

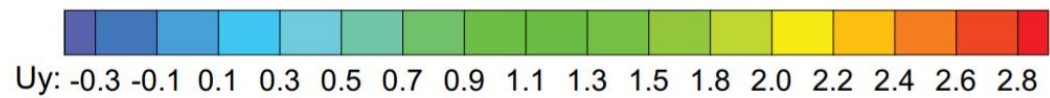
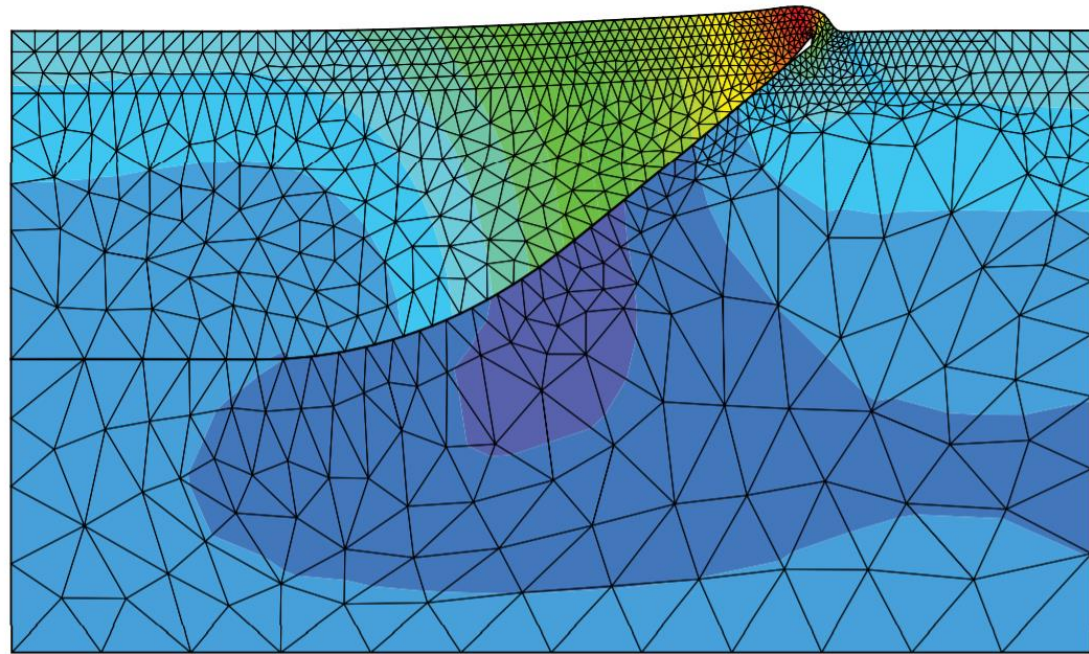
Implementation of discrete element method to the simulation of solid materials fracturing

Veronica Chepelenkova¹, Vadim Lisitsa²

¹ Novosibirsk State University

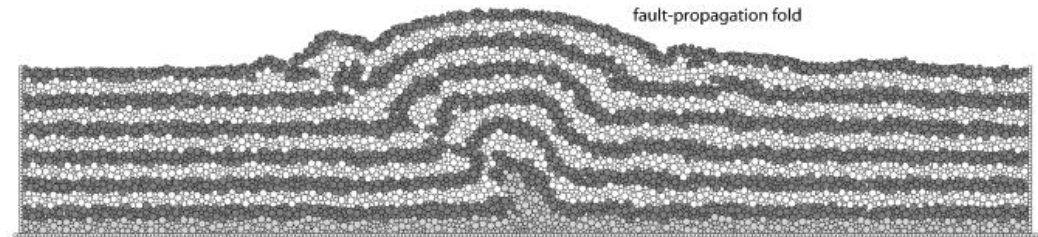
² Institute of Mathematics SB RAS

Сеточные методы

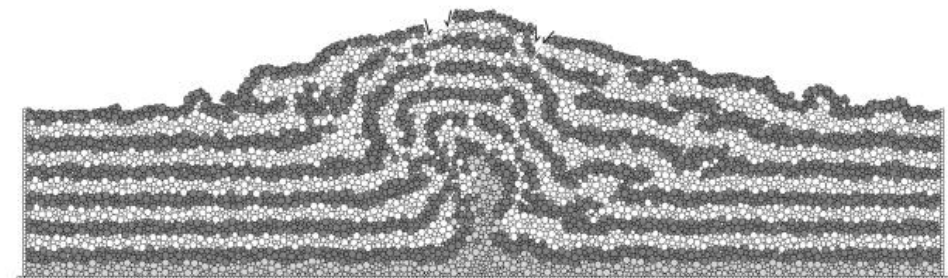
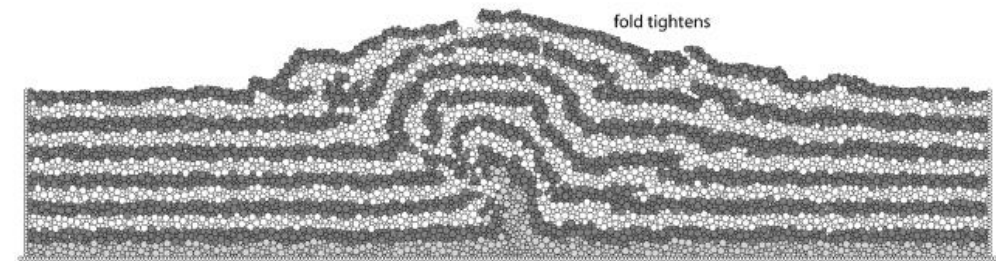


Sanz P. F. Modeling rock folding with large deformation frictional contact mechanics : дис. – Ph. D. Thesis, Stanford University, California, USA, 2008.

Методы частиц



2.5 km

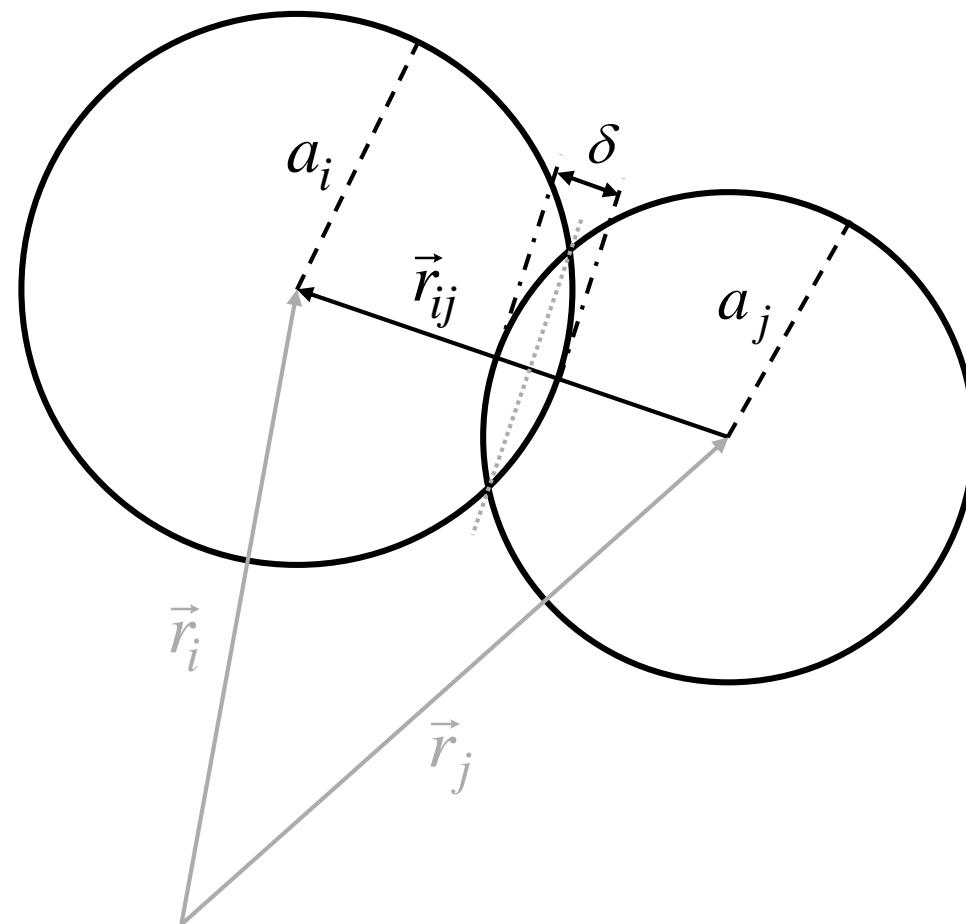
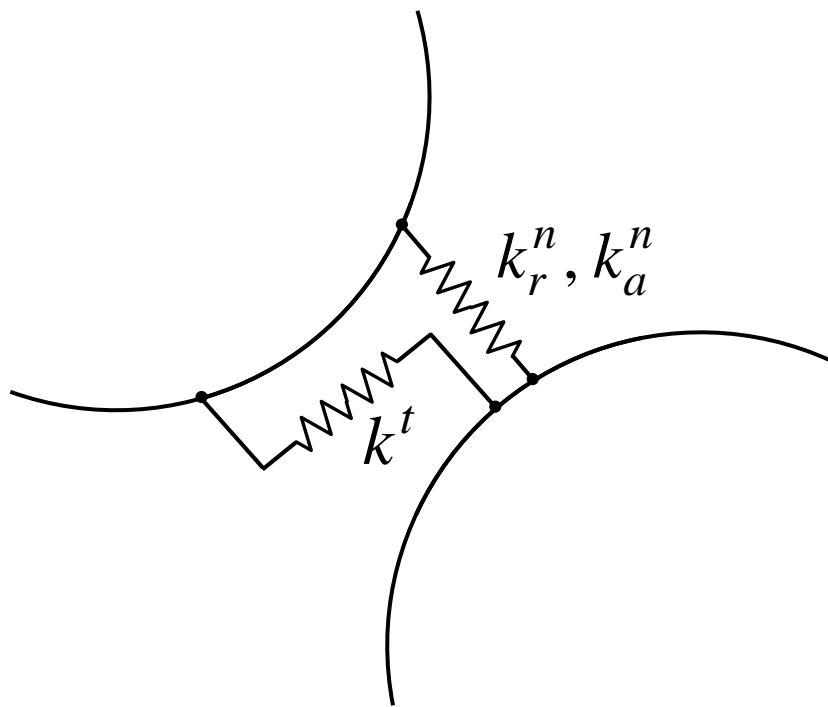


Hardy S., Finch E. Discrete-element modelling of detachment folding //Basin Research. – 2005. – Т. 17. – №. 4. – С. 507-520.

Силы взаимодействия

$$\vec{f} = f^n \vec{n} + f^t \vec{t}, \quad \vec{n} = \frac{\vec{r}_{ij}}{\|\vec{r}_{ij}\|},$$

$$\delta = a_i + a_j - \|\vec{r}_{ij}\|,$$



Силы взаимодействия

$$\vec{f} = f^n \vec{n} + f^t \vec{t}, \quad \vec{n} = \frac{\vec{r}_{ij}}{\|\vec{r}_{ij}\|},$$

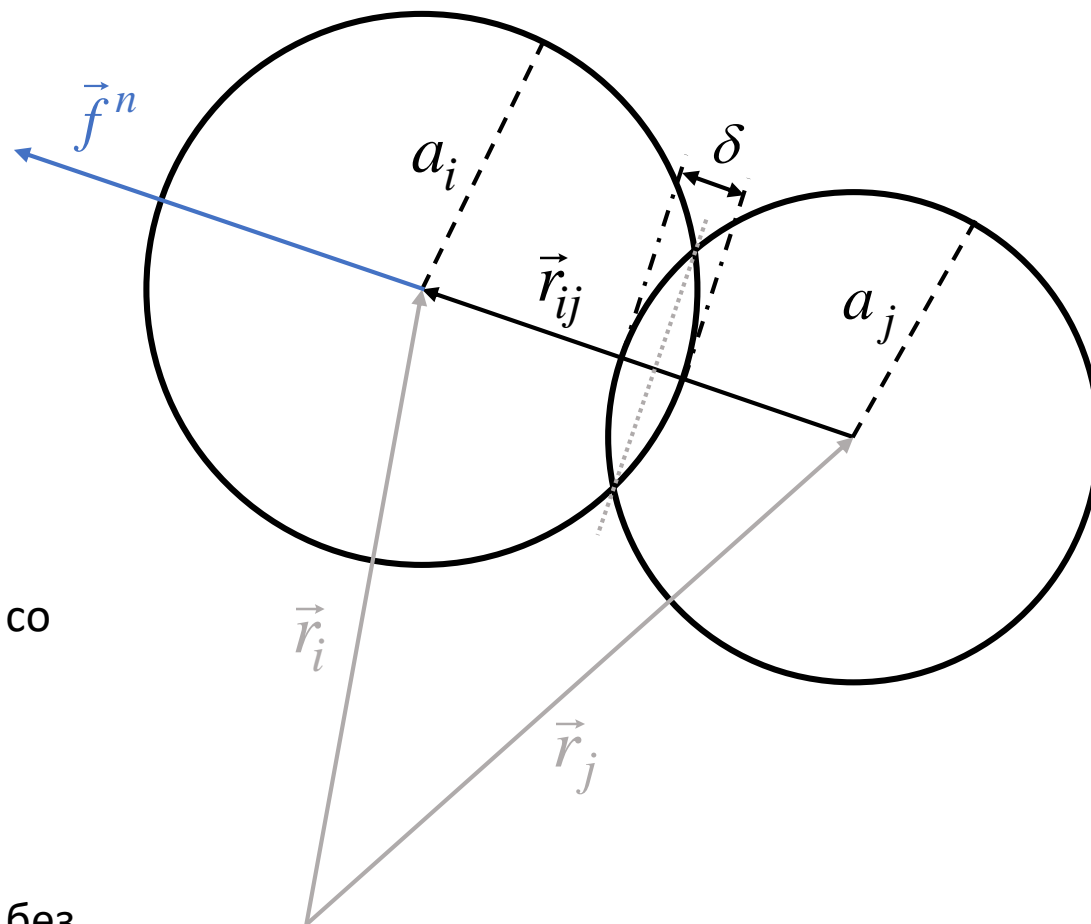
$$\delta = a_i + a_j - \|\vec{r}_{ij}\|,$$

$$f^n = \begin{cases} k_r^n \delta, & \delta > 0, \\ k_a^n \delta, & -d_{crit} < \delta < 0, \\ 0, & \delta < -d_{crit}, \end{cases}$$

для частиц со
связью

$$f^n = \begin{cases} k_r^n \delta, & \delta > 0, \\ 0, & \delta < 0. \end{cases}$$

для частиц без
связи



Силы взаимодействия

$$\vec{f}_0^t = -k^t \vec{\xi}^{(n)}$$

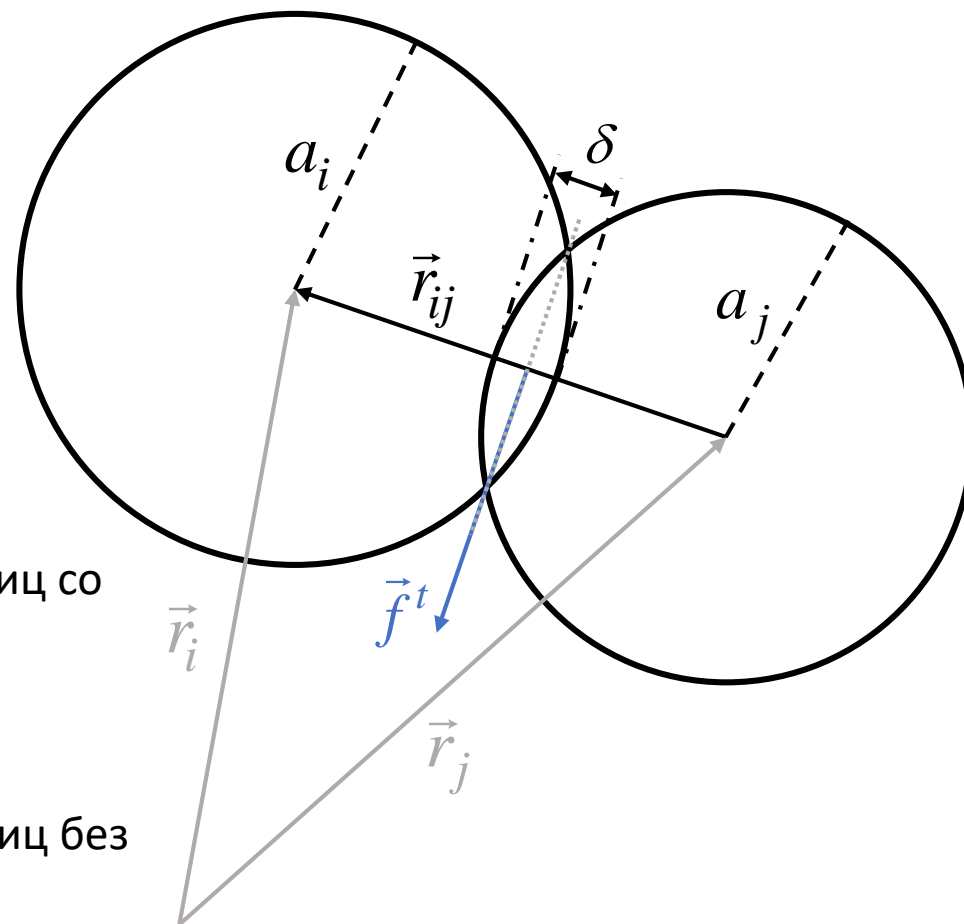
тестовая сила

$$\vec{f}^t = \begin{cases} \vec{f}_0^t, & \|\vec{\xi}^{(n)}\| < d_{crit} \\ \mu_d f^n \frac{\vec{f}_0^t}{\|\vec{f}_0^t\|}, & \|\vec{\xi}^{(n)}\| \geq d_{crit} \end{cases}$$

для частиц со
связью

$$\vec{f}^t = \begin{cases} \vec{f}_0^t, & f_0^t < \mu_s f^n \\ \mu_d f^n \frac{\vec{f}_0^t}{\|\vec{f}_0^t\|}, & f_0^t \geq \mu_s f^n \end{cases}$$

для частиц без
связи



Численное интегрирование

Уравнение движения для i -той частицы

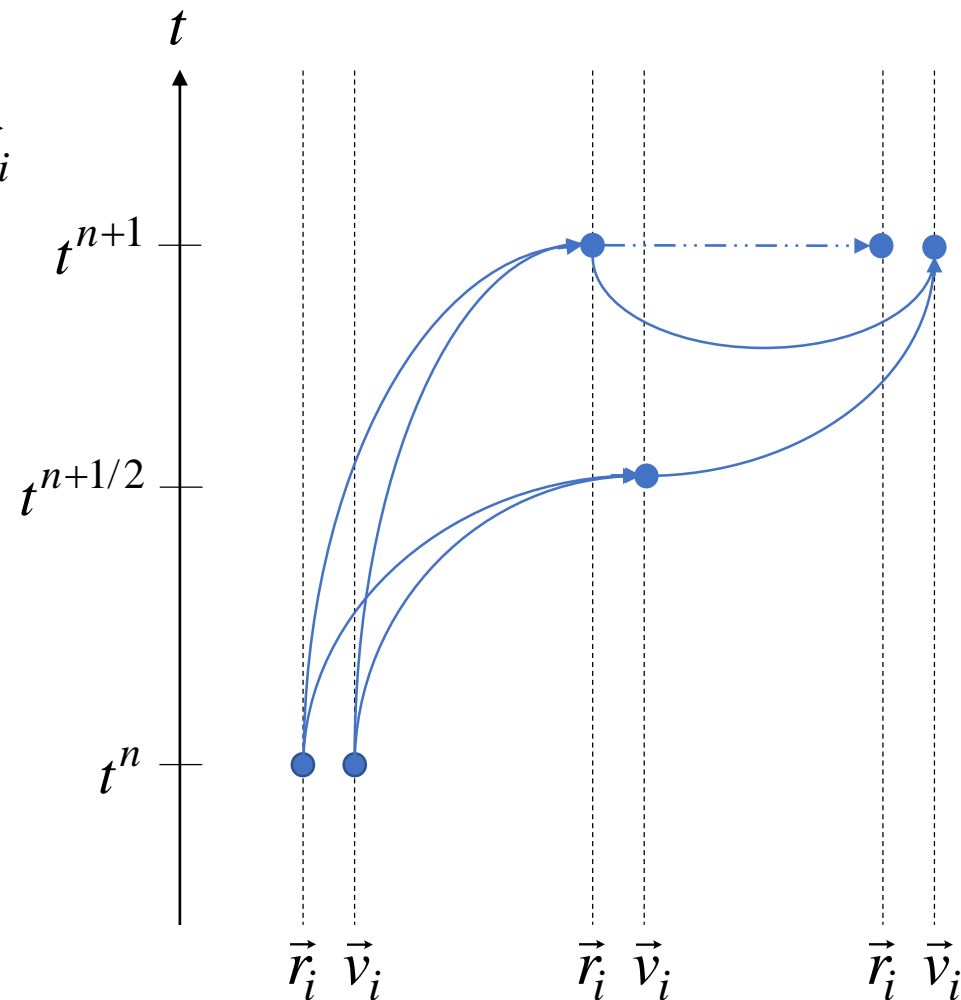
$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = m_i \vec{g} + \sum_{j \in J(i)} \left(f_{ij}^n \vec{n}_{ij} + f_{ij}^t \vec{t}_{ij} \right) - \gamma \vec{v}_i, \quad \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i$$

Схема Верле:

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^n + \vec{v}_i^n \tau + \frac{\vec{F}_i(\vec{r}^n, \vec{v}^n)}{2m_i} \tau^2$$

$$\vec{v}_i^{n+1/2} = \vec{v}_i^n + \frac{\tau}{2} \frac{\vec{F}_i(\vec{r}^n, \vec{v}^n)}{m_i}$$

$$\vec{v}_i^{n+1} = \vec{v}_i^{n+1/2} + \frac{\tau}{2} \frac{\vec{F}_i(\vec{r}^{n+1}, \vec{v}^{n+1/2})}{m_i}$$



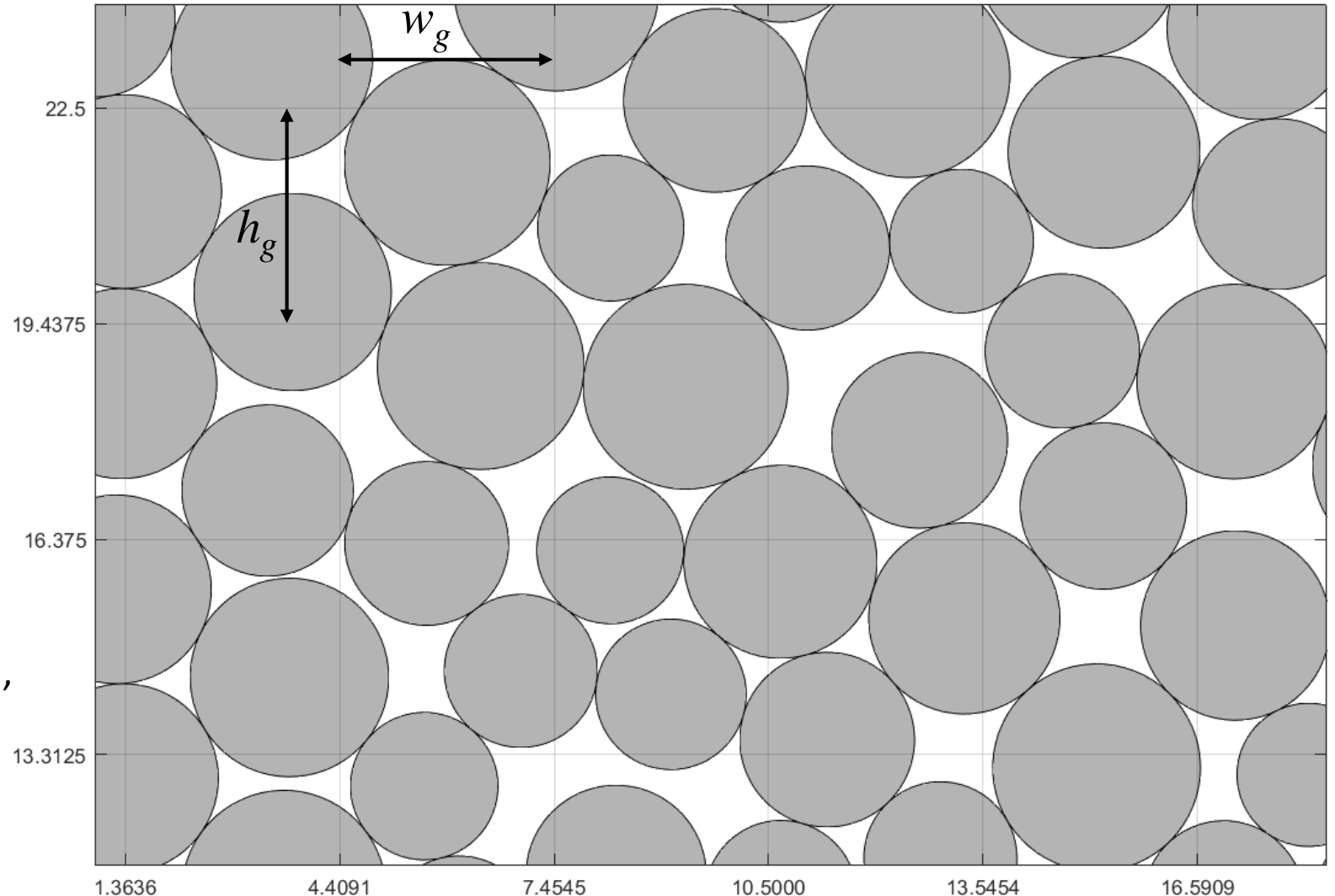
Выбор соседей

Расчетная область разбивается на сетку с размером ячеек

$$h_g = 2a_{max} + \Delta h$$

$$w_g = 2a_{max} + \Delta w$$

- Каждая ячейка содержит информацию о частицах, центры которых лежат внутри этой ячейки
- Каждая частица содержит информацию о номере ячейки, которой она принадлежит



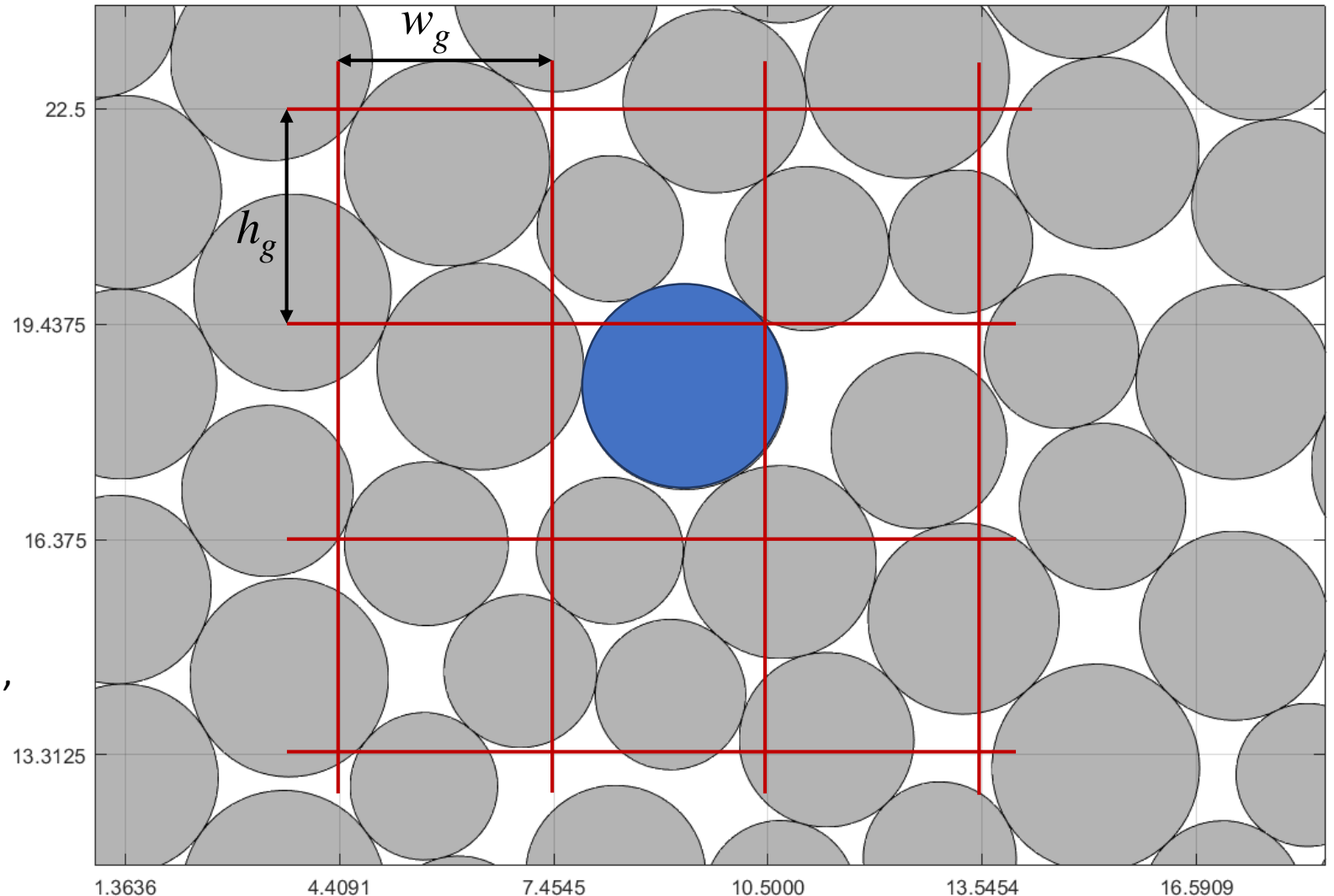
Выбор соседей

Расчетная область разбивается на сетку с размером ячеек

$$h_g = 2a_{max} + \Delta h$$

$$w_g = 2a_{max} + \Delta w$$

- Каждая ячейка содержит информацию о частицах, центры которых лежат внутри этой ячейки
- Каждая частица содержит информацию о номере ячейки, которой она принадлежит



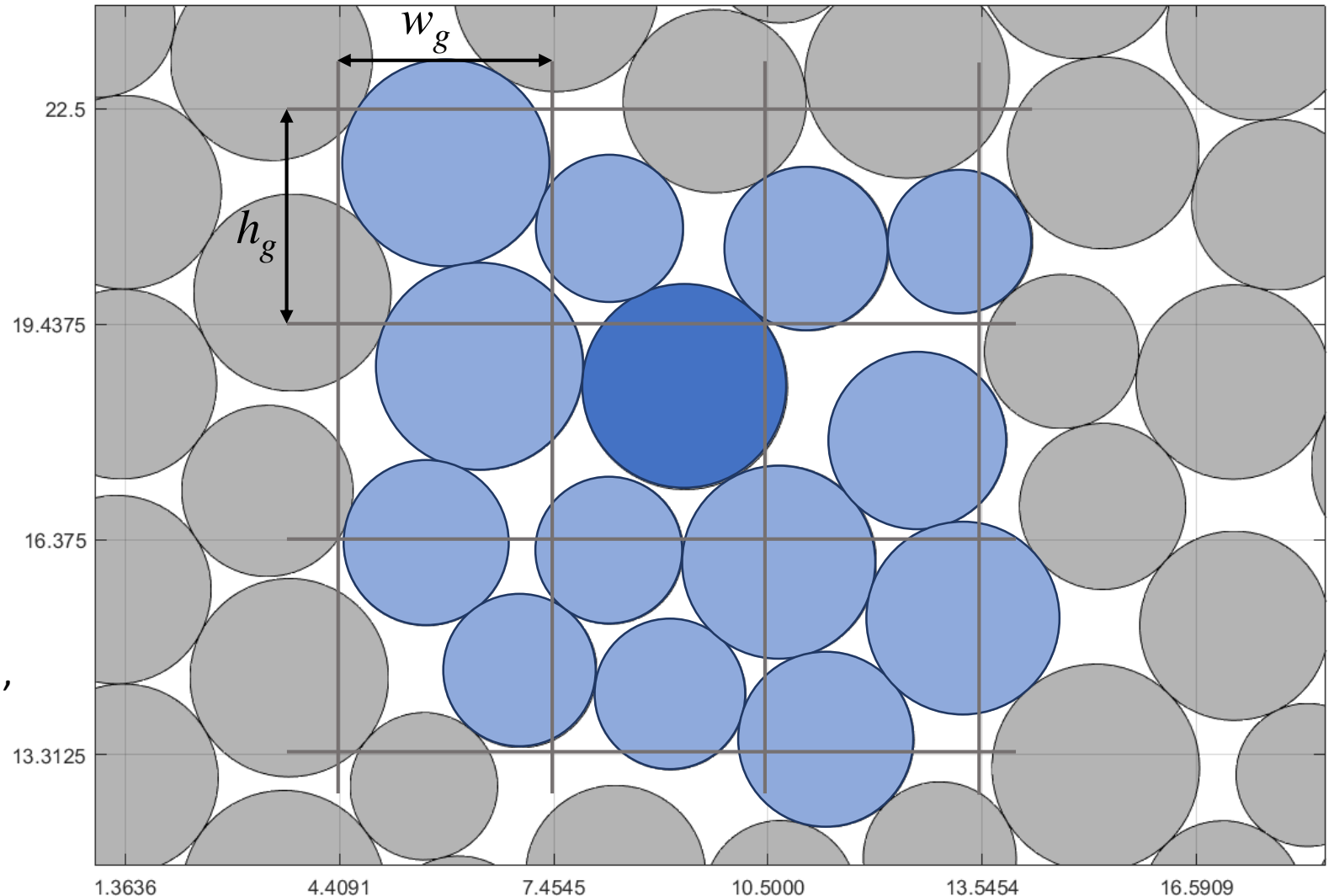
Выбор соседей

Расчетная область разбивается на сетку с размером ячеек

$$h_g = 2a_{max} + \Delta h$$

$$w_g = 2a_{max} + \Delta w$$

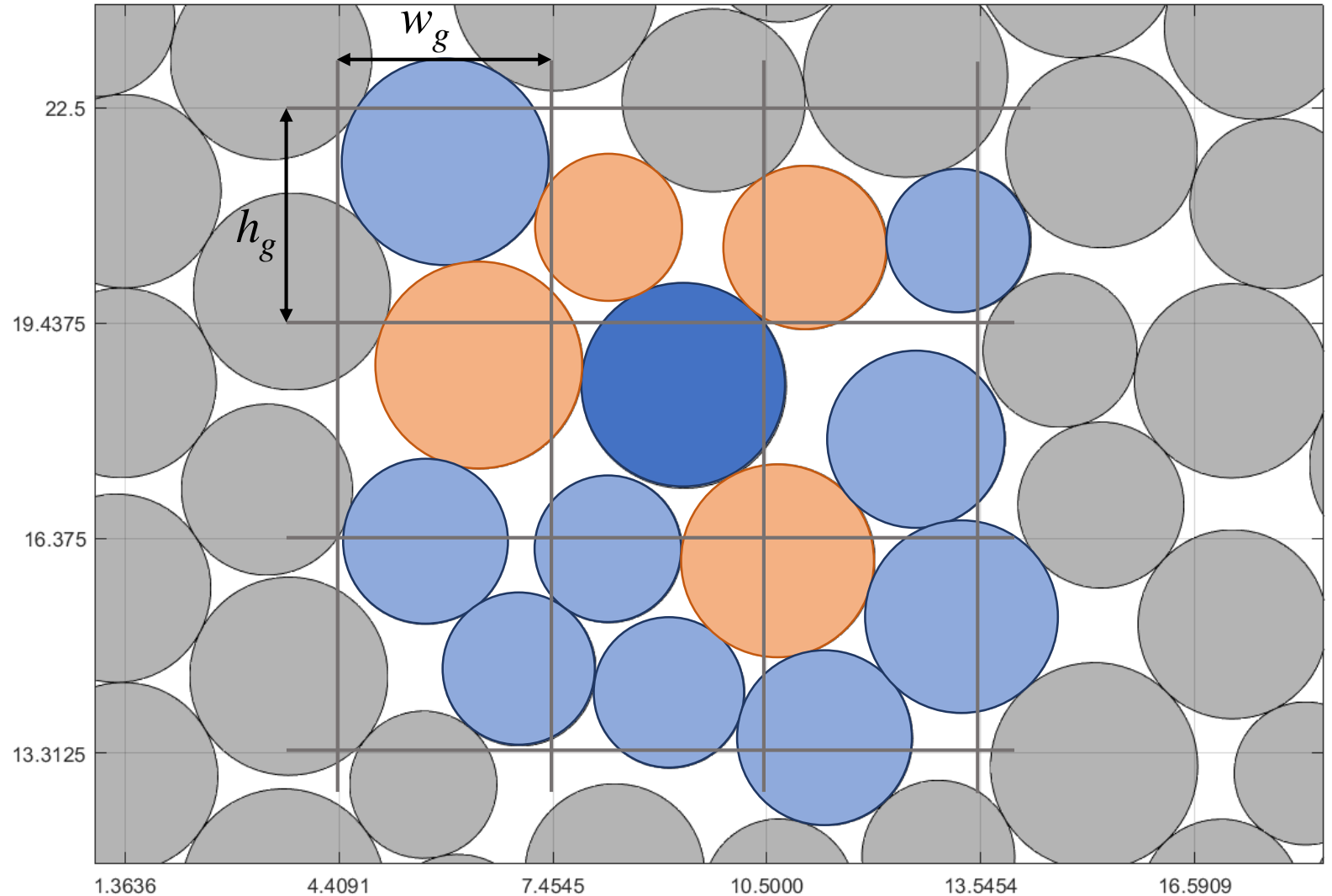
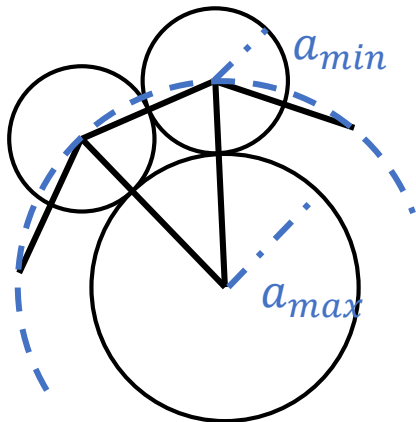
- Каждая ячейка содержит информацию о частицах, центры которых лежат внутри этой ячейки
- Каждая частица содержит информацию о номере ячейки, которой она принадлежит



Выбор соседей со связями

- Частицы считаются связанными, если на момент окончания упаковки для них $\delta > 0$.
- Число соседей со связью для заданной частицы можно оценить как

$$N = \left\lceil \frac{\pi}{\sin^{-1} \frac{2a_{min}}{2(a_{max} + a_{min})}} \right\rceil$$

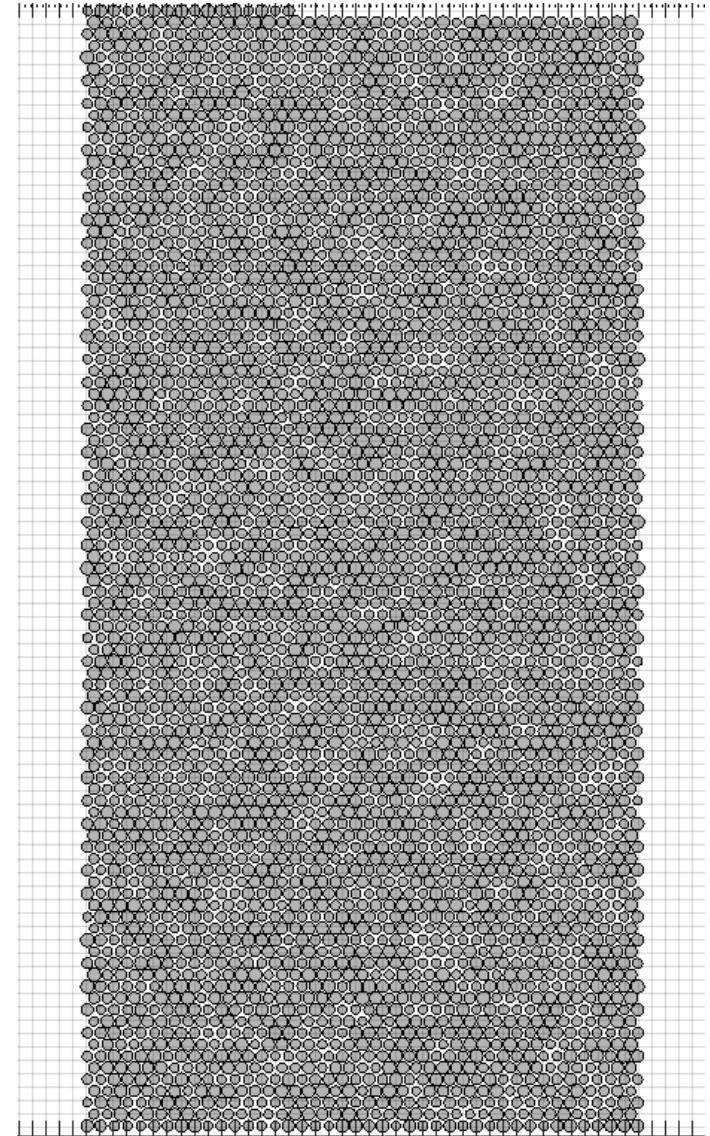


Этапы

Подготовительный этап

- Создание расчетной области
- Генерация частиц
- Построение сетки
- Заполнение частицами для каждой ячейки
- Присвоение частицам номеров ячеек
- Перенос данных на GPU
- Выбор соседей

CPU

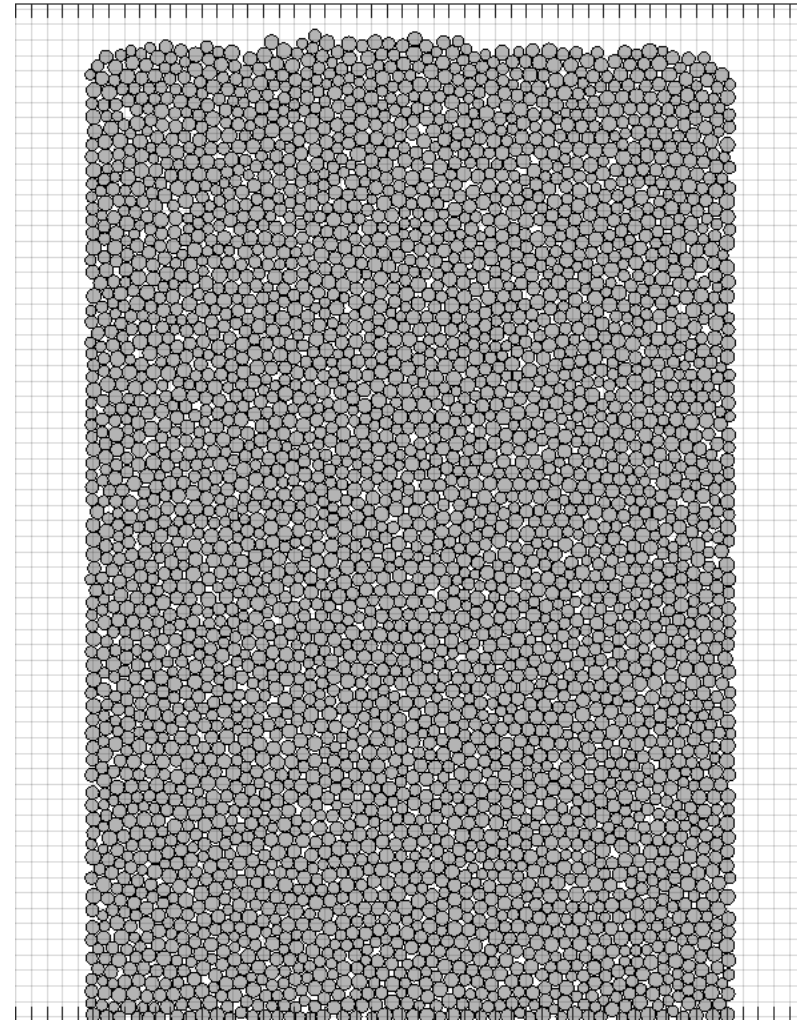


Этапы

Подготовительный этап

Упаковка частиц

- Пока энергия в системе ненулевая:
 - Применение схемы Верле (1 шаг)
 - Обновление номеров ячеек для частиц
 - Обновление содержимого ячеек
 - Обновление списков соседей
 - Применение схемы Верле (2 шаг)
 - Расчет энергии в системе CPU
- Установление связей



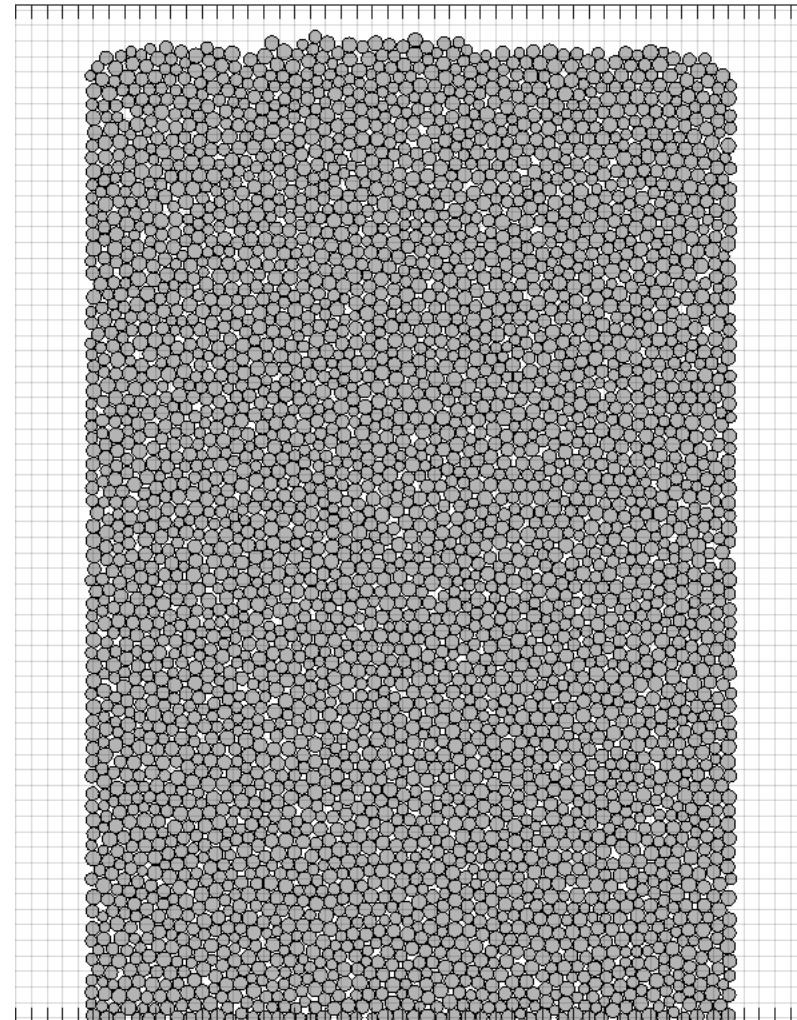
Этапы

Подготовительный этап

Упаковка частиц

Удаление боковых стенок

- Пока энергия в системе ненулевая:
 - Применение схемы Верле (1 шаг)
 - Обновление номеров ячеек для частиц
 - Обновление содержимого ячеек
 - Обновление списков соседей
 - Применение схемы Верле (2 шаг)
 - Расчет энергии в системе



Этапы

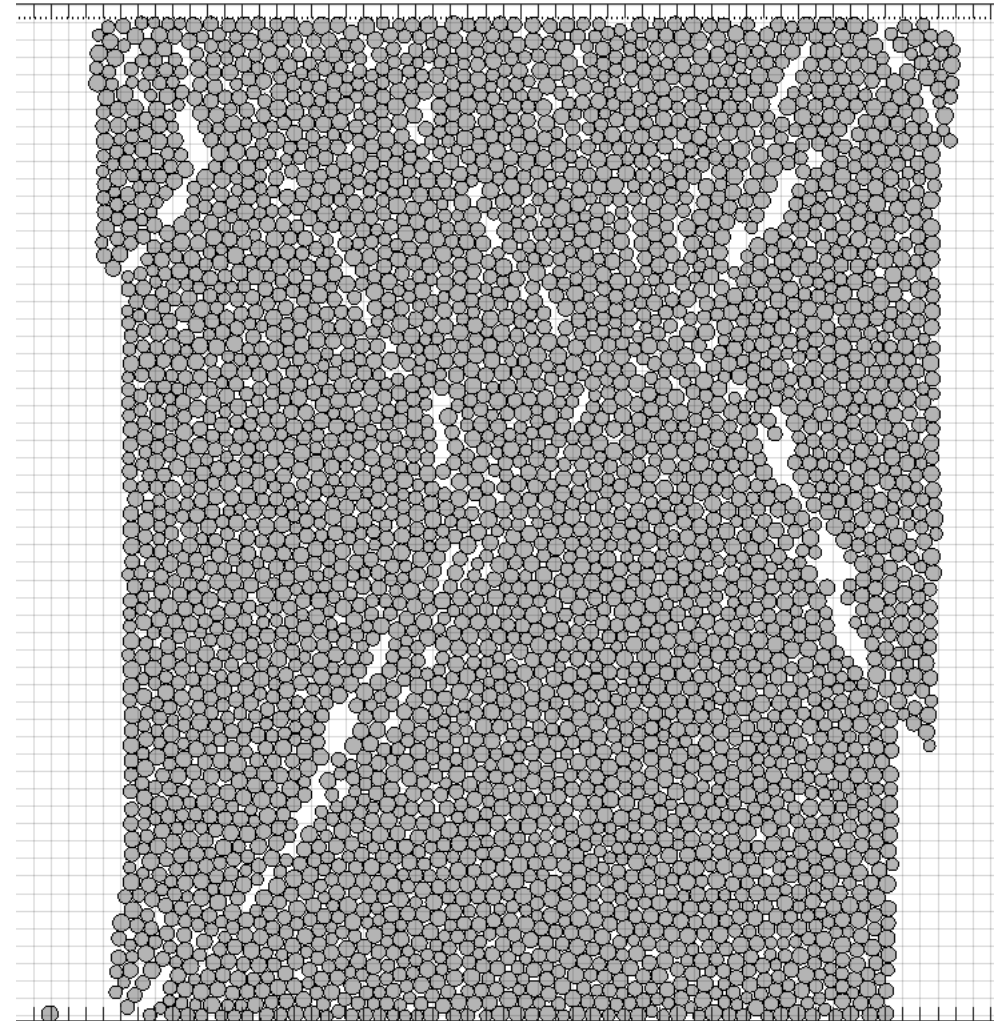
Подготовительный этап

Упаковка частиц

Удаление боковых стенок

Одноосное нагружение

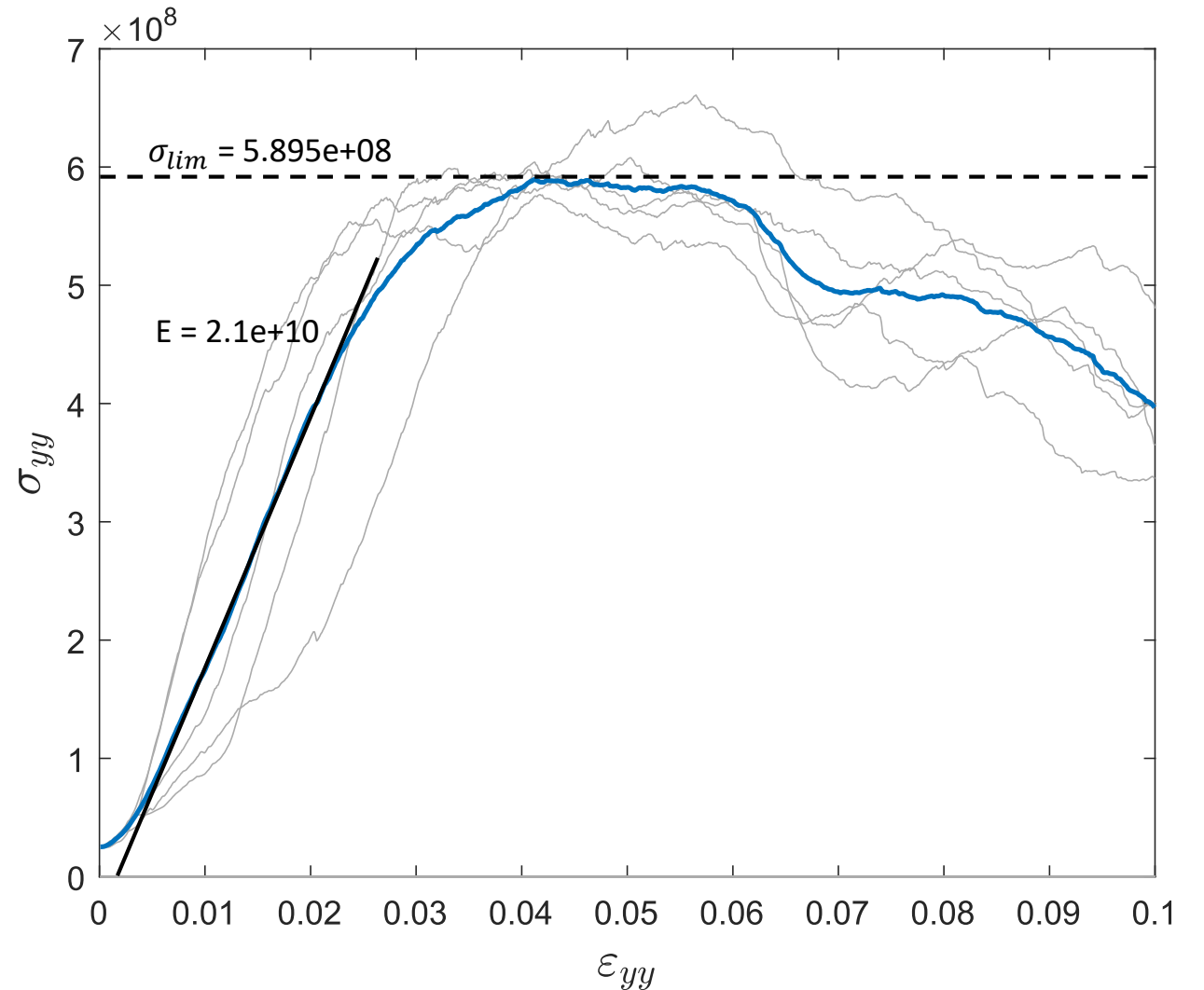
- Пока $\varepsilon_{yy} < \varepsilon_{max}$:
 - Применение схемы Верле (1 шаг)
 - Обновление номеров ячеек для частиц
 - Обновление содержимого ячеек
 - Обновление списков соседей
 - Применение схемы Верле (2 шаг)
 - Расчет ε_{yy} и средних напряжений



Численный эксперимент

Входные данные

Параметр	Значение
N	4000
$a_{min}, \text{м}$	10
$a_{max}, \text{м}$	15
$\rho, \text{кг/м}^3$	2630
$k_r^n, 10^9 \text{ Н/м}$	128
$k_a^n, 10^9 \text{ Н/м}$	128
$k^t, 10^9 \text{ Н/м}$	$0.1 - 1 k_r^n$
$d_{crit}, \text{м}$	$0.01 - 0.07 a_{max}$
μ_s	$0.0 - 0.7$
μ_d	μ_s
$w \times h, \text{м}$	1260×2520
γ	0.7



Интерпретация результатов

Для имеющихся наборов входных параметров

$$d_{crit}/a_{max} = (0.01, 0.03, 0.05, 0.07), k^t/k^n = (0.1, 0.3, 0.5, 0.7), \mu = (0.0, 0.1, 0.3, 0.5)$$

и выходных данных $\sigma_{max,ijk} = \sigma_{max}(d_{crit,i}, (k^t/k^n)_j, \mu_k)$, $E_{ijk} = E(d_{crit,i}, (k^t/k^n)_j, \mu_k)$

нужно построить наилучшее приближение $\sigma_{max} = \sigma_{max}(d_{crit}, k^t/k^n, \mu)$, $E_{ijk} = E(d_{crit,i}, k^t/k^n, \mu)$.

Для функции $f(x, y, z)$ в предположении, что x, y, z являются независимыми переменными, имеет место

$$f(x, y, z) \approx \sum_{i=0}^{N_i} \alpha^{N_i+1-i}(y, z)x^i,$$

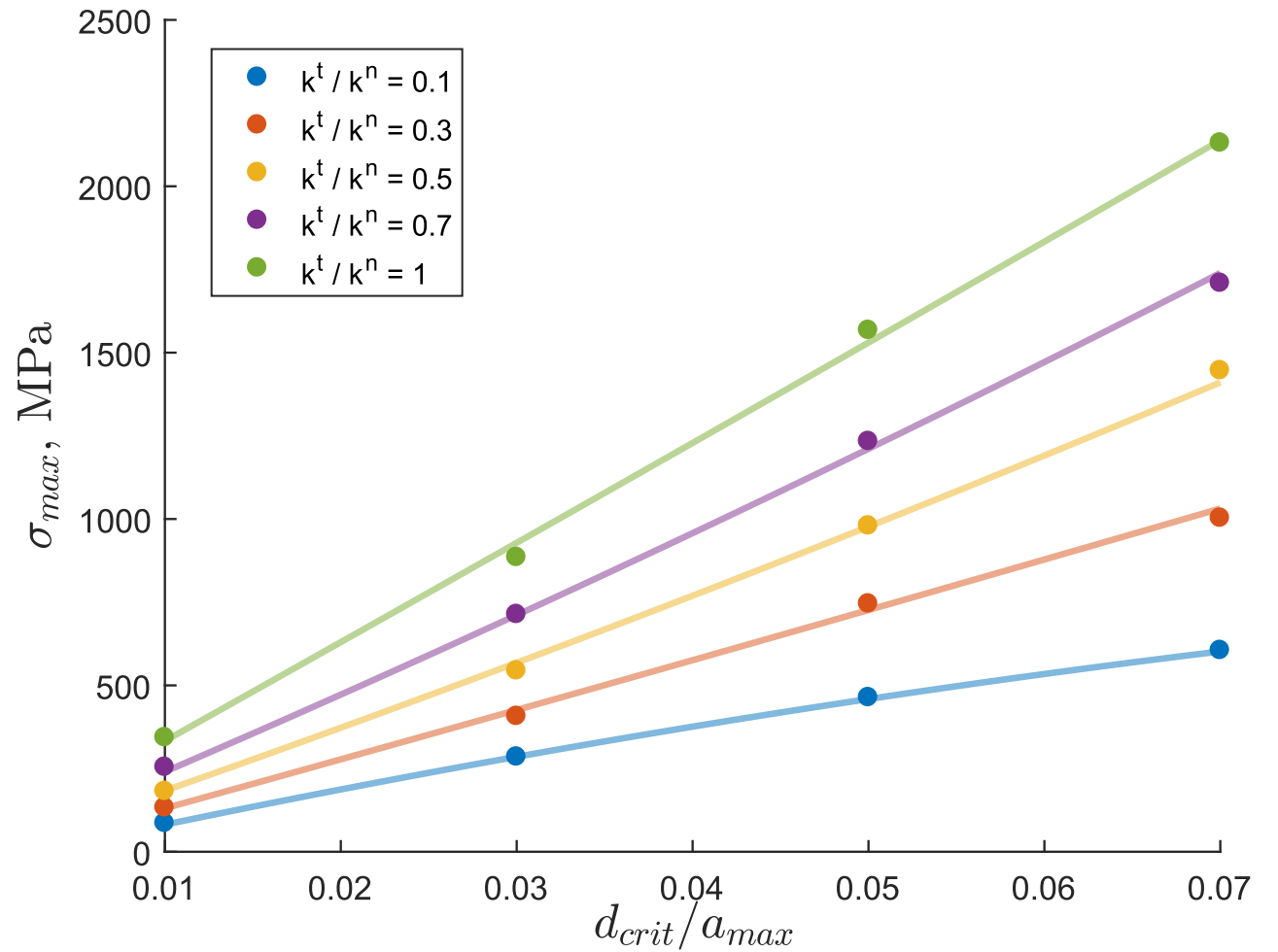
$$\alpha^i(y, z) \approx \sum_{j=0}^{N_j} \beta^{i, (N_j+1-j)}(z)y^j,$$

$$\beta^{i,j}(z) \approx \sum_{k=0}^{N_k} \gamma^{i,j, (N_k+1-k)}z^k,$$

где $\alpha^i, \beta^{i,j}, \gamma^{i,j,k}$ являются коэффициентами, полученными методом наименьших квадратов.

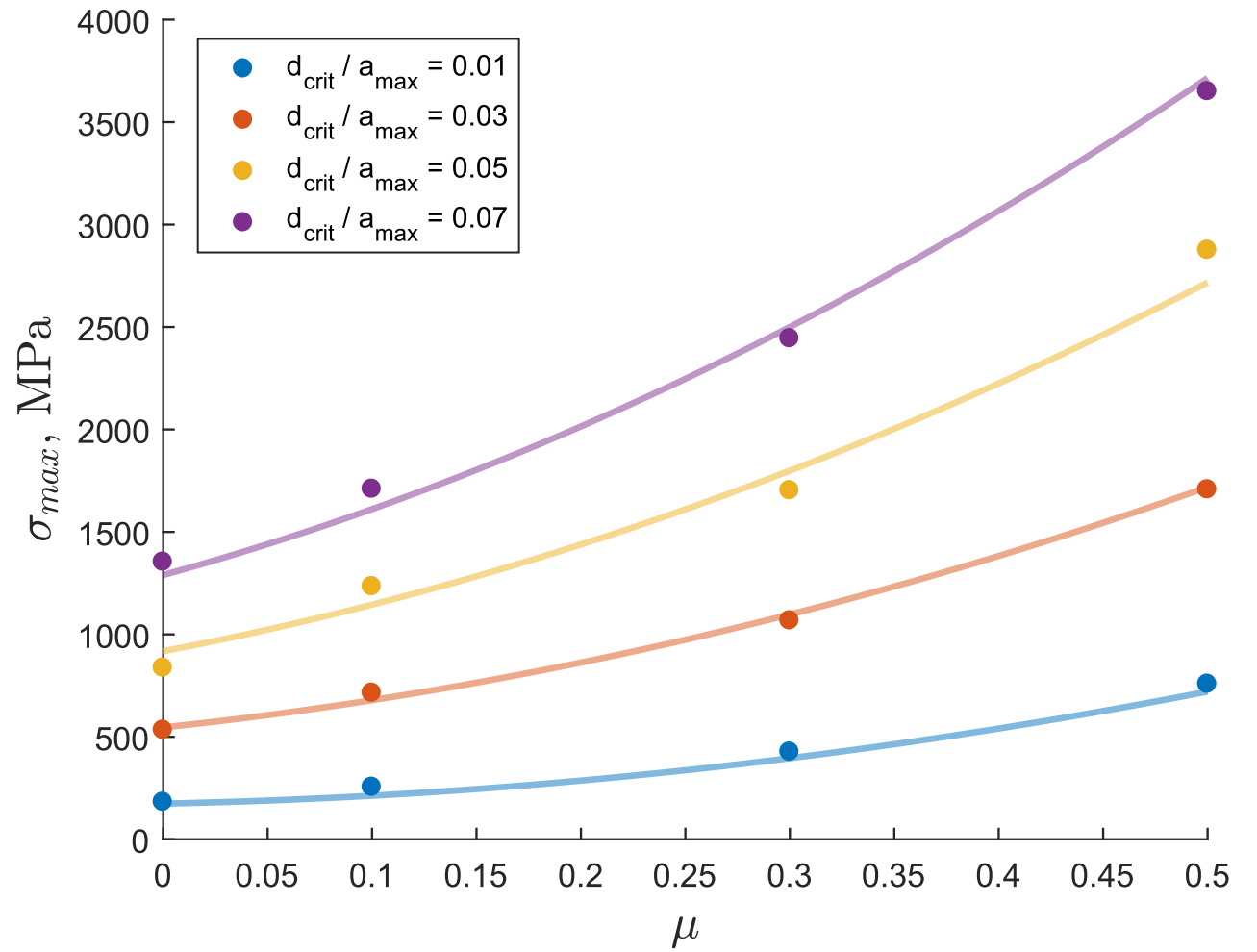
Интерпретация результатов

Параметр	Значение
$k^t, \text{Н/м}$	$0.1 - 1 k_r^n$
$d_{crit}, \text{м}$	$0.01 - 0.07 a_{max}$
μ_s	0.1



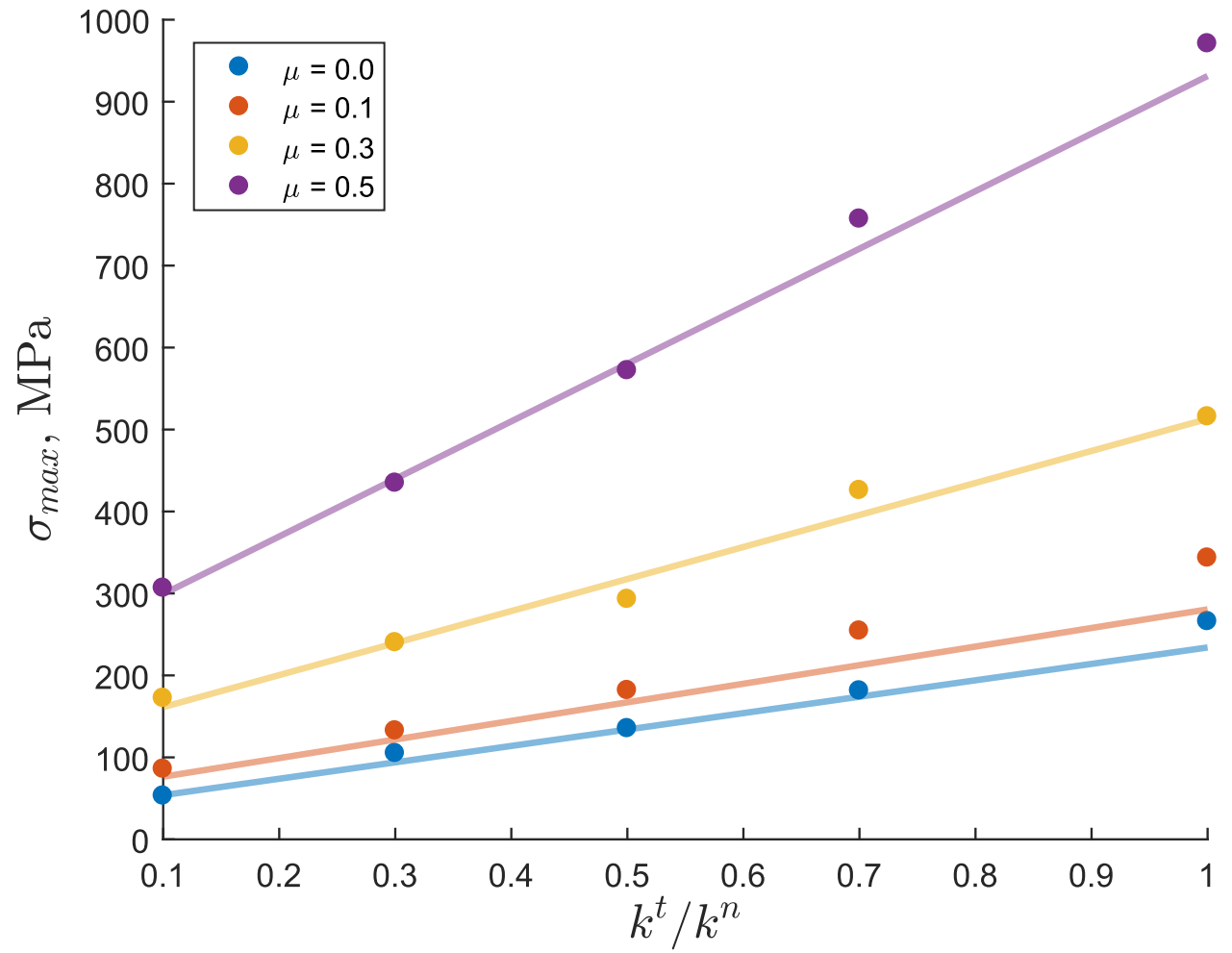
Интерпретация результатов

Параметр	Значение
$k^t, \text{Н/м}$	$0.7 k_r^n$
$d_{crit}, \text{м}$	$0.01 - 0.07 a_{max}$
μ_s	$0.0 - 0.5$

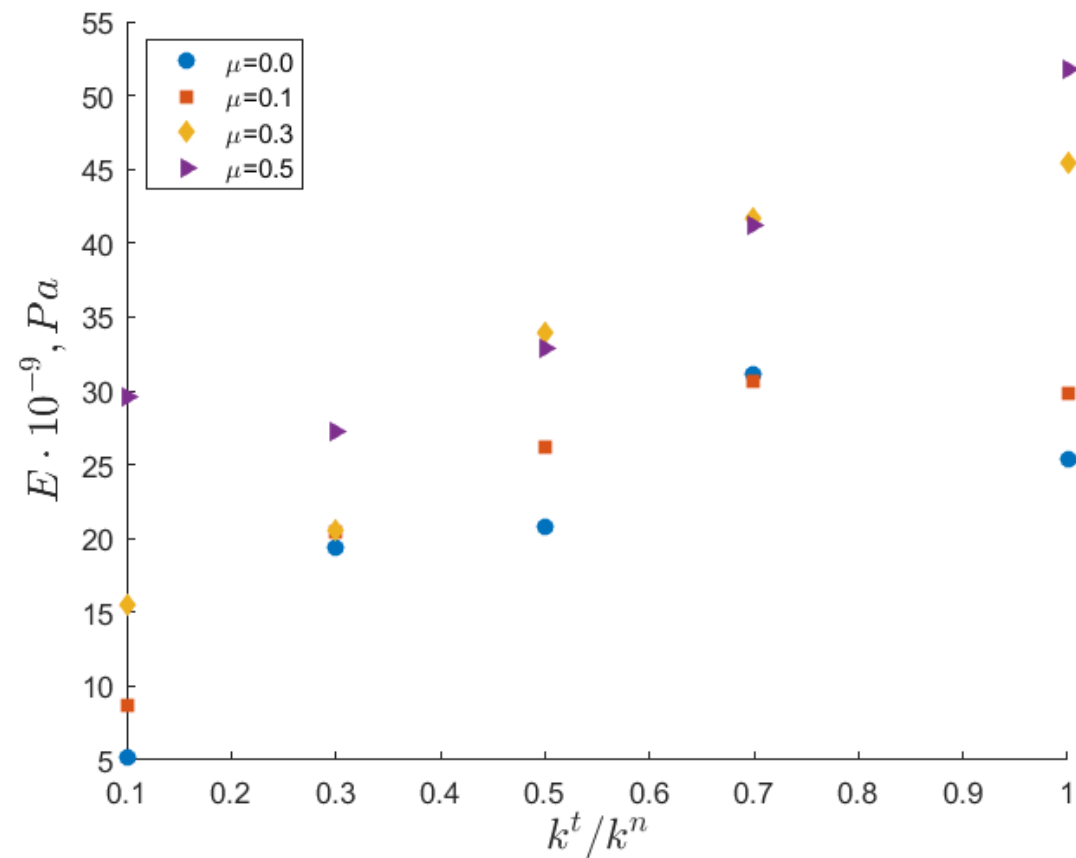
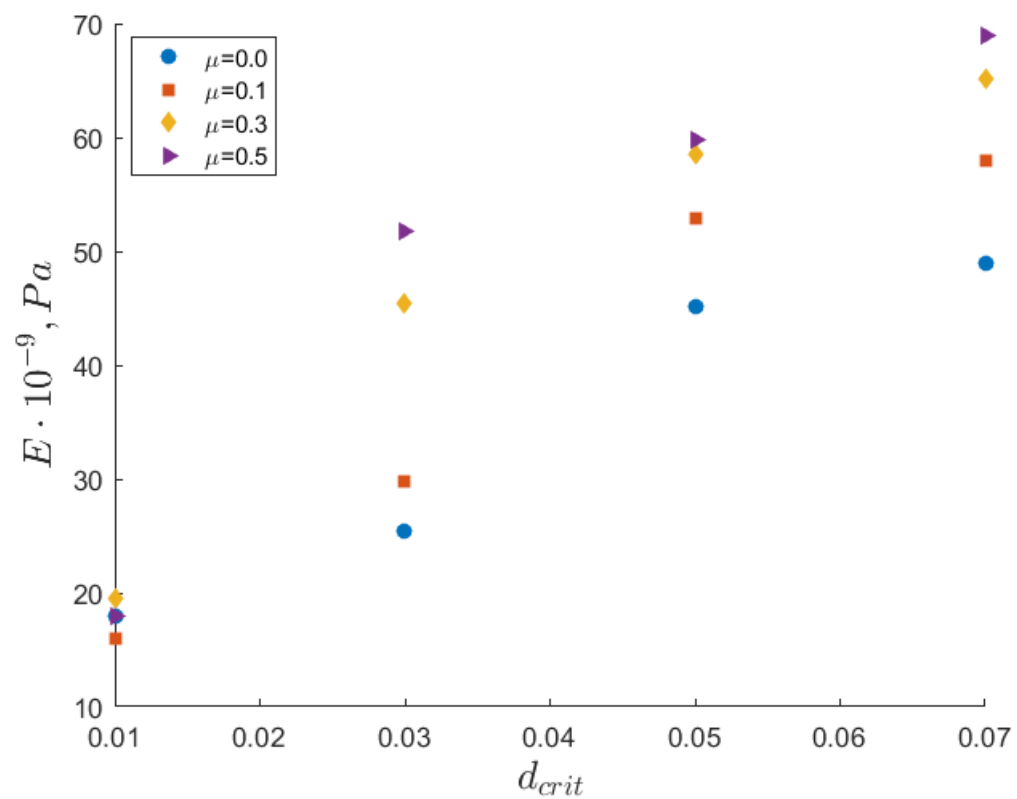


Интерпретация результатов

Параметр	Значение
$k^t, \text{Н/м}$	$0.1 - 1 k_r^n$
$d_{crit}, \text{м}$	$0.01 a_{max}$
μ_s	$0.0 - 0.5$

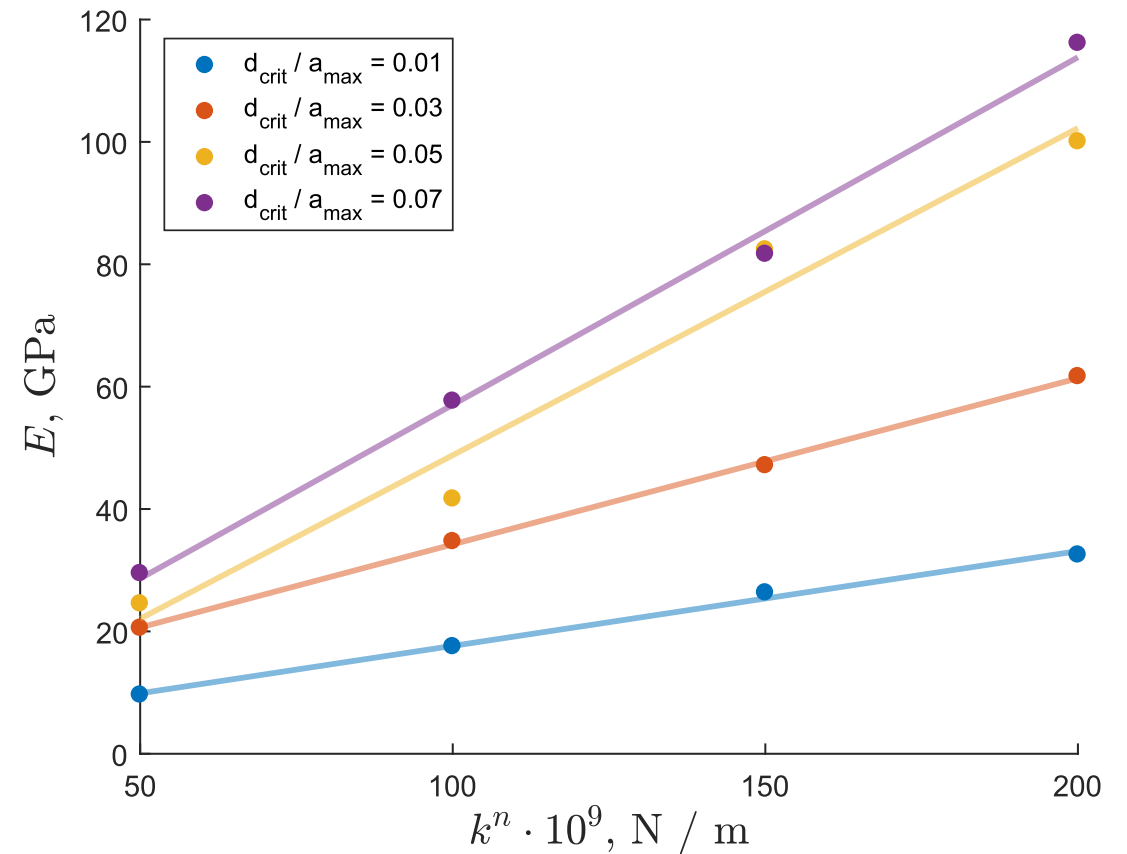
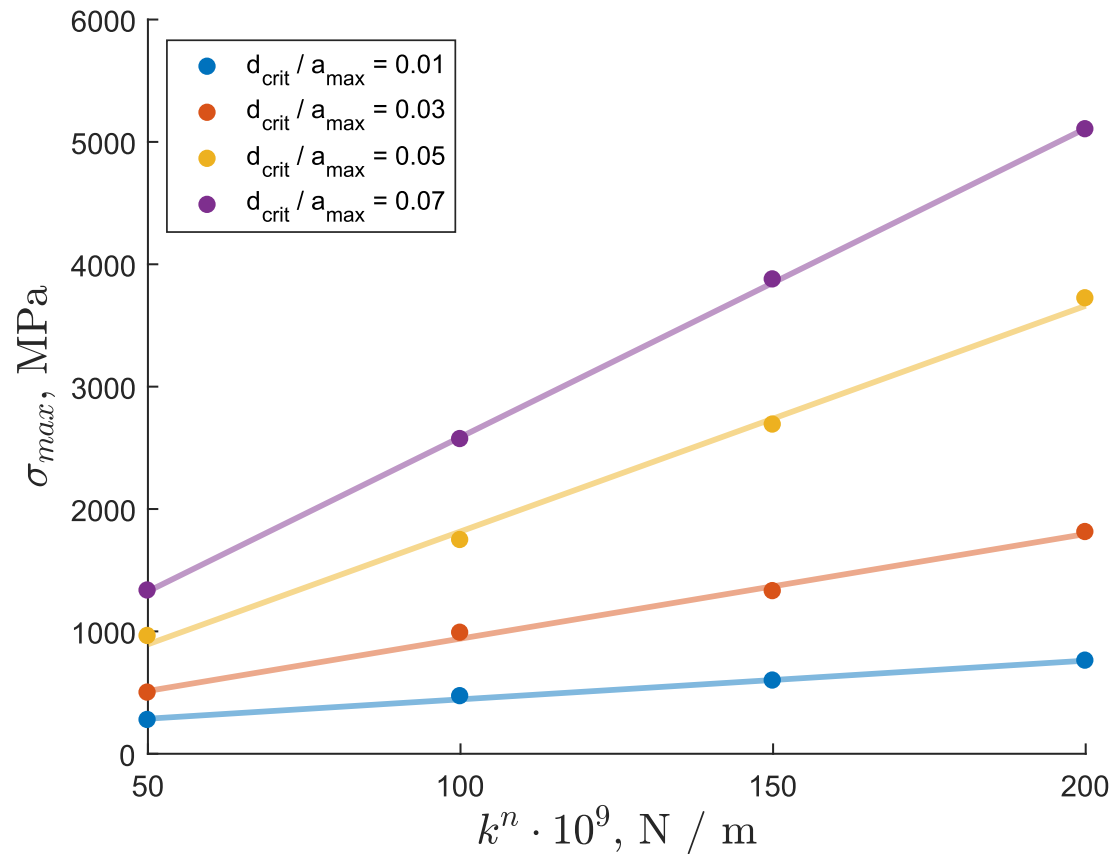


Интерпретация результатов



Интерпретация результатов

Добавим в рассмотрение $k^n = (50, 100, 150, 200) \cdot 10^9$ Н/м. Тогда при $\mu = 0.3$:



Выводы

В данной работе:

- Приведена реализация алгоритма численного моделирования поведения упругих сред в тестах на одноосное сжатие с использованием архитектуры параллельных вычислений CUDA.
- Получен набор из 400 диаграмм напряжения-деформаций для всех возможных комбинаций исследуемых входных параметров.
- Показано, что модуль Юнга и прочность тела на сжатие демонстрируют рост при увеличении значения каждого из варьируемых параметров
- Показано, что предельные нагрузки, приложенные к телу, линейно возрастают с ростом касательной жесткости и длины связей, и квадратично возрастают с ростом коэффициента трения.
- Проведены дополнительные расчеты для выявления зависимости модуля Юнга от нормальной жесткости.

Спасибо за внимание!