

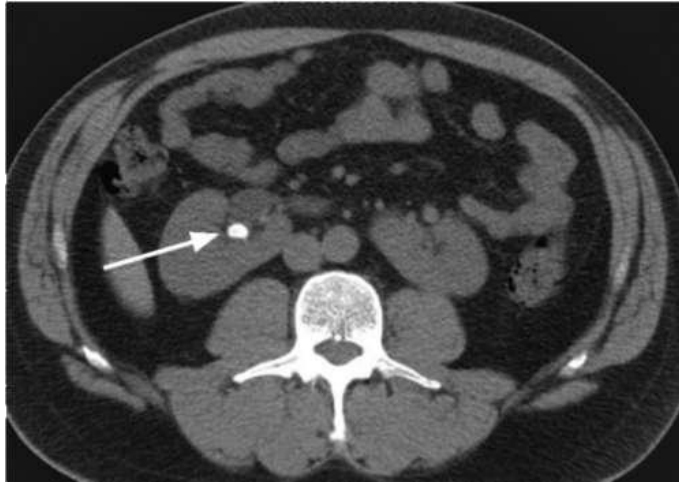
# Parallel implementation of the seismic sources recovery in randomly heterogeneous media

**G. Reshetova\* , V. Koinov**

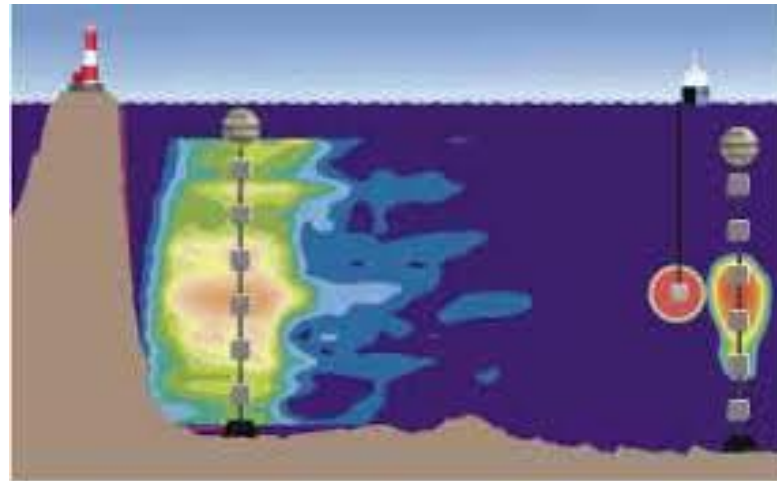
Institute of Computational Mathematics and  
Mathematical Geophysics SB RAS,  
Novosibirsk State University

- Введение
- Математическая формулировка проблемы
- Метод решения
- Параллельная реализация
- Заключение и планы

Рассматривается задача восстановления положений источников в случайно-неоднородных средах.



Медицина, ткани человека

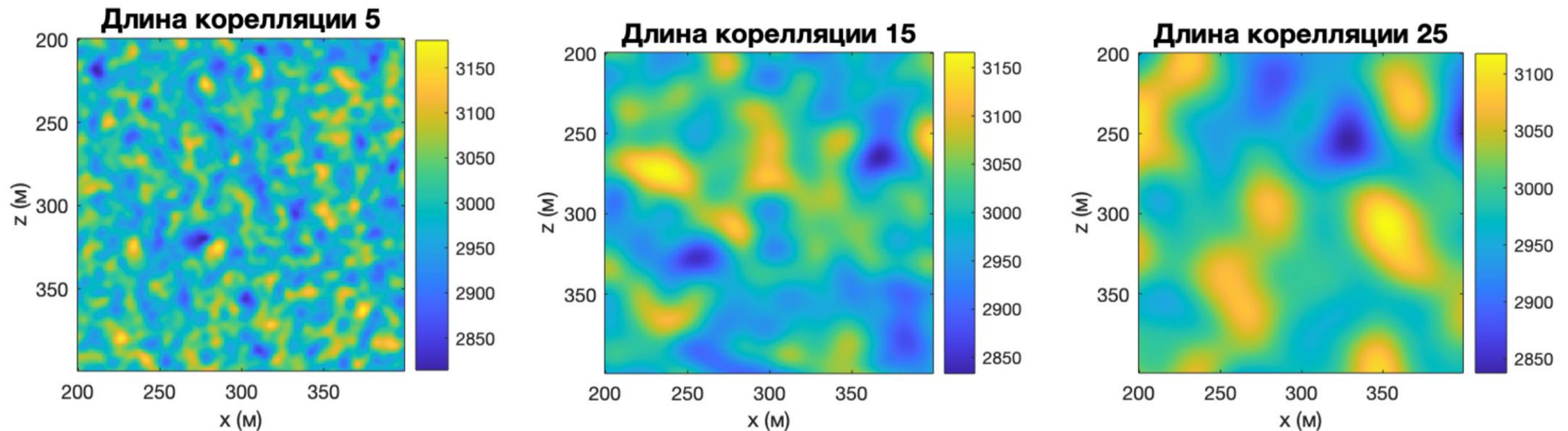


Безопасность



Геофизика

- Случайно-неоднородная среда характеризуется длиной корреляции и среднеквадратичным отклонением.
- Для моделирования среды использовался метод, основанный на спектральном представлении случайных полей\*.

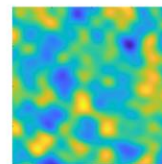


Зависимость моделируемой среды от длины корреляции.

## Шаги алгоритма

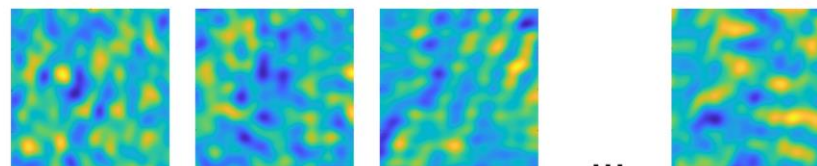
- Имеем сейсмограмму на свободной поверхности от источника внутри исходной модели.
- Моделирование скоростных моделей случайно-неоднородных сред со статистическими параметрами исходной среды. Применение метода зеркального обращения времени (TRM) для каждой модели.
- Восстановление местоположения источника в исходной модели, используя результаты моделирования на втором этапе, применяя различные методы.

### Прямая задача



Исходная модель

### Обратная задача



Статистически  
идентичные  
реализации

### Восстановление источника

Сембланс

Центр масс

Суммирование

## Динамическая теория упругости

Система уравнений динамической теории упругости задается гиперболической системой дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = \mu \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} = \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} + (\lambda + \mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + F_{zz}$$

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} = (\lambda + \mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} + F_{xx}$$

Параметры Ламе выражаются через скорости продольной (Р-волны) и поперечной волны (S-волны):

$$\lambda = \rho \left( V_p^2 - 2V_s^2 \right)$$

$$\mu = \rho V_s^2$$

## Конечно-разностная схема

- Сначала обновляются скорости от временных полупериодов  $k - 1/2$  до  $k + 1/2$  :

$$U_{i+1/2,j}^{k+1/2} = U_{i+1/2,j}^{k-1/2} + b_{i+1/2,j} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \Sigma_{i+1,j}^k - \Sigma_{i,j}^k \right) + b_{i+1/2,j} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( \Lambda_{i+1/2,j+1/2}^k - \Lambda_{i+1/2,j-1/2}^k \right)$$

$$V_{i,j+1/2}^{k+1/2} = V_{i,j+1/2}^{k-1/2} + b_{i,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \Lambda_{i+1/2,j+1/2}^k - \Lambda_{i-1/2,j+1/2}^k \right) + b_{i,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( T_{i,j+1}^k - T_{i,j}^k \right)$$

- Затем обновляются напряжения от временного шага  $k$  до  $k + 1$ :

$$\Sigma_{i,j}^{k+1} = \Sigma_{i,j}^k + (\lambda + 2\mu)_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( U_{i+1/2,j}^{k+1/2} - U_{i-1/2,j}^{k+1/2} \right) + \lambda_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( V_{i,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j-1/2}^{k+1/2} \right)$$

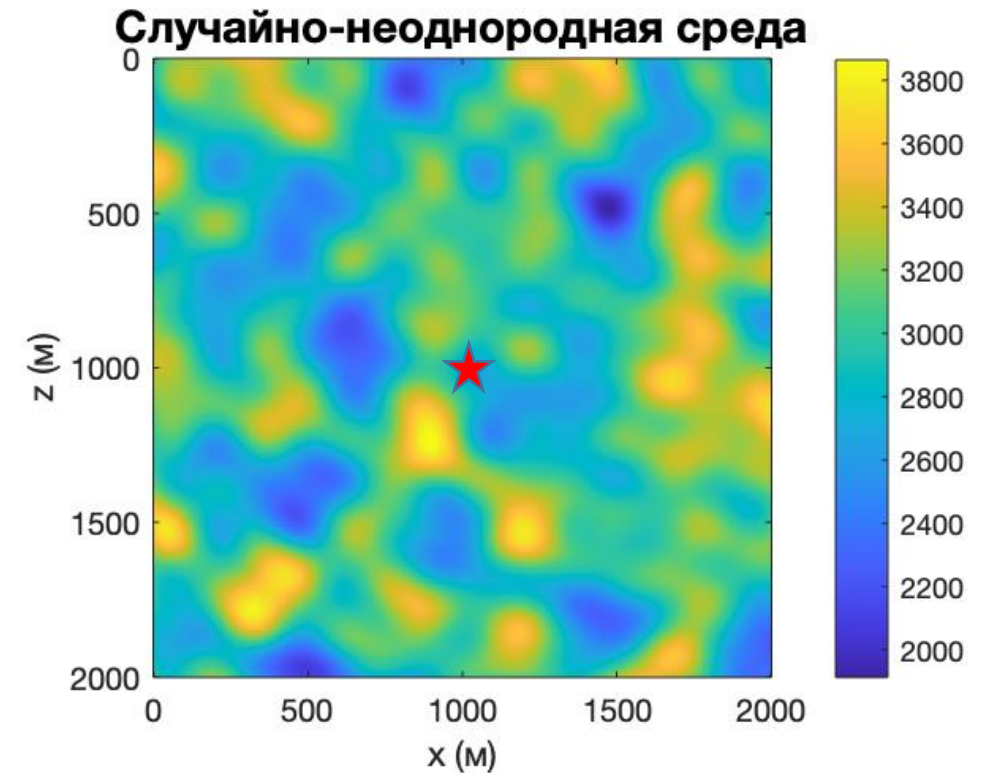
$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^k + (\lambda + 2\mu)_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( V_{i,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j-1/2}^{k+1/2} \right) + \lambda_{i,j} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( U_{i+1/2,j}^{k+1/2} - U_{i-1/2,j}^{k+1/2} \right)$$

$$\Lambda_{i+1/2,j+1/2}^{k+1} = \Lambda_{i+1/2,j+1/2}^k + \mu_{i+1/2,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( V_{i+1/2,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j+1/2}^{k+1/2} \right) + \mu_{i+1/2,j+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left( U_{i+1/2,j+1}^{k+1/2} - U_{i+1/2,j}^{k+1/2} \right)$$



## Параметры модели

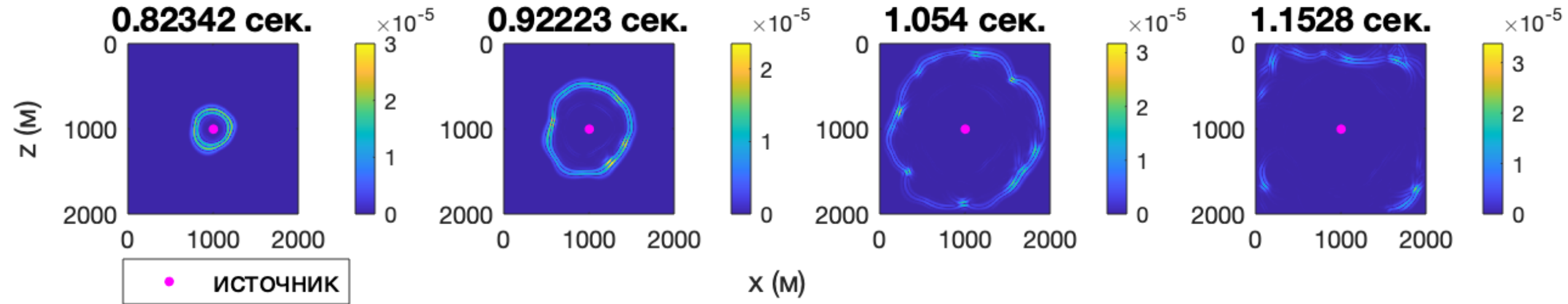
- Средние скорости:  $V_p = 3000$  м/с,  $V_s = V_p/\sqrt{3}$
- Плотность  $\rho = 2000$  кг/м<sup>3</sup>
- Корреляционная длина 30 м
- Стандартное отклонение 10%
  
- Размер области 2000 × 2000 м
- Шаг конечно-разностной сетки 4 м
  
- Источник задан как вейвлет Рикера типа центра расширения в центре области.
- Приемники расположены на свободной поверхности через каждые 24 м.
- Время моделирования 1,5 с интервалом дискретизации 0,7 мс.





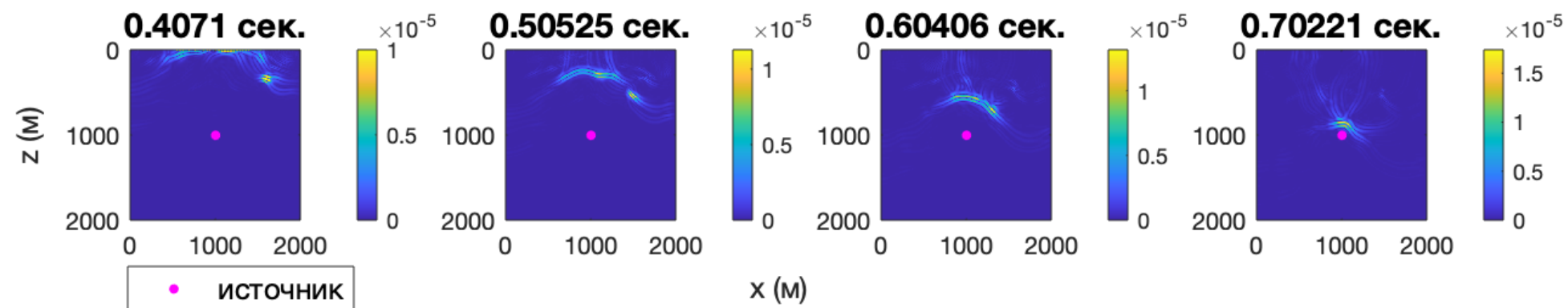
Решение прямой задачи.

Получение синтетической сейсмограммы

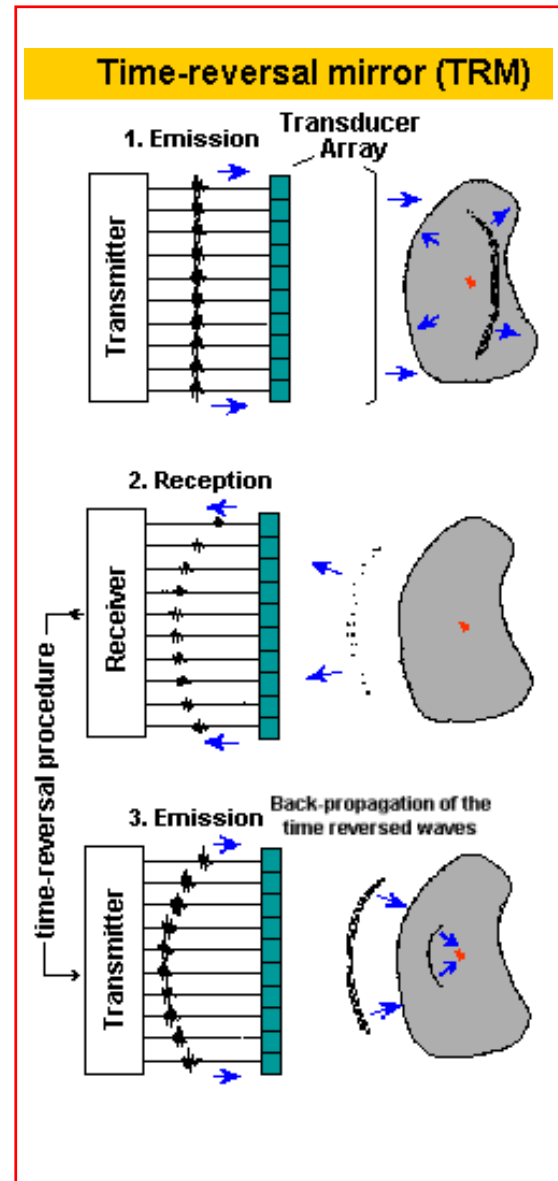


Снимки волнового поля для компоненты напряжения для исходной модели среды.

## Решение обратных задач методом TRM



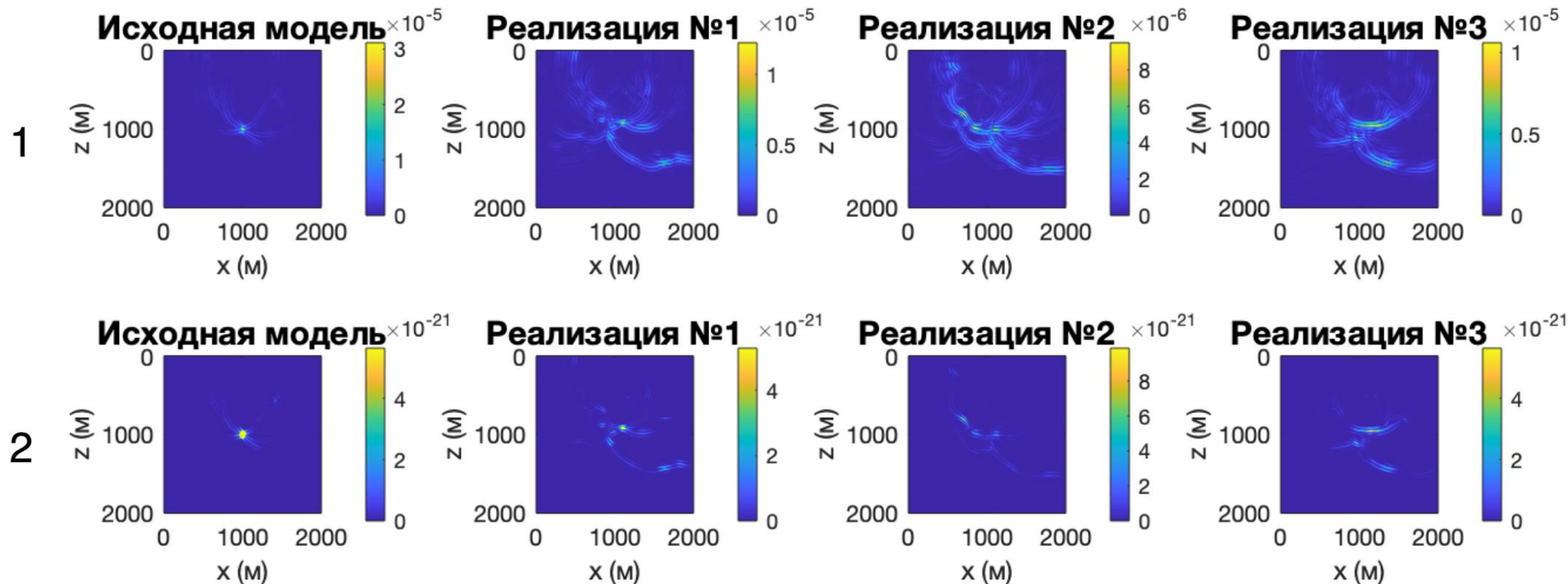
Снимки волнового поля для компонент напряжения для исходной модели среды, полученные методом TRM.



## Применение метода TRM для различных реализаций

1 – компоненты напряжения,

2 – упругая энергия,



- Расчет упругой энергии для исключения локальных экстремумов. Расчет "накопленной" упругой энергии для усиления когерентной составляющей полного волнового поля\*.

$$E_{sum}(x_i, z_j, t^k) = \sum_{t^m \leq t^k} E(x_i, z_j, t^m), \quad E(x_i, z_j, t^m) = \tau_{xx}(x_i, z_j, t^m)\varepsilon_{xx}(x_i, z_j, t^m) + \\ + \tau_{zz}(x_i, z_j, t^m)\varepsilon_{zz}(x_i, z_j, t^m) + 2\tau_{xz}(x_i, z_j, t^m)\varepsilon_{xz}(x_i, z_j, t^m)$$

- Для усиления пространственного фокуса обнаружения сейсмических событий использовался коэффициент отношения средней энергии к пиковой (Peak-to-Average Power Ratio, PAPR).

$$PAPR(x, z) = \frac{E_{max}^2(x, z)}{\frac{E_{total}^2}{T_{global}}}, \quad E_{total}^2(x, z) = \sum_{t=0}^{T_{global}} E^2(x, z, t)$$

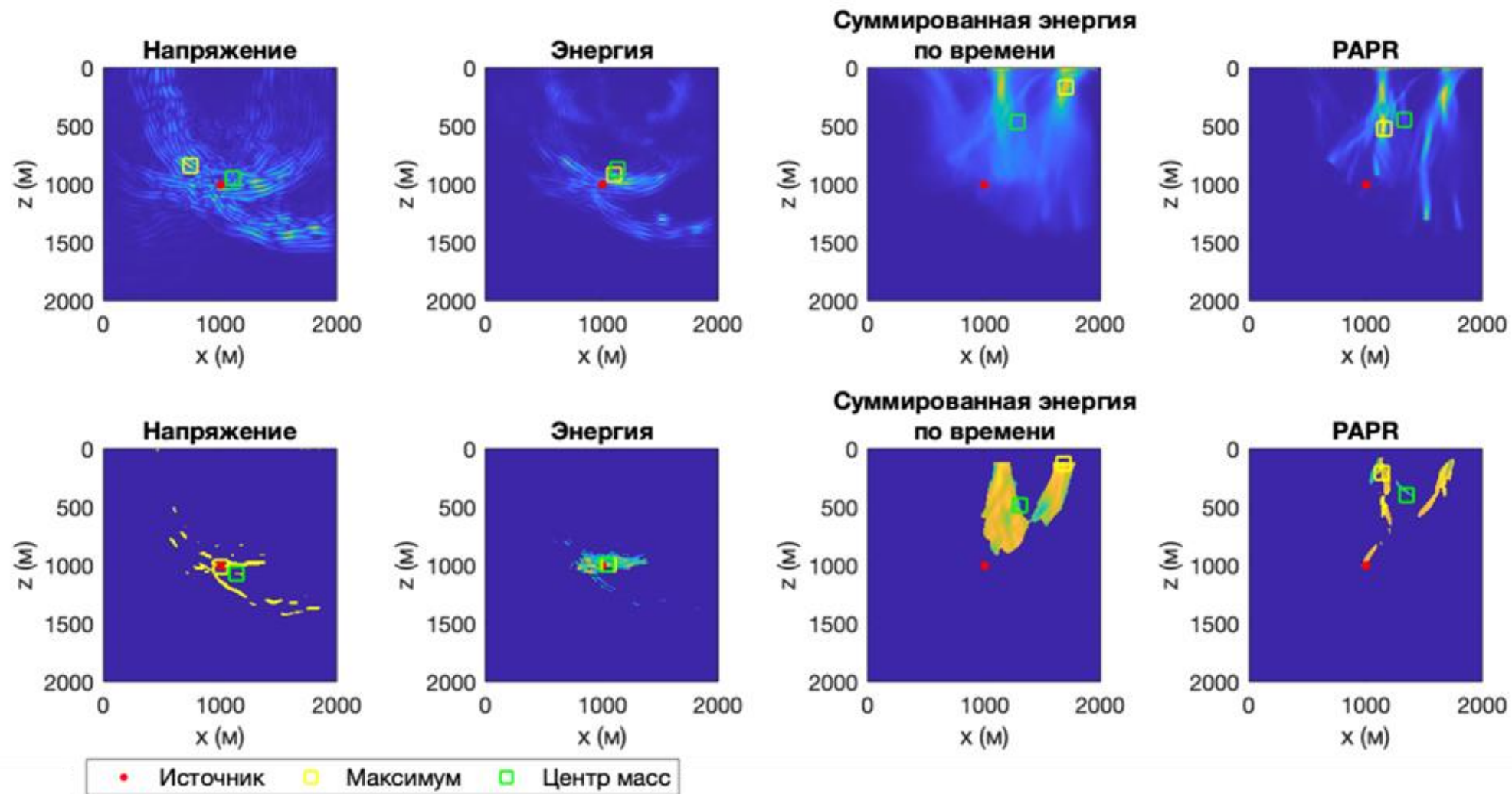
- Для поиска положения источника по серии статистически эквивалентных реализаций использовалось суммирование различных компонент решения TRM.
- Вычисление сембланса - мера когерентности, которая определяется как отношение энергии серии трасс к произведению количества трасс на сумму энергий всех компонент трасс.

$$S = \frac{(\sum_{n=0}^n E_i)^2}{n(\sum_{n=0}^n E_i^2)}$$

- Нахождение глобального максимума волнового поля и нахождение центра масс. Центр масс - геометрическая точка, которая определяется распределением массы в теле.

\*Решетова Г.В., Анчугов А.В. Цифровой керн: Моделирование акустической эмиссии в целях локализации ее источников методом обращения волнового поля в обратном времени. // Геология и геофизика, No4, С. 597–609, 2021.

## Результаты восстановления по 50 реализациям



Первый ряд – метод суммирования по реализациям,  
 второй ряд – метод сембланса для компонент решения обратных задач.

### Двухуровневый параллелизм

#### Разделение на группы

Наиболее трудоемкая часть алгоритма связана с решением большого количества однотипных численных задач распространения сейсмических волновых полей в статистически эквивалентных средах. Каждая задача может быть решена независимо от остальных.

#### Декомпозиция области

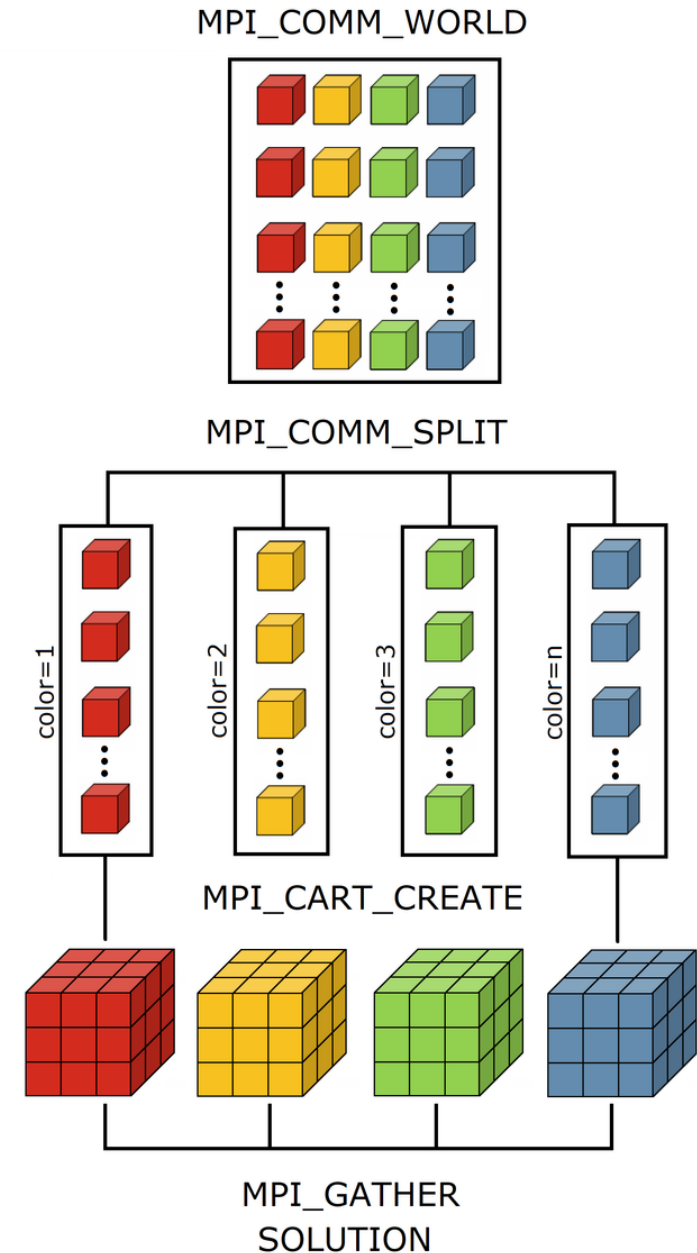
Также произведено распараллеливание решения каждой отдельной задачи методом декомпозиции расчетной области. Это позволяет расщепить исходную задачу на серию вычислительно меньших подзадач, связанных друг с другом граничными условиями.



## Разделение на группы

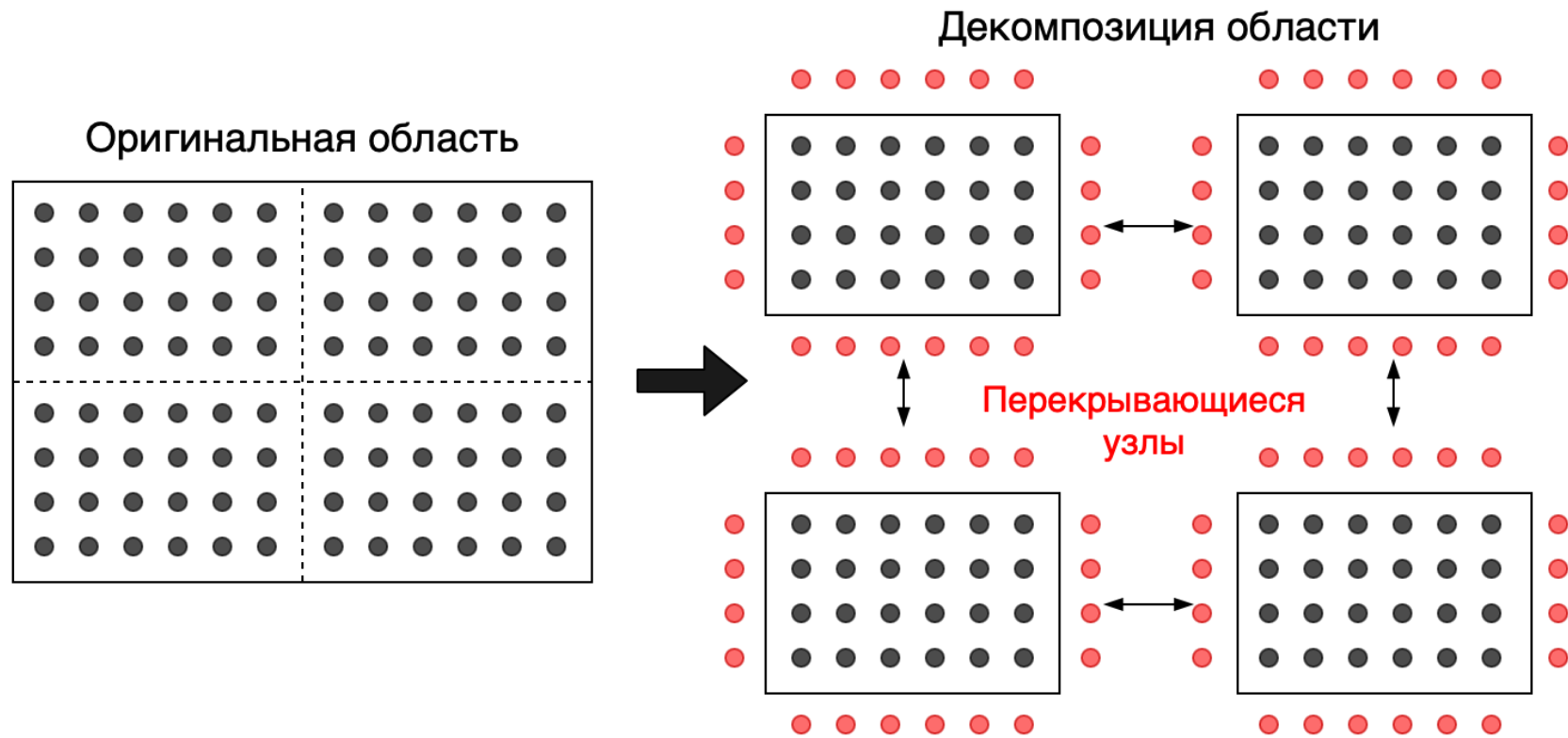
Процессы с глобальным коммуникатором `MPI_COMM_WORLD`, делятся на непересекающиеся подгруппы, связанные с их локальным коммуникатором и локальной областью.

Группировка выполняется с помощью функции `MPI_Comm_split`

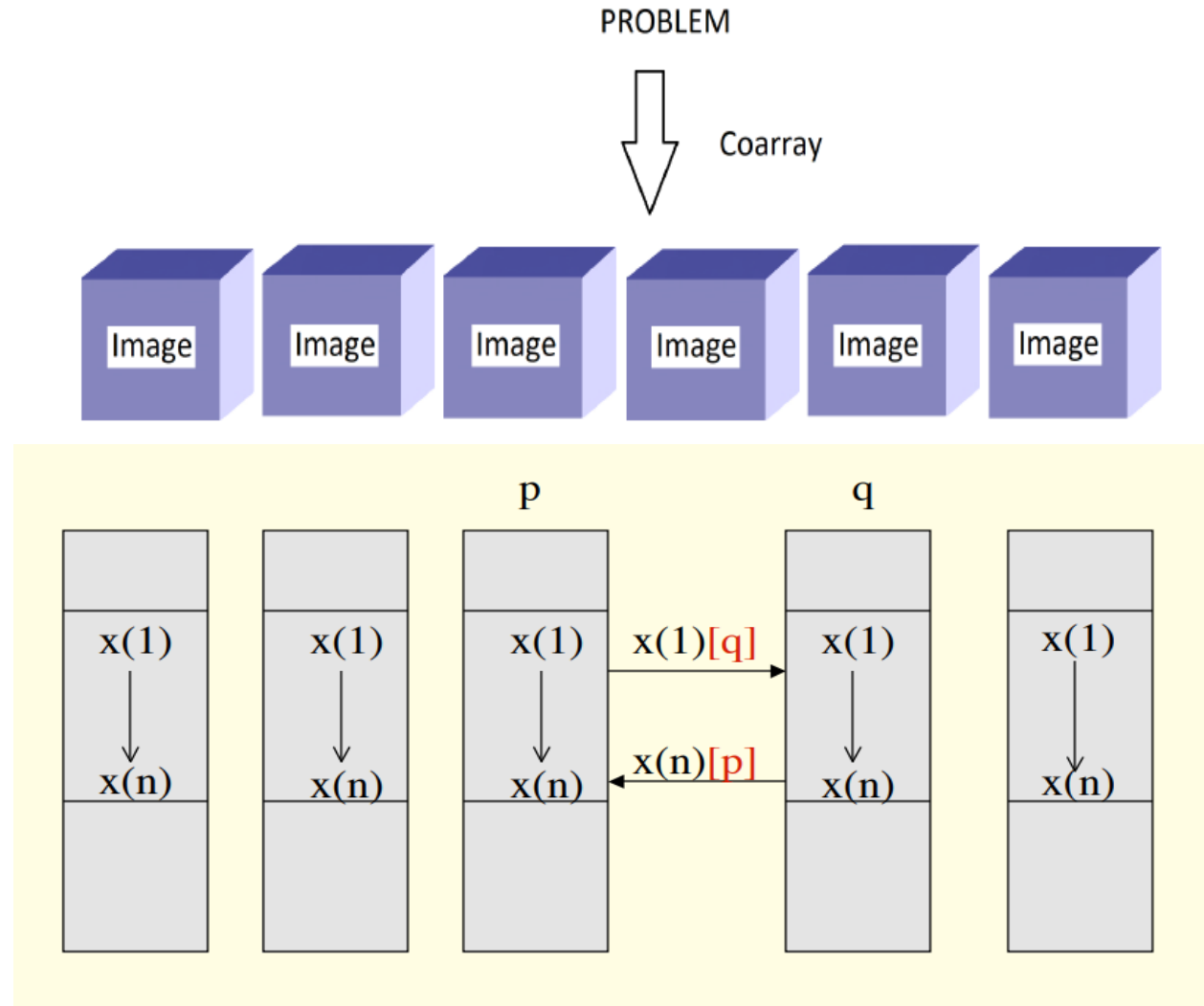


## Декомпозиция области

Двумерная декомпозиция расчетной области внутри каждой группы выполнена с помощью MPI\_Cart\_create.



## Coarray Fortran Memory Model



# What is Co-Array Syntax?

Coarray синтаксис представляет собой простое расширение синтаксиса Fortran:

– используются обычные круглые скобки ( ) для указания на данные в локальной памяти.

– используются квадратные скобки [ ] для указания на данные внешней памяти.

```
real :: s[*]  
real :: a(n)[*]  
complex :: z[*]
```

The screenshot shows the Intel Developer Zone interface. At the top, there is a blue header with the Intel logo and 'Developer Zone' text. Below the header is a dark grey navigation bar with a 'MENU' button. The main content area is white and features the title 'Tutorial: Using Coarray Fortran' and the submission date 'Submitted September 11, 2018'. On the left side, there is a search bar and a table of contents with links to 'Contents', 'Legal Information', 'Overview of Coarray Fortran', 'Introduction to Using Coarray Fortran', 'Sequential Program', 'Building and Running the Sequential Version', and 'Sequential Version'. The main content area displays the 'Overview of Coarray Fortran' section, which explains that the coarrays feature of Fortran 2008 provides a Single Program Multiple Data (SPMD) approach to parallelism, integrated into the Fortran language for ease of programming. It describes an application using coarrays that runs the same program in parallel, where coarray variables are shared across images in a model called Partitioned Global Address Space (PGAS). The text concludes by stating that the tutorial shows how to build and run a serial application, and then convert it to run in parallel using coarrays.

# Declaring and allocating Fortran coarrays

```
REAL, DIMENSION(:, :)      :: A ! Private array.
REAL, DIMENSION(:, :)[*]  :: B ! Co-array

ALLOCATE ( A( M, N ), STAT = IERR )      ! Allocating private array
ALLOCATE ( B( M, N )[*], STAT = IERR )   ! Allocate co-array.

A(1) = B(2)[7]    ! All images load B(2) from image 7 into their A(1).
A(5) = B(3)      ! All images load their B(3) into their A(5).
```

## MPI

```
...
MPI_Init()
! Группировка процессов по задачам
MPI_Split_comm()
! Создание топологии для декомпозиции области
MPI_Cart_create()
do while (t_local < t_global)
    ! Обмен граничными точками для напряжений
    MPI_Send()
    MPI_Recv()
    ...
    ! Обновление скоростей от напряжений
    ! Обмен граничными точками для скоростей
    MPI_Send()
    MPI_Recv()
    ...
    ! Обновление напряжений от скоростей
    t_local = t_local + dt
end do
...
MPI_Finalize()
```

## Coarray

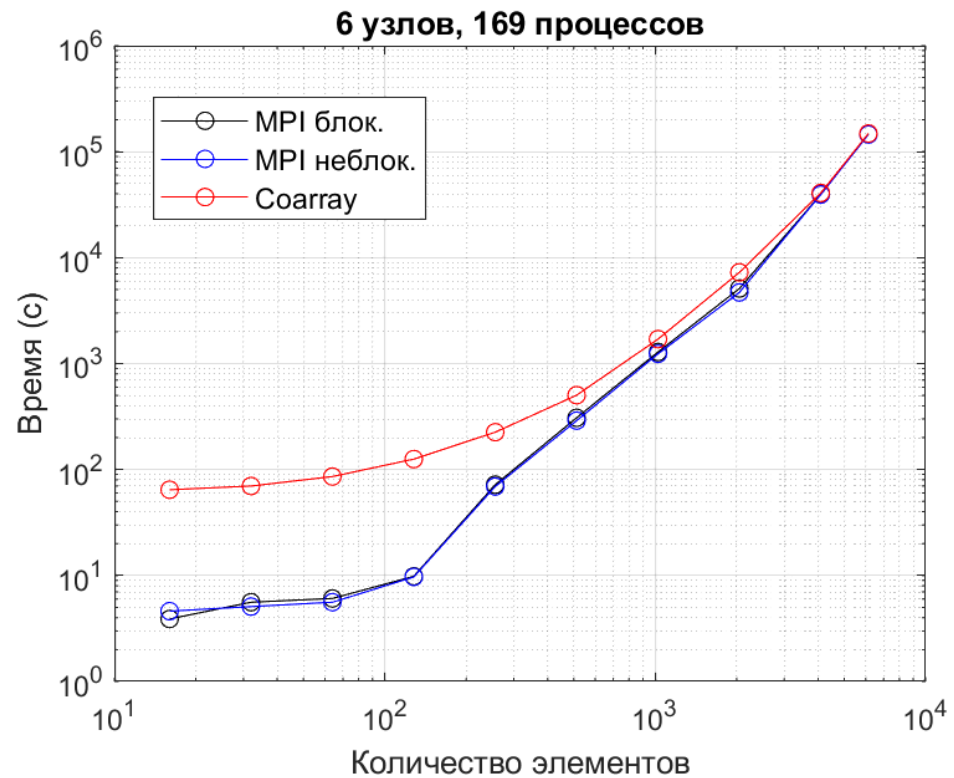
```
...
! Группировка процессов по задачам
form team(color, new_team)
change team(new_team)
do while (t_local < t_global)
    ! Обмен граничными точками для напряжений
    if (image(1) > 1) &
        Txz(1,:)= Txz (nx-1,:)[image(1)-1,image(2)]
    if (image(1) < num_iprocs) &
        Txx(nx,:)=Txx(2,:)[image(1)+1,image(2)]
    ...
    sync team(new_team)
    ! Обновление скоростей от напряжений
    ! Обмен граничными точками для скоростей
    ...
    ! Обновление напряжений от скоростей
    t_local = t_local + dt
end do
...
end team
```



## Сравнение методов, используя 169 процессов на 6 узлах\*

Тестирование проводилось на кластере Сибирского суперкомпьютерного центра СО

РАН НКС-1П на узлах Broadwell



| Кол-во элементов подобласти | Кол-во элементов области | Время (с) MPI блок. | Время (с) MPI неблок. | Время (с) Coarray |
|-----------------------------|--------------------------|---------------------|-----------------------|-------------------|
| 16 <sup>2</sup>             | 169 · 16 <sup>2</sup>    | 3.8883              | 4.6066                | 64.4715           |
| 32 <sup>2</sup>             | 169 · 32 <sup>2</sup>    | 5.5972              | 5.0899                | 69.8915           |
| 64 <sup>2</sup>             | 169 · 64 <sup>2</sup>    | 6.0715              | 5.5972                | 85.9082           |
| 128 <sup>2</sup>            | 169 · 128 <sup>2</sup>   | 9.8369              | 9.6963                | 125.546           |
| 256 <sup>2</sup>            | 169 · 256 <sup>2</sup>   | 71.9304             | 69.1176               | 225.179           |
| 512 <sup>2</sup>            | 169 · 512 <sup>2</sup>   | 308.099             | 289.368               | 503.697           |
| 1024 <sup>2</sup>           | 169 · 1024 <sup>2</sup>  | 1286.59             | 1235.63               | 1701.49           |
| 2048 <sup>2</sup>           | 169 · 2048 <sup>2</sup>  | 5112.81             | 4698.08               | 7261.31           |
| 4096 <sup>2</sup>           | 169 · 4096 <sup>2</sup>  | 39476.1             | 39346.7               | 40761.5           |
| 6144 <sup>2</sup>           | 169 · 6144 <sup>2</sup>  | 146576.0            | 145210                | 148365.0          |

\*Reshetova, G., Cheverda, V., Koinov, V. Comparative Efficiency Analysis of MPI Blocking and Non-blocking Communications, with Coarray Fortran. // Voevodin, V., Sobolev, S. (eds) Supercomputing. RuSCDays 2021. Communications in Computer and Information Science, Springer, Cham, vol 1510, 2021.

- Рассмотрена задача восстановления сейсмических источников для случайно-неоднородных сред. Для ее решения использовался метод TRM, примененный к серии статистически эквивалентных случайно-неоднородных моделей сред. Достоинство метода в том, что он позволяет определять положение источников в условиях, когда точная модель среды неизвестна.
- В ходе численного моделирования было установлено, что метод вычисления упругой энергии является наиболее эффективным способом фильтрации локальных экстремумов. Для восстановления положения источника по серии реализаций, для компонент напряжения и энергии, эффективными оказались методы сембланса и вычисления центра масс.
- Для ускорения вычислений использована двухуровневая стратегия распараллеливания с созданием подгрупп и применением метода декомпозиции расчетной области внутри каждой подгруппы.

Исследования выполнены при финансовой поддержке  
Российского научного фонда №22-21-00759,  
<https://rscf.ru/project/22-21-00759/>

# Спасибо за внимание!

ВОПРОСЫ

[kgv@nmsf.sscs.ru](mailto:kgv@nmsf.sscs.ru)