВС

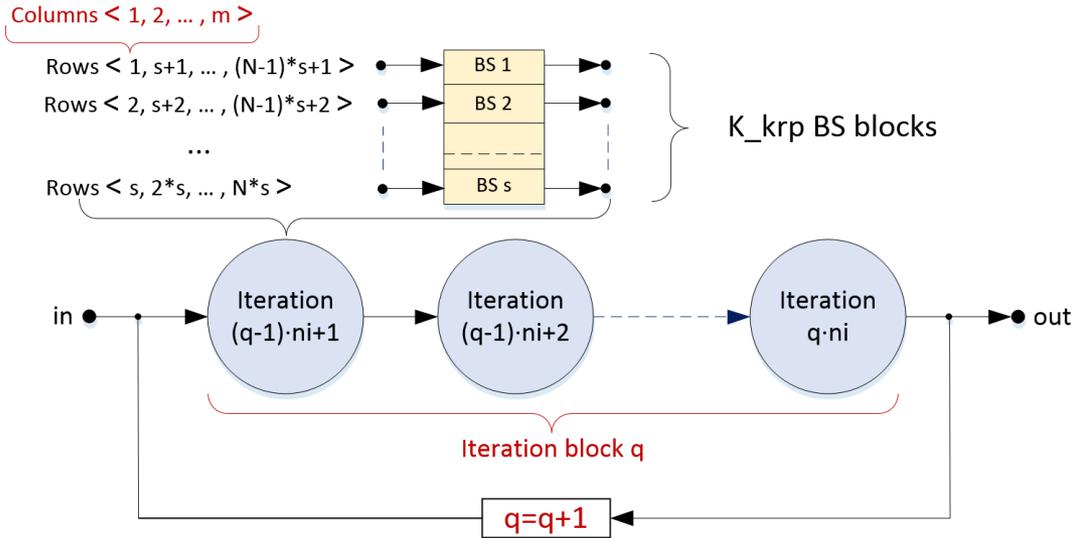
→ Распараллеливание по строкам/итерациям в зависимости от числа КРП и доступного вычислительного ресурса

Мультипроцессорная ВС

→ Распараллеливание по клеткам в зависимости от числа процессоров

Прямой ход метода Гаусса, LU-разложение. Архитектурный аспект

1. ВС с реконфигурируемой архитектурой



// Строки:

(8) s=K_krp;

(9) N=n/s;

(10) **type**(RB(k,p))='par' ;

(11) **type**(GR(k))='pipe' ;

// Столбцы:

(12) c=m;

(13) M=1;

(14) **type**(CB(k,q))=' pipe' ;

(15) **type**(GC(k))=' pipe' ;

// Итерации:

(16) ni=min(p, floor(R/s/RO));

(17) T=p/ni;

(18) **type**(IB(1))=' conc' ;

(19) **type**(GI)=' pipe' ;

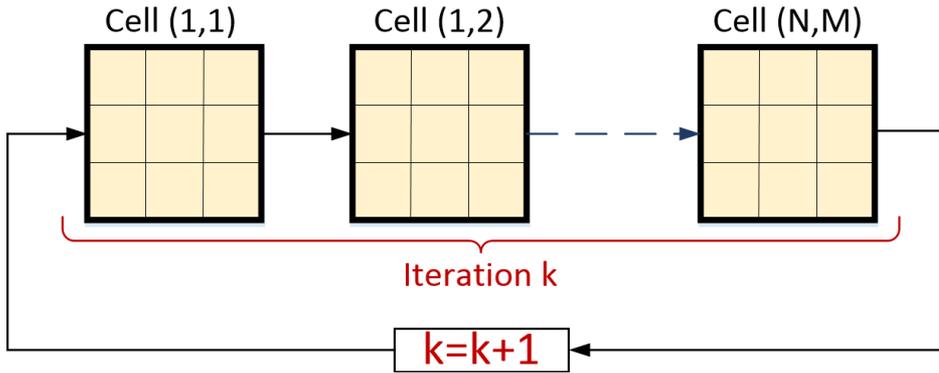
$$GR_k = \left\langle \left\{ R_{k,1} \dots R_{k,s} \right\}, \dots, \left\{ R_{k,(N-1)*s+1} \dots R_{k,N*s} \right\} \right\rangle;$$

$$GC_k = \langle C_1, C_2, \dots, C_m \rangle;$$

$$GI = \left\langle \left\{ \vec{I}_1 \dots \vec{I}_{ni} \right\}, \left\{ \vec{I}_{ni+1} \dots \vec{I}_{2*ni} \right\}, \dots, \left\{ \vec{I}_{(T-1)*ni+1} \dots \vec{I}_{T*ni} \right\} \right\rangle;$$

- Распараллеливание **по строкам** в зависимости от числа **каналов КРП** (метод Гаусса), **конвейерная обработка строк** (LU-разложение)
- **Столбцы** обрабатываются **конвейерно**
- Распараллеливание **по итерациям** определяется доступным **вычислительным ресурсом**

2. Мультипроцессорная ВС



Cell (i,j)

	1	c
1	P(1,1)	P(1,q2)
s	P(q1,1)	P(q1,q2)

$$GR_k = \left[\left\{ R_{k,1} \dots R_{k,s} \right\}, \dots, \left\{ R_{k,(N-1)*s+1} \dots R_{k,N*s} \right\} \right];$$

$$GC_k = \left[\left\{ C_{k,1} \dots C_{k,c} \right\}, \dots, \left\{ C_{k,(M-1)*c+1} \dots C_{k,M*c} \right\} \right];$$

$$GI = \left[I_1, I_2, \dots, I_p \right];$$

```
// Строки:
(8) s=q1;
(9) N=n/s;
(10) type(RB(k,p))='par';
(11) type(GR(k))='seq';
```

```
// Столбцы:
(12) c=q2;
(13) M=m/c;
(14) type(CB(k,q))='par';
(15) type(GC(k))='seq';
```

```
// Итерации:
(16) ni=p;
(17) T=1;
(18) type(IB(1))='seq';
(19) type(GI)='seq';
```

- Распараллеливание **по клеткам** в зависимости от **числа процессоров** в МП ВС
- Итерации реализуются **последовательно**

Прямой ход метода Гаусса, LU-разложение. Аспект конфигурации ВС

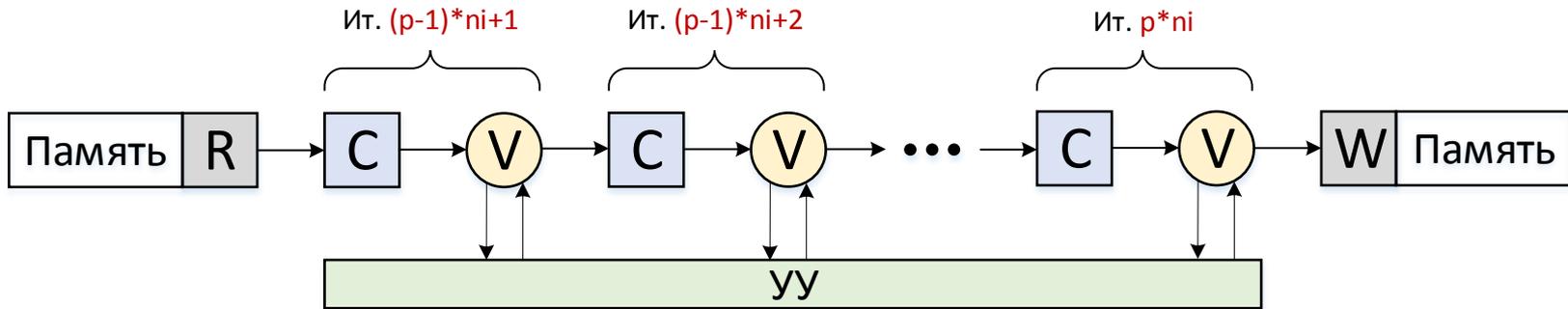
Данный аспект определяет числовые значения **параметров конфигурации ВС**.

- (1) `aspect(configuration):`
- (2) `interface:`
- (3) `R,R0,K_krp,q1,q2,architecture_type: output(architecture);`
- (4) `end(interface);`
- (5) `architecture_type=<тип архитектуры ВС>;`
- (6) `case(architecture_type=' RCS'):`
- (7) `R=<доступный вычислительный ресурс>;`
- (8) `R0=<выч. ресурс, необходимый для`
 `реализации минимального`
 `базового подграфа>;`
- (9) `K_krp=<количество КРП в РВС>;`
- (10) `end(case);`
- (11) `case(architecture_type=' MP'):`
- (12) `q1=<размерность матрицы процессоров по`
 `строкам>;`
- (13) `q2=<размерность матрицы процессоров по`
 `столбцам>;`
- (14) `end(case);`

Метод Якоби. Способы реализации

Способы реализации алгоритма решения СЛАУ методом Якоби на РВС:

1. Проверка условия завершения вычислений на каждой итерации



C и V – блоки **пересчета** и **проверки** условия завершения вычислений $err \leq \delta$.

K – совокупность **номеров итераций** алгоритма.

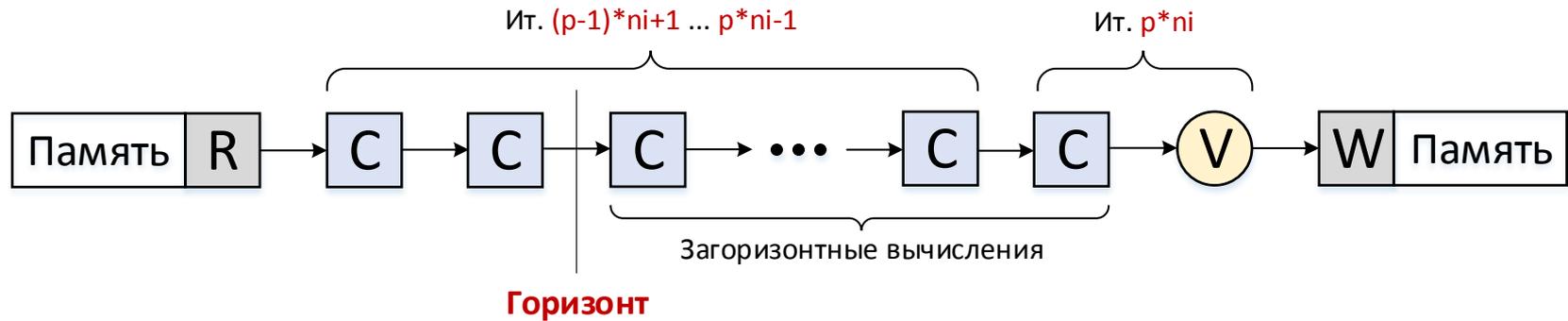
K – **множество**, так как известны его первый элемент, принцип заполнения и номер последней итерации I_m , который неизвестен заранее, но четко определяется условием завершения вычислений.

$$K = \text{set} \left(k \mid k \in \mathbb{N} \ \& \ (k = 1 \ \text{or} \ err(k-1) > \delta) \right);$$

$$K = \left\langle \vec{\{1 \dots ni\}}, \vec{\{ni+1 \dots 2 \cdot ni\}}, \dots, \vec{\{(T-1) \cdot ni+1 \dots I_m\}} \right\rangle;$$

Метод Якоби. Способы реализации

2. Проверка условия завершения вычислений после нескольких итераций пересчета



$$K^* = \left\langle \{ \vec{1} \dots ni \}, \{ ni + 1 \dots 2 \cdot ni \}, \dots, \{ (T - 1) \cdot ni + 1 \dots T \cdot ni \} \right\rangle;$$

Множества K и K^* описывают один и тот же математический объект только в том случае, когда условие выполняется на итерации с номером $T \cdot ni$.

$$K^* = K \cup K_{\text{заг}}$$

С точки зрения АТМ совокупность K является **полумножеством** – классом, связанным с K^* отношением включения.

$$K_{\text{sub}}^*(k) = \text{set} \left(k_1 \dots k_2 \mid k_1 = (k - 1) \cdot ni + 1 \ \& \ k_2 = k \cdot ni \right);$$

$$K^* = \text{set} \left(K_{\text{sub}}^*(k) \mid k \in \mathbb{N} \ \& \ (k = 1 \ \text{or} \ \text{err}((k - 1) \cdot ni) > \delta) \right);$$

$$\text{sm}(K) \subseteq \text{set}(K^*);$$

Заключение

Использование языка Set@I открывает **принципиально новые возможности** для оперативного портирования сложных программных комплексов между ВС с различными архитектурами, в том числе **гибридными** и **реконфигурируемыми**.

Программирование на языке Set@I:

- **Исходный код** описывает информационный граф решаемой задачи в архитектурно-независимой форме в виде совокупностей, их признаков и отношений между ними.
- Подключая те или иные **аспекты**, возможно описать любые преобразования исходного кода и задать множество вариантов реализации алгоритма на разных архитектурах и конфигурациях ВС.
- Аспекты архитектуры и разбиения множеств могут быть **обобщены** для широкого класса прикладных задач.
- Для некоторых задач возможно описать переход между **разными алгоритмами** их решения в одной аспектно-ориентированной программе.

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!

**Если остались вопросы:
dordopulo@superevm.ru**