Суперкомпьютерные дни в России

Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН

Application of the parallel matrix sweep method for modeling the heat and mass transfer of a two-phase fluid in a fractured-porous reservoir*

Докладчик: **Узянбаев Равиль Мунирович**

инженер-исследователь

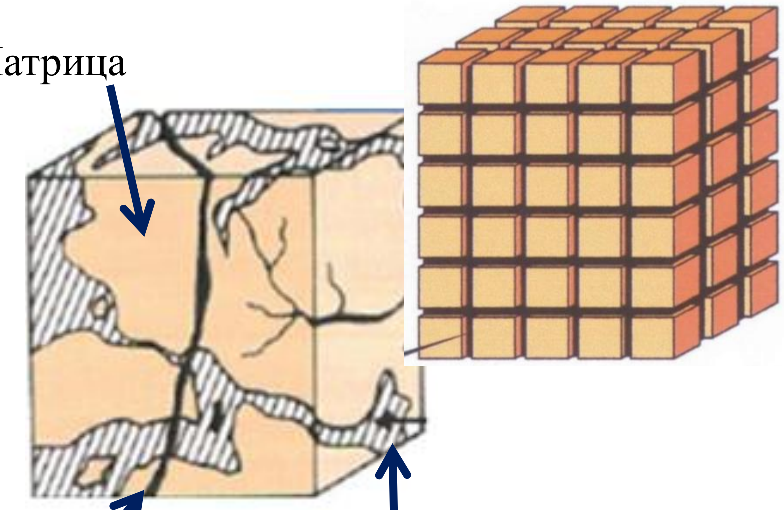
Ю.А. Повещенко, В.О. Подрыга, С.В. Поляков, Ю.О. Бобренёва, П.И. Рагимли, И.М. Губайдуллин

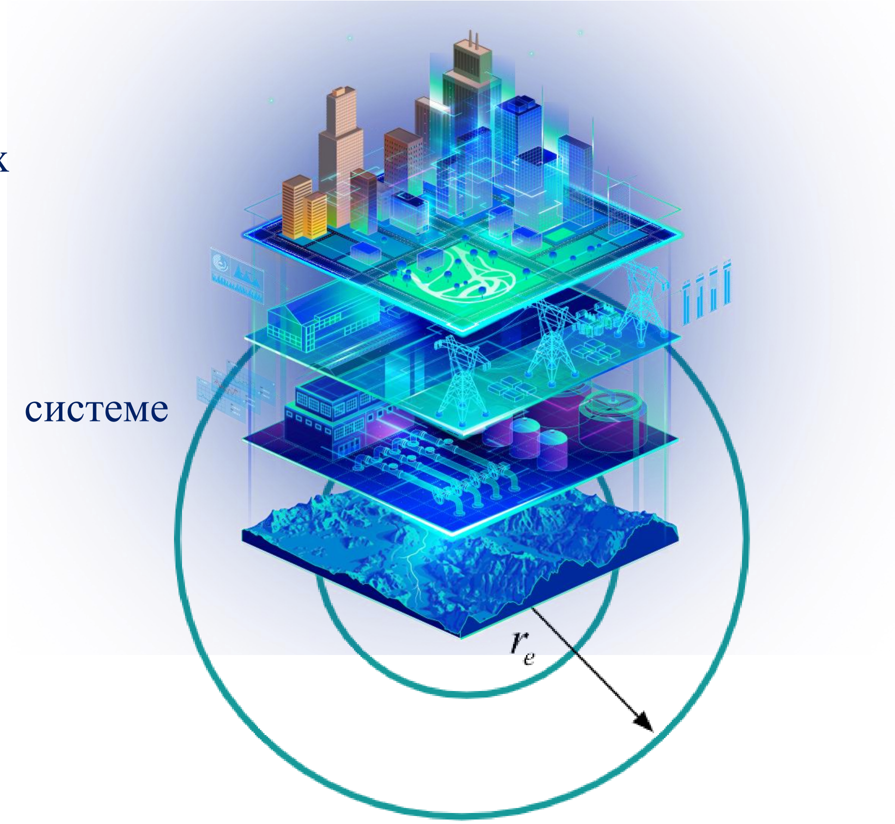
25 - 26 сентября
2023

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-20047).

Актуальность работы

- Значительная часть нефти (~60%) находится в карбонатных коллекторах
- Трудоемкие модели, длительные расчеты
- Дорогостоящие программные продукты (100 000 $).
- Не позволяют проводить полный спектр расчетов и работают по системе черного ящика





Матрица

Трещины

Каверны

- высокопроизводительные вычислительные системы в цифровизации
- цифровые модели
- максимально быстро и точно воспроизвести все процессы технического объекта
- необходимость запуска не только на вычислительном кластере, но и на персональных компьютерах (MPI)

- Образование асфальтосмолопарафиновых отложений

Цель работы: разработка математической модели, последовательного и параллельного численного алгоритма, создание программного комплекса для моделирования фильтрации жидкости при проведении гидродинамического исследования в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности.

Задачи:

1. Построение математической модели тепломассопереноса в случаи двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа.
2. Построение разностных схем и разработка программного комплекса с возможностью применения параллельных вычислений для моделирования фильтрации жидкости в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности
3. Проведение вычислительных экспериментов в случаях двухфазной фильтрации жидкости при проведении гидродинамического исследования в добывающих скважинах в коллекторе трещиновато-порового типа. Апробация реализованных численных схем и проверка на адекватность полученных результатов. Анализ эффективности параллельного алгоритма

Постановка задачи изотермический случай

Математическая модель фильтрационных процессов в трещиновато-поровом коллекторе:

трещины

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_o \boldsymbol{S_o^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_o U_o^f\right) + q_o^f = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_w \boldsymbol{S_w^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_w U_w^f\right) + q_w^f = \rho_w q_j,$$

матрица

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_o \boldsymbol{S_o^m})}{\partial t} + q_o^m = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_w \boldsymbol{S_w^m})}{\partial t} + q_w^m = \rho_w q_j,$$

начальные и граничные условия:

$$P^f\Big|_{t=0} = P_0,$$

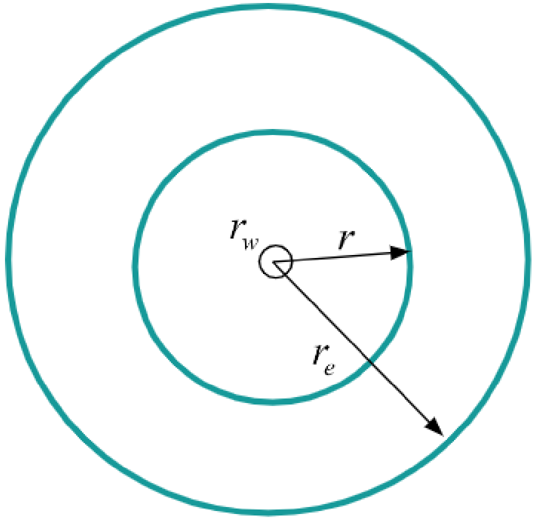
$$P^m\Big|_{t=0} = P_0,$$

$$P^f\big|_{r=0} = P_w$$

$$\left.\frac{\partial P^f}{\partial r}\right|_{r=re} = 0,$$

$$r_w \le r \le r_e,$$

$$0 \le t \le t_k.$$



Задача является сложной квазилинейной системой уравнений математической физики смешанного типа

Расщепление задачи по физическим процессам *

Проводится разбиение задачи на два блока:

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_o S_o^f)}{\partial t} + \nabla\left(\rho_o U_o^f\right) + q_o^f = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_w S_w^f)}{\partial t} + \nabla\left(\rho_w U_w^f\right) + q_w^f = \rho_w q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_o S_o^m)}{\partial t} + q_o^m = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_w S_w^m)}{\partial t} + q_w^m = \rho_w q_j,$$

$\boldsymbol{P}$ (Pf, Pm) Давление

$\boldsymbol{S}$ (So, Sw) Насыщенность

$\boldsymbol{P}$ (Pf, Pm)

Пьезопроводный блок

Насыщенности выносятся из-под знака производной по времени и преобразуются:

$$\left(\frac{\boldsymbol{S_o^f}}{\rho_o^f}\frac{\partial(\varphi^f \rho_o^f)}{\partial t} + \frac{\boldsymbol{S_w^f}}{\rho_w^f}\frac{\partial(\varphi^f \rho_w^f)}{\partial t}\right) + DIG^f = 0,$$

$$DIG^f = \frac{div\left(\rho_o^f U_o^f\right)}{\rho_o^f} + \frac{div\left(\rho_w^f U_w^f\right)}{\rho_w^f} + \sigma\left(P^f - P^m\right)\left(\frac{\rho_o^m}{\rho_o^f}\lambda_o^m + \frac{\rho_w^m}{\rho_w^f}\lambda_w^m\right),$$

$$\left(\frac{\boldsymbol{S_o^m}}{\rho_o^m}\frac{\partial(\varphi^m \rho_o^m)}{\partial t} + \frac{\boldsymbol{S_w^m}}{\rho_w^m}\frac{\partial(\varphi^m \rho_w^m)}{\partial t}\right) + DIG^m = 0,$$

$$DIG^m = -\sigma\left(P^f - P^m\right)(\lambda_o^m + \lambda_w^m).$$

$$\boxed{-A_{pk}\delta P_{k-1}^f + C_{pk}\delta_k^f - B_{pk}\delta P_{k+1}^f = \Phi_{\mathrm{P}k}\,.}$$

$\boldsymbol{S}$ (So, Sw) **Сатурационный блок**

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_w S_w^f)}{\partial t} + \nabla\left(\rho_w U_w^f\right) + q_w^f = \rho_w q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_w S_w^m)}{\partial t} + q_w^m = \rho_w q_j.$$

$$\boxed{-A_{sk}^f \delta S_{wk-1}^f + C_{sk}^f \delta S_{wk}^f - B_{sk}^f \delta S_{wk+1}^f + E_{Swk}\delta S_{wk}^m = 0 - L^{f\approx},}$$

*Modeling of Two-Phase Fluid Flow Processes in a Fractured-Porous Type Reservoir Using Parallel Computations Uzyanbaev, R., Bobreneva, Y., Poveshchenko, Y., Podryga, V., Polyakov, S. Communications in Computer and Information Sciencethis link is disabled, 2022, 1618 CCIS, 276–292

**Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и "распараллеливание" прогонки // Числ. методы механики сплош. среды. 1978. Т. 9. №7. С. 139-146

Постановка задачи неизотермический случай

Математическая модель двухфазной фильтрации жидкости в трещиновато-поровом коллекторе с учетом неизотермичности:

$$\frac{\partial(\varphi^{\alpha}\rho_o^{\alpha}S_o^{\alpha})}{\partial t}+\nabla(\rho_o^{\alpha}\vec{U}_o^{\alpha})+q_o^{\alpha}=0, \qquad q_o^m=-q_o^f=-\rho_o^m\sigma\lambda_o^m(P^f-P^m),$$

$$\frac{\partial(\varphi^{\alpha}\rho_w^{\alpha}S_w^{\alpha})}{\partial t}+\nabla(\rho_w^{\alpha}\vec{U}_w^{\alpha})-q_w^{\alpha}=0, \qquad q_w^m=-q_w^f=-\rho_w^m\sigma\lambda_w^m(P^f-P^m),$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}[(\varphi^f\rho_o^fS_o^f\varepsilon_o^f+\varphi^m\rho_o^mS_o^m\varepsilon_o^m+\varphi^f\rho_w^fS_w^f\varepsilon_w^f+\varphi^m\rho_w^mS_w^m\varepsilon_w^m)+(1-\varphi^f-\varphi^m)\rho_s\varepsilon_s]+\\&+div[\rho_o^f\varepsilon_o^f\vec{U}_o^f+\rho_w^f\varepsilon_w^f\vec{U}_w^f]+div\left[P^f(\vec{U}_o^f+\vec{U}_w^f)\right]+div[\vec{W}^f+\vec{W}^m+\vec{W}_s]=0,\end{aligned}}$$

где:

$$\vec{U}_o^{\alpha}=-\frac{k^{\alpha}k_{ro}(S_o^{\alpha})}{\mu_o}gradP^{\alpha}, \qquad \vec{U}_w^{\alpha}=-\frac{k^{\alpha}k_{rw}(S_w^{\alpha})}{\mu_w}gradP^{\alpha}.$$

$$\vec{W}^f=-(\phi^f[S_w^f\eta_w^f+(1-S_w^f)\eta_o^f])\nabla T,$$

$$\vec{W}^m=-(\phi^m[S_w^m\eta_w^m+(1-S_w^m)\eta_o^m])\nabla T,$$

$$\vec{W}_s=-[1-\phi^f-\phi^m]\eta_s\nabla T,$$

$$\vec{W}=\vec{W}^f+\vec{W}^m+\vec{W}_s.$$

ε_i^{α} – энергия нефти/воды

$\rho_s,\ \varepsilon_s$ – плотность и энергия скелета

$$P^m\Big|_{t=0}=P_0, \qquad P^f\Big|_{t=0}=P_0, \qquad r_w\le r\le r_e,$$

$$0\le t\le t_k.$$

$$T\Big|_{t=0}=T_0, \qquad P^f\big|_{r=0}=P_w \qquad \frac{\partial P^f}{\partial r}\Big|_{r=re}=0,$$

$\alpha=f,m$ f - система трещин, m – матрица,
o – нефть,
w – вода,
Pf – пластовое давление в сети трещин (МПа),
Pm – пластовое давление в матрице (МПа),
σ – коэффициент трещиноватой породы (1/м^2),
$k_{rw},\ k_{ro}$ – относительные фазовые проницаемости (м^2),
q_{im}^{α} – функция перетока между матрицей и трещинами,

μ – вязкость (Па·с),
h - эффективная мощность пласта,
q - дебит жидкости (м^3/сут),
φ – пористость (д.ед),
S_i^{α}– насыщенность,
ρ – плотность (г/м^3),
k^{α} – абсолютная проницаемость (м^2),
U_i^{α} - скорость течения фазы.

$\eta_i^f\ \ \eta_i^m, \eta_s$ - коэффициенты теплопроводности в системе трещин, матрице и скелете.

Разностная схема. Расщепленная система

$$\frac{F^f}{\tau} = \frac{\left(S_w^f\right)^{(\delta 1 f)}}{\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1 f)}}\left[\bar{\varphi}^f \rho_w^f\right]_t + \frac{\left(1 - S_w^f\right)^{(\delta 1 f)}}{\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1 f)}}\left[\bar{\varphi}^f \rho_o^f\right]_t + DIG^{f\sim} = 0,$$

$$DIG^{f\sim} = \frac{1}{\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1 f)}} DIN\left(\rho_w^f U_w^f\right)^{\sim} + \frac{1}{\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1 f)}} DIN\left(\rho_o^f U_o^f\right)^{\sim} + \frac{q_o^{f\sim}}{\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1 f)}} + \frac{q_w^{f\sim}}{\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1 f)}},$$

$$\frac{F^m}{\tau} = \frac{\left(S_w^m\right)^{(\delta 1 m)}}{\left(\rho_w^m\right)^{(\delta 1 m)}}\left[\bar{\varphi}^m \rho_w^m\right]_t + \frac{\left(1 - S_w^m\right)^{(\delta 1 m)}}{\left(\rho_o^m\right)^{(\delta 1 m)}}\left[\bar{\varphi}^m \rho_o^m\right]_t + DIG^{m\sim} = 0,$$

$$DIG^{m\sim} = \frac{q_o^{m\sim}}{\left(\rho_o^m\right)^{(\delta 1 m)}} + \frac{q_w^{m\sim}}{\left(\rho_w^m\right)^{(\delta 1 m)}},$$

$$-\frac{\Phi_{\varepsilon k}}{\tau} = \left(\bar{\varphi}^f\right)^{(1-\delta_{1f})}\left\{\left[S_w^f \rho_w^f\right]^{(\delta_{1f})}\left(\varepsilon_w^f\right)_t + \left[(1-S_w^f)\rho_o^f\right]^{(\delta_{1f})}\left(\varepsilon_o^f\right)_t\right\} +$$

$$\left(\bar{\varphi}^m\right)^{(1-\delta_{1m})}\left\{\left[S_w^m \rho_w^m\right]^{(\delta_{1m})}\left(\varepsilon_w^m\right)_t + \left[(1-S_w^m)\rho_o^m\right]^{(\delta_{1m})}\left(\varepsilon_o^m\right)_t\right\} +$$

$$+\left\{\overline{(1-\varphi^f-\varphi^m)}\rho_s\varepsilon_s\right\}_t + DIG_\varepsilon^{f\sim} + DIG_\varepsilon^{m\sim} + DINW_s^{\sim} = 0,$$

$$DIG_\varepsilon^{f\sim} = \left\{DIN\left[\left(\varepsilon_w^{f(\delta_{1f})}\right)_{up}\left(\rho_w^f U_w^f\right)^{\sim}\right] - (\varepsilon_w^f)^{(\delta_{1f})} DIN\left(\rho_w^f U_w^f\right)^{\sim}\right\} +$$

$$+\left\{DIN\left[\left(\varepsilon_o^{f(\delta_{1f})}\right)_{up}\left(\rho_o^f U_o^f\right)^{\sim}\right] - (\varepsilon_o^f)^{(\delta_{1f})} DIN\left(\rho_o^f U_o^f\right)^{\sim}\right\} +$$

$$+DIN\left[P^f\left(U_w^f + U_o^f\right)\right]^{\sim} + DINW^{f\sim} - \left(\varepsilon_w^f\right)^{(\delta_{1f})}\cdot q_w^{f\sim} - \left(\varepsilon_o^f\right)^{(\delta_{1f})}\cdot q_o^{f\sim},$$

$$DIG_\varepsilon^{m\sim} = DINW^{m\sim} - \left(\varepsilon_w^m\right)^{(\delta_{1m})}\cdot q_w^{m\sim} - \left(\varepsilon_o^m\right)^{(\delta_{1m})}\cdot q_o^{m\sim}.$$

$$a^{(\delta_1)} = \delta_1 \hat{a} + (1-\delta_1)a,$$

$$\delta_{1f} = \frac{\sqrt{(\varphi^f)}^{\wedge}}{\sqrt{(\varphi^f)}^{\wedge} + \sqrt{(\varphi^f)}}, \quad \delta_{1m} = \frac{\sqrt{(\varphi^m)}^{\wedge}}{\sqrt{(\varphi^m)}^{\wedge} + \sqrt{(\varphi^m)}}$$

$$\bar{\varphi} = \hbar\varphi, \overline{(1-\varphi^f-\varphi^m)} = \hbar - \bar{\varphi}^f - \bar{\varphi}^m, \ \bar{\sigma}^{\sim} = \hbar\sigma^{\sim}$$

$a^{\sim}$ обозначает аппроксимацию сеточной функции

между слоями по времени t и $t\sim$

разностная операция DIN: $(\Omega) \to (\omega)$ обозначает аппроксимацию дивергенции $dv \cdot div$, действующую на функции в ячейках (Ω)

Численная модель

$$-\left(A_{Pk}^{11}\delta P_{k-1}^{f}+A_{Pk}^{12}\delta T_{k-1}\right)+\left(C_{Pk}^{11}\delta P_{k}^{f}+C_{Pk}^{12}\delta T_{k}\right)-\left(B_{Pk}^{11}\delta P_{k+1}^{f}+B_{Pk}^{12}\delta T_{k+1}\right)=\Phi_{Pk}^{1},$$

$$-\left(A_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k-1}^{f}+A_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k-1}\right)+\left(C_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k}^{f}+C_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k}\right)-\left(B_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k+1}^{f}+B_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k+1}\right)=\Phi_{\varepsilon k}^{2},$$

$$A_k=\begin{pmatrix}A_{pk}^{11} & A_{pk}^{12}\\ A_{\varepsilon k}^{21} & A_{\varepsilon k}^{22}\end{pmatrix}\quad C_k=\begin{pmatrix}C_{pk}^{11} & C_{pk}^{12}\\ C_{\varepsilon k}^{21} & C_{\varepsilon k}^{22}\end{pmatrix}\quad B_k=\begin{pmatrix}B_{pk}^{11} & B_{pk}^{12}\\ B_{\varepsilon k}^{21} & B_{\varepsilon k}^{22}\end{pmatrix}\quad \Phi_k=\begin{pmatrix}\Phi_{pk}\\ \Phi_{\varepsilon k}\end{pmatrix}$$

$$\alpha_0=C_0^{-1}B_0,\quad \beta_0=C_0^{-1}F_0,\quad \alpha_k=\left(C_k-A_k\alpha_{k-1}\right)^{-1}B_k,$$
$$\beta_k=\left(C_k-A_k\alpha_{k-1}\right)^{-1}\left(F_k+A_k\beta_{k-1}\right),\quad k=1,\dots,N;$$
$$y_N=\beta_N,\quad y_k=\alpha_k y_{k+1}+\beta_i,\quad k=N-1,\dots,0;$$
$$\alpha_i=\begin{pmatrix}\alpha_{k,0,0} & \alpha_{k,0,1}\\ \alpha_{k,1,0} & \alpha_{k,1,1}\end{pmatrix},\quad \beta_i=\begin{pmatrix}\beta_{k,0}\\ \beta_{k,1}\end{pmatrix}.$$

$$\delta P^m=\pi_m^s\delta P^f-\Phi^{ms}-\frac{\Theta_{Tm}^s}{\Theta_{Pm\tau}^s}\delta T.\qquad \pi_m^s=\frac{\tau}{\Theta_{Pm\tau}^s}\left\{\frac{(\rho_w^m\bar{\sigma}\lambda_w^m)^s}{(\rho_w^m)^{(\delta 1m)\approx}}+\frac{(\rho_o^m\bar{\sigma}\lambda_o^m)^s}{(\rho_o^m)^{(\delta 1m)\approx}}\right\},\quad \Phi^{ms}=\frac{F^{ms}}{\Theta_{Pm\tau}^s}.$$

$$\Theta_{Pm\tau}^s=\Theta_{Pm}^s+\tau\left(\frac{(\rho_w^m\bar{\sigma}\lambda_w^m)^s}{(\rho_w^m)^{(\delta 1m)\approx}}+\frac{(\rho_o^m\bar{\sigma}\lambda_o^m)^s}{(\rho_o^m)^{(\delta 1m)\approx}}\right),\quad \Theta_{Pm}^s=\frac{\left(S_w^m\right)^{(\delta_{1m})\approx}}{\left(\rho_w^m\right)^{(\delta_{1m})\approx}}\left(\bar{\varphi}^m\rho_w^m\right)_{P_m}^{\prime s}+\frac{\left(1-S_w^m\right)^{(\delta_{1m})\approx}}{\left(\rho_o^m\right)^{(\delta_{1m})\approx}}\left(\bar{\varphi}^m\rho_o^m\right)_{P_m}^{\prime s}$$

$$\Theta_{Tm}^s=\left\{\frac{(S_w^m)^{(\delta_{1m})\approx}}{(\rho_w^m)^{(\delta_{1m})\approx}}(\bar{\varphi}^m\rho_w^m)_T^{\prime s}+\frac{(1-S_w^m)^{(\delta_{1m})\approx}}{(\rho_o^m)^{(\delta_{1m})\approx}}(\bar{\varphi}^m\rho_o^m)_T^{\prime s}\right\}$$

$$A_{\varepsilon k}^{21}=0, A_{\varepsilon k}^{22}=0, B_{\varepsilon k}^{21}=0, B_{\varepsilon k}^{22}=0, C_{\varepsilon k}^{21}=0, C_{\varepsilon k}^{12}=0, C_{\varepsilon k}^{22}=1, \Phi_{\varepsilon k}=0$$

Численная модель

$$-\left(A^{11}_{Pk}\delta P^{f}_{k-1}+A^{12}_{Pk}\delta T_{k-1}\right)+\left(C^{11}_{Pk}\delta P^{f}_{k}+C^{12}_{Pk}\delta T_{k}\right)-\left(B^{11}_{Pk}\delta P^{f}_{k+1}+B^{12}_{Pk}\delta T_{k+1}\right)=\Phi^{1}_{Pk},$$

$$A^{11}_{pk}=\frac{\tau}{\left[\left(\rho^f_w\right)^{(\delta 1f)}\right]_k}\overset{\approx}{}\left\{\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}*\left(\frac{\rho^f_w k^f}{\mu^f_w}\right)^s_{k-\frac{1}{2}}k^{ups}_{rw(k-\frac{1}{2})}\right\}+\frac{\tau}{\left[\left(\rho^f_o\right)^{(\delta 1f)}\right]_k}\overset{\approx}{}\left\{\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}*\left(\frac{\rho^f_o k^f}{\mu^f_o}\right)^s_{k-\frac{1}{2}}k^{ups}_{ro(k-\frac{1}{2})}\right\}$$

$$B^{11}_{pk}=\frac{\tau}{\left[\left(\rho^f_w\right)^{(\delta 1f)}\right]_k}\overset{\approx}{}\left\{\frac{1}{h_{k+\frac{1}{2}}}*\left(\frac{\rho^f_w k^f}{\mu^f_w}\right)^s_{k+\frac{1}{2}}k^{ups}_{rw(k+\frac{1}{2})}\right\}+\frac{\tau}{\left[\left(\rho^f_o\right)^{(\delta 1f)}\right]}\overset{\approx}{}\left\{\frac{1}{h_{k+\frac{1}{2}}}*\left(\frac{\rho^f_o k^f}{\mu^f_o}\right)^s_{k+\frac{1}{2}}k^{ups}_{ro(k+\frac{1}{2})}\right\}$$

$$A^{12}_{pk}=0$$

$$B^{12}_{pk}=0$$

$$C^{11}_{pk}=\left[\frac{\left(S^f_w\right)^{(\delta 1f)\approx}}{\left(\rho^f_w\right)^{(\delta 1f)\approx}}\left(\bar{\varphi}^f\rho^f_w\right)'^s_{Pf}+\frac{\left(1-S^f_w\right)^{(\delta 1f)\approx}}{\left(\rho^f_o\right)^{(\delta 1f)\approx}}\left(\bar{\varphi}^f\rho^f_o\right)'^s_{Pf}\right]_k+$$
$$+\frac{\tau}{\left[\left(\rho^f_w\right)^{(\delta 1f)}\right]_k}\overset{\approx}{}\left\{\frac{1}{h_{k+\frac{1}{2}}}*\left(\frac{\rho^f_w k^f}{\mu^f_w}\right)^s_{k+\frac{1}{2}}k^{ups}_{rw\left(k+\frac{1}{2}\right)}+\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}*\left(\frac{\rho^f_w k^f}{\mu^f_w}\right)^s_{k-\frac{1}{2}}k^{ups}_{rw\left(k-\frac{1}{2}\right)}\right\}$$
$$+\frac{\tau}{\left[\left(\rho^f_o\right)^{(\delta 1f)}\right]_k}\overset{\approx}{}\left\{\frac{1}{h_{k+\frac{1}{2}}}\left(\frac{\rho^f_o k^f}{\mu^f_o}\right)^s_{k+\frac{1}{2}}k^{ups}_{ro\left(k+\frac{1}{2}\right)}+\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\rho^f_o k^f}{\mu^f_o}\right)^s_{k-\frac{1}{2}}k^{ups}_{ro\left(k-\frac{1}{2}\right)}\right\}+\left\{\frac{\tau}{\left(\rho^f_w\right)^{(\delta 1f)\approx}}(\rho^m_w\bar{\sigma}\lambda^m_w)^s(1-\pi^s_m)\right\}_k$$
$$+\left\{\frac{\tau}{\left(\rho^f_o\right)^{(\delta 1f)\approx}}(\rho^m_o\bar{\sigma}\lambda^m_o)^s(1-\pi^s_m)\right\}_k$$

$$C^{12}_{pk}=\left[\frac{\Theta^s_{Tm}}{\Theta^s_{Pm\tau}}\left\{\frac{(\rho^m_w\bar{\sigma}\lambda^m_w)^s}{\left(\rho^f_w\right)^{(\delta 1f)\approx}}+\frac{(\rho^m_o\bar{\sigma}\lambda^m_o)^s}{\left(\rho^f_o\right)^{(\delta 1f)\approx}}\right\}\cdot\tau+\left\{\frac{\left(S^f_w\right)^{(\delta_1 f)\approx}}{\left(\rho^f_w\right)^{(\delta_1 f)\approx}}\left(\bar{\varphi}^f\rho^f_w\right)'^s_T+\frac{\left(1-S^f_w\right)^{(\delta_1 f)\approx}}{\left(\rho^f_o\right)^{(\delta_1 f)\approx}}\left(\bar{\varphi}^f\rho^f_o\right)'^s_T\right\}\right]_k$$

$$\Phi^1_{Pk}=-F^{fs}-\left\{\frac{(\rho^m_w\bar{\sigma}\lambda^m_w)^s}{\left(\rho^f_w\right)^{(\delta 1f)\approx}}+\frac{(\rho^m_o\bar{\sigma}\lambda^m_o)^s}{\left(\rho^f_o\right)^{(\delta 1f)\approx}}\right\}\cdot\tau\Phi^{ms}$$

Численная модель

$$-\left(A_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k-1}^{f}+A_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k-1}\right)+\left(C_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k}^{f}+C_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k}\right)-\left(B_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k+1}^{f}+B_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k+1}\right)=\Phi_{\varepsilon k}^{2},$$

$$A_{\varepsilon k}^{21}=\tau\left\{\frac{1}{h_{-\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^{f}k^{f}}{\mu_{w}^{f}}\right)_{-\frac{1}{2}}^{s}\left(k_{rw}^{up}\right)_{-\frac{1}{2}}^{s}+\frac{1}{h_{-\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^{f}k^{f}}{\mu_{o}^{f}}\right)_{-\frac{1}{2}}^{s}\left(k_{ro}^{up}\right)_{-\frac{1}{2}}^{s}\right\},$$

$$A_{\varepsilon k}^{22}=\frac{\tau}{h_{-\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^{f}\left[s_{w}^{f}\eta_{w}^{f}+\left(1-s_{w}^{f}\right)\eta_{o}^{f}\right]\right\}_{-\frac{1}{2}}^{\approx}+\frac{\tau}{h_{-\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^{m}\left[s_{w}^{m}\eta_{w}^{m}+\left(1-s_{w}^{m}\right)\eta_{o}^{m}\right]\right\}_{-\frac{1}{2}}^{\approx}+$$
$$+\frac{\tau}{h_{-\frac{1}{2}}}\left\{\left(1-\varphi^{f}-\varphi^{m}\right)\eta_{s}\right\}_{-\frac{1}{2}}^{\approx},$$

$$B_{\varepsilon k}^{21}=\tau\left\{\frac{1}{h_{\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^{f}k^{f}}{\mu_{w}^{f}}\right)_{\frac{1}{2}}^{s}\left(k_{rw}^{up}\right)_{\frac{1}{2}}^{s}+\frac{1}{h_{\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^{f}k^{f}}{\mu_{o}^{f}}\right)_{\frac{1}{2}}^{s}\left(k_{ro}^{up}\right)_{\frac{1}{2}}^{s}\right\},$$

$$B_{\varepsilon k}^{22}=\frac{\tau}{h_{\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^{f}\left[s_{w}^{f}\eta_{w}^{f}+\left(1-s_{w}^{f}\right)\eta_{o}^{f}\right]\right\}_{\frac{1}{2}}^{\approx}+\frac{\tau}{h_{\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^{m}\left[s_{w}^{m}\eta_{w}^{m}+\left(1-s_{w}^{m}\right)\eta_{o}^{m}\right]\right\}_{\frac{1}{2}}^{\approx}+$$
$$+\frac{\tau}{h_{\frac{1}{2}}}\left\{\left(1-\varphi^{f}-\varphi^{m}\right)\eta_{s}\right\}_{\frac{1}{2}}^{\approx},$$

$$\Phi_{\varepsilon k}^{2}=\Phi_{\varepsilon k}+\Phi_{\varepsilon k}^{s2}+\Phi_{\varepsilon k}^{m2},$$

$$\Phi_{\varepsilon k}^{s2}=\left\{-\frac{\varphi^{m}}{\varphi^{m}+\varphi^{f}}\left(\overline{1-\varphi^{m}-\varphi^{f}}\right)\left[\frac{F^{ms}}{\Theta_{Pm\tau}^{s}}\right]\right\}^{\approx},$$

$$\Phi_{\varepsilon k}^{m2}=\left\{\left(\overline{\varphi}^{m}\right)^{(1-\delta_{1m})}\left\{\left[S_{w}^{m}\rho_{w}^{m}\right]^{(\delta_{1m})}\left[-\left(\frac{P^{m}}{\rho_{w}^{f}}\right)_{P_{m}}^{'}\frac{F^{ms}}{\Theta_{Pm\tau}^{s}}\right]+\left[\left(1-S_{w}^{m}\right)\rho_{o}^{m}\right]^{(\delta_{1}m)}\left[-\left(\frac{P^{m}}{\rho_{o}^{m}}\right)_{P_{m}}^{'}\frac{F^{ms}}{\Theta_{Pm}^{s}\tau}\right]\right\}\right\}^{\approx}.$$

$$-\frac{\Phi_{\varepsilon k}}{\tau}=\left(\overline{\varphi}^{f}\right)^{(1-\delta_{1f})}\left\{\left[S_{w}^{f}\rho_{w}^{f}\right]^{(\delta_{1f})}\left(\varepsilon_{w}^{f}\right)_{t}+\left[(1-S_{w}^{f})\rho_{o}^{f}\right]^{(\delta_{1f})}\left(\varepsilon_{o}^{f}\right)_{t}\right\}+$$
$$\left(\overline{\varphi}^{m}\right)^{(1-\delta_{1m})}\left\{\left[S_{w}^{m}\rho_{w}^{m}\right]^{(\delta_{1m})}\left(\varepsilon_{w}^{m}\right)_{t}+\left[(1-S_{w}^{m})\rho_{o}^{m}\right]^{(\delta_{1m})}\left(\varepsilon_{o}^{m}\right)_{t}\right\}+$$
$$+\left\{\overline{(1-\varphi^{f}-\varphi^{m})}\rho_{s}\varepsilon_{s}\right\}_{t}+DIG_{\varepsilon}^{f\sim}+DIG_{\varepsilon}^{m\sim}+DINW_{s}^{\sim}=0,$$

Численная модель

$$-\left(A^{21}_{\varepsilon k}\delta P^f_{k-1}+A^{22}_{\varepsilon k}\delta T_{k-1}\right)+\left(C^{21}_{\varepsilon k}\delta P^f_k+C^{22}_{\varepsilon k}\delta T_k\right)-\left(B^{21}_{\varepsilon k}\delta P^f_{k+1}+B^{22}_{\varepsilon k}\delta T_{k+1}\right)=\Phi^2_{\varepsilon k},$$

$$\boxed{C^{22}_{\varepsilon k}=C^{f22}_{\varepsilon k}+C^{m22}_{\varepsilon k}+C^{s22}_{\varepsilon k}+C^{f22}_{\lambda k}+C^{m22}_{\lambda k}+C^{s22}_{\lambda k},}$$

$$\boxed{C^{21}_{\varepsilon k}=C^{f21}_{\varepsilon k}+C^{m21}_{\varepsilon k}+C^{s21}_{\varepsilon k}+C^{f21}_{\varepsilon pk},}$$

$$C^{f21}_{\varepsilon k}=\left\{\left(\bar{\varphi}^f\right)^{(1-\delta_{1f})}\left\{\left[S^f_w\rho^f_w\right]^{(\delta_{1f})}\left[-\left(\frac{P^f}{\rho^f_w}\right)'_{P_f}\right]+\left[\left(1-S^f_w\right)\rho^f_o\right]^{(\delta_{1f})}\left[-\left(\frac{P^f}{\rho^f_o}\right)'_{P_f}\right]\right\}\right\}^{\approx},$$

$$C^{m21}_{\varepsilon k}=\left\{\left(\bar{\varphi}^m\right)^{(1-\delta_{1m})}\left\{\left[S^m_w\rho^m_w\right]^{(\delta_{1m})}\left[-\left(\frac{P^m}{\rho^m_w}\right)'_{P_m}\pi^s_m\right]+\left[\left(1-S^m_w\right)\rho^m_o\right]^{(\delta_{1m})}\left[-\left(\frac{P^m}{\rho^m_o}\right)'_{P_m}\pi^s_m\right]\right\}\right\}^{\approx},$$

$$C^{s21}_{\varepsilon k}=\left\{\left\{\overline{\left(1-\varphi^f-\varphi^m\right)}\rho_s\left[-\left(\frac{P^s}{\rho^s}\right)\right]\right\}'_{P_s}\left[\left(P_s\right)'_{P_f}+\left(P_s\right)'_{Pm}\pi^s_m\right]\right\}^{\approx},$$

$$C^{f21}_{\varepsilon pk}=\tau\left\{\frac{1}{h_{-\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^fk^f}{\mu^f_w}\right)^s_{-\frac{1}{2}}\left(k^{up}_{rw}\right)^s_{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{h_{-\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^fk^f}{\mu^f_o}\right)^s_{-\frac{1}{2}}\left(k^{up}_{ro}\right)^s_{-\frac{1}{2}}\right\}+$$

$$+\tau\left\{\frac{1}{h_{\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^fk^f}{\mu^f_w}\right)^s_{\frac{1}{2}}\left(k^{up}_{rw}\right)^s_{\frac{1}{2}}+\frac{1}{h_{\frac{1}{2}}}\left(\frac{P^fk^f}{\mu^f_o}\right)^s_{\frac{1}{2}}\left(k^{up}_{ro}\right)^s_{\frac{1}{2}}\right\},$$

$$C^{f22}_{\varepsilon k}=\left\{\left(\bar{\varphi}^f\right)^{(1-\delta_{1f})}\left\{\left[S^f_w\rho^f_w\right]^{(\delta_{1f})}\left[c^f_{pw}-\left(\frac{P^f}{\rho^f_w}\right)'_T\right]+\left[\left(1-S^f_w\right)\rho^f_o\right]^{(\delta_{1f})}\left[c^f_{po}-\left(\frac{P^f}{\rho^f_o}\right)'_T\right]\right\}\right\}^{\approx},$$

$$C^{m22}_{\varepsilon k}=\left\{\left(\bar{\varphi}^m\right)^{(1-\delta_{1m})}\left\{\left[S^m_w\rho^m_w\right]^{(\delta_{1m})}\left[c^m_{pw}-\left(\frac{P^m}{\rho^m_w}\right)'_{P_m}\frac{-\Theta^s_{Tm}}{\Theta^s_{Pm}}\right]+\left[\left(1-S^m_w\right)\rho^m_o\right]^{(\delta_{1m})}\left[c^m_{po}-\left(\frac{P^m}{\rho^m_o}\right)'_{P_m}\frac{-\Theta^s_{Tm}}{\Theta^s_{Pm}}\right]\right\}\right\}^{\approx},$$

$$C^{s22}_{\varepsilon k}=\left\{\left\{\overline{\left(1-\varphi^f-\varphi^m\right)}\rho_s\left[c^s_pT-\left(\frac{P^s}{\rho^s}\right)\right]\right\}'_T\right\}^{\approx},$$

$$C^{f22}_{\lambda k}=\frac{\tau}{h_{\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^f\left[s^f_w\eta^f_w+\left(1-s^f_w\right)\eta^f_o\right]\right\}^{\approx}_{\frac{1}{2}}+\frac{\tau}{h_{-\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^f\left[s^f_w\eta^f_w+\left(1-s^f_w\right)\eta^f_o\right]\right\}^{\approx}_{-\frac{1}{2}},$$

$$C^{m22}_{\lambda k}=\frac{\tau}{h_{\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^m\left[s^m_w\eta^m_w+\left(1-s^m_w\right)\eta^m_o\right]\right\}^{\approx}_{\frac{1}{2}}+\frac{\tau}{h_{-\frac{1}{2}}}\left\{\varphi^m\left[s^m_w\eta^m_w+\left(1-s^m_w\right)\eta^m_o\right]\right\}^{\approx}_{-\frac{1}{2}},$$

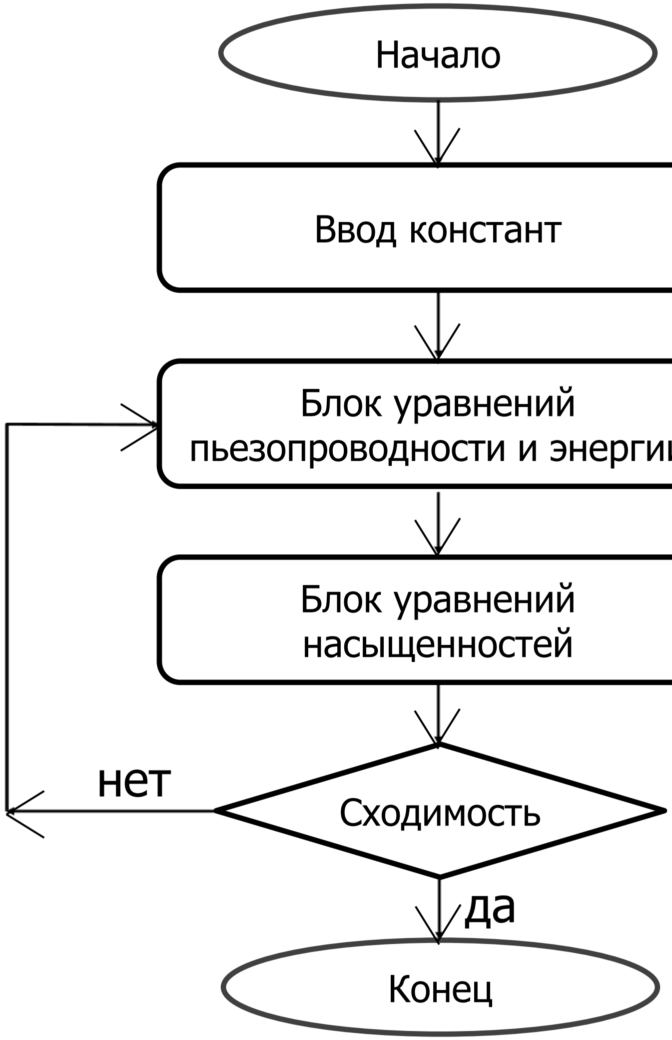
$$C^{s22}_{\lambda k}=\frac{\tau}{h_{\frac{1}{2}}}\left\{\left(\left(1-\varphi^f-\varphi^m\right)\eta_s\right\}^{\approx}_{\frac{1}{2}}.$$

Программная реализация

K-100*	CPU Intel Xeon X5670 2,93 GHz	
	на узле	всего
Процессорных ядер	12	768
Память RAM, ГБайт	96	6144

- Вводится равномерная сетка по пространственному направлению и по времени
- Для реализации параллельного алгоритма был разработан код на языке С с использованием стандарта MPI. Многопоточность была обеспечена путем размещения дополнительных MPI-процессов внутри расчетных узлов кластера.

Алгоритм расчета



IMPES
или
IMPIS

$$|\delta P^{m}| < \varepsilon_1 |P^{ms}| + \varepsilon_2,$$

$$|\delta P^{f}| < \varepsilon_1 |P^{fs}| + \varepsilon_2,$$

$$|\delta T| < \varepsilon_1 |T^{s}| + \varepsilon_2,$$

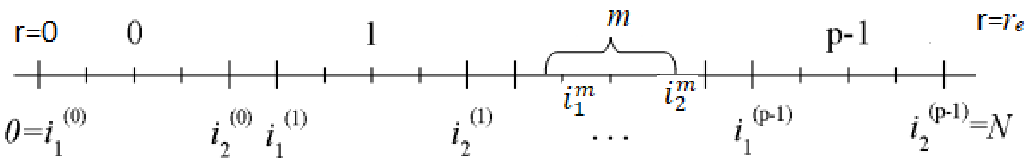
*Центр коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН http://ckp.kiam.ru

Параллельная реализация(MPI)*

MyNetInit — MPI_Init, MPI_Comm_size, MPI_Comm_rank, MPI_Get_processor_name

Initial_Data — MPI_Bcast

MyRange



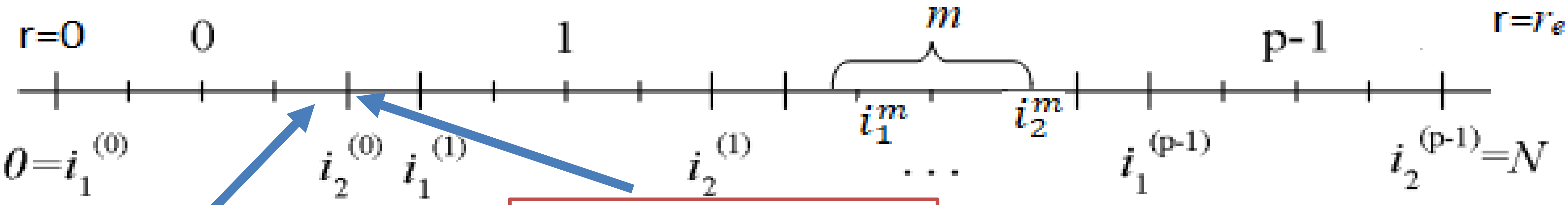
Data_exchange1D
prog_rightMatrix — MPI_Isend/MPI_Irecv, MPI_Waitall, MPI_Allreduce

Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и "распараллеливание" прогонки // Числ. методы механики сплош. среды. 1978. Т. 9. №7. С. 139-146
Е. Н. Акимова, Распараллеливание алгоритма матричной прогонки, Матем. моделирование, 1994, том 6, номер 9, 61–67

Программная реализация

Обмен между процессорами происходит в функции Data_exchange1D

$$A_{pk}=\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1 f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k-1/2}}\left(\frac{r\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k-1/2}^{s} k^{ups}_{rw(k-1/2)}\right\}+\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1 f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k-1/2}}\left(\frac{r\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k-1/2}^{s} k^{ups}_{ro(k-1/2)}\right\},$$



$$\boxed{\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}*\left(\frac{r\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k-\frac{1}{2}}^{s} k^{ups}_{rw(k-\frac{1}{2})}}$$

$$\boxed{\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}*\left(\frac{r\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k-\frac{1}{2}}^{s} k^{ups}_{ro(k-\frac{1}{2})}}$$

dd	начальный адрес буфера посылки (альтернатива)
ee	начальный адрес буфера приема (альтернатива)
N*ncp	количество элементов в буфере посылки (целое)
MPI_DOUBLE	тип данных элементов буфера посылки ()
MPI_SUM	операция (дескриптор)
MPI_COMM_WORLD	коммуникатор (дескриптор)

Коллективное взаимодействие процессов в функции prog_rightMatrix

MPI_Allreduce(dd,ee,4*ncp,MPI_DOUBLE,MPI_SUM,MPI_COMM_WORLD)

MPI_Allreduce(dd,ee,14*ncp,MPI_DOUBLE,MPI_SUM,MPI_COMM_WORLD)

4(квадратная матрица)*3(коэффициенты A, B, C)+2(вектор F)=14

Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и "распараллеливание" прогонки // Числ. методы механики сплош. среды. 1978. Т. 9. №7. С. 139-146

Параллельная прогонка (prog_rightMatrix)

$$-A_i y_{i-1} + C_i y_i - B_i y_{i+1} = F_i$$

$\Omega = \{0,1,\ldots,N\}$ равномерное разбиение множества номеров узлов сетки

$$\Omega_m = \left\{ i_1^m, \ldots, i_2^m \right\}$$

(m=0,...,p-1 – логический номер процесса)

$$y_i \equiv y_i^{(m)} = y_i^{(I,m)} + y_{i_1^{(m)}} y_i^{(III,m)} + y_{i_2^{(m)}} y_i^{(II,m)}$$

$y_i^{(\alpha,m)}$ $\alpha = I, II, III$ -базис

$y_{i_1^{(m)}}$ $y_{i_2^{(m)}}$ -значения функции на границе

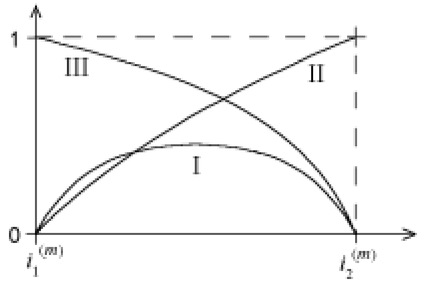
$$y_{i_1^{(m)}}^{(I,m)} = 0,\ y_{i_2^{(m)}}^{(I,m)} = 0;\ y_{i_1^{(m)}}^{(II,m)} = 0,\ y_{i_2^{(m)}}^{(II,m)} = 1;\ y_{i_1^{(m)}}^{(III,m)} = 1,\ y_{i_2^{(m)}}^{(I,m)} = 0.$$

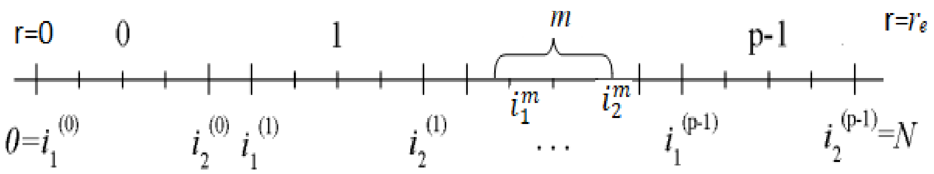
$$-A_{i_2^{(m)}} y_{i_2^{(m)}-1} + C_{i_2^{(m)}} y_{i_2^{(m)}} - B_{i_2^{(m)}} y_{i_2^{(m)}+1} = F_{i_2^{(m)}}$$

$$-A_{i_1^{(m+1)}} y_{i_1^{(m+1)}-1} + C_{i_1^{(m+1)}} y_{i_1^{(m+1)}} - B_{i_1^{(m+1)}} y_{i_1^{(m+1)}+1} = F_{i_1^{(m+1)}}$$

$$C_0 y_0 - B_0 y_1 = F_0$$

$$C_N y_N - A_N y_{N-1} = F_N$$





система из 2p-2 уравнений для 2p-2 неизвестных

$$-\tilde{A}_i y_{i-1} + \tilde{C}_i y_i - \tilde{B}_i y_{i+1} = \tilde{F}_i,\ i \in \tilde{\Omega} = \{i_2^{(0)}, i_1^{(1)}, i_2^{(1)}, \ldots, i_1^{(p-1)}\}$$

Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и "распараллеливание" прогонки // Числ. методы механики сплош. среды. 1978. Т. 9. №7. С. 139-146

Параллельная прогонка (prog_rightMatrix)

- Каждый вычислитель с помощью алгоритма последовательной прогонки решает три (или две) задачи для нахождения базисных функций

- Каждый вычислитель находит свою часть коэффициентов короткой системы относительно неизвестных $y^{(\alpha,\, m)}$

- Все вычислители осуществляют коллективный обмен коэффициентами короткой системы MPI_Allreduce

- Каждый вычислитель решает короткую систему и выбирает нужные ему значения $y_{i_1}^{(m)}$ $y_{i_2}^{(m)}$

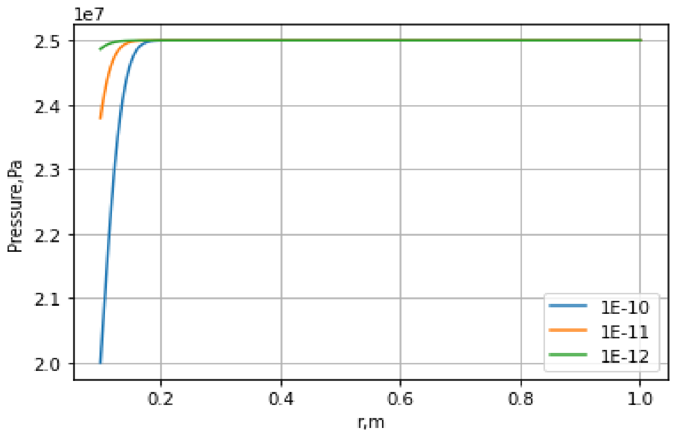
- Каждый вычислитель использует значения и для вычисления своей части решения по формулам

$$y_i \equiv y_i^{(m)} = y_i^{(I,m)} + y_{i_1^{(m)}} y_i^{(III,m)} + y_{i_2^{(m)}} y_i^{(II,m)}$$

Входные данные

Xa	0.1 (с)	Радиус скважины
Xb	10…100 (м)	Радиус исследования
Tau	0.01 (с)	Шаг по времени
Time	1000…10000(с)	Время
Epst	0.001	Точность
kr_w1, kr_w2, kr_w3	$0.03S_w^2+0.002S_w+0.0002$	Коэффициенты многочлена для определения относительной проницаемости воды
kr_o1, kr_o2, kr_o3, kr_o4, kr_o5	$7.7S_w^4-12.07S_w^3+6.9S_w^2-1.8S_w$	Коэффициенты многочлена для определения относительной проницаемости нефти
Ro0	730(кг/м3)	Плотность нефти на поверхности
Ro1	870.0(кг/м^3)	Плотность нефти в залежи
Rw0	1118(кг/м^3)	Плотность воды на поверхности
Rw1	1118.0(кг/м^3)	Плотность воды в залежи
P0	25 … 36(МПа)	Начальное давление в сети трещин
P0l	22 … 28(МПа)	Давление слева в сети трещин
Pa	101325.0(Па)	Атмосферное давление
d1f	0.5	Весовой коэффициент
m_1	0.01	Пористость
kf_1	10^{-12}(м^2	Проницаемость трещины
Km_1	10^{-16}(м^2)	Проницаемость матрицы
Mw_1	0.67·10-3 (Па·с)	Вязкость воды
Mo_1	0.86·10^{-3} (Па·с),	Вязкость нефти
Sw_1	0.36	Водонасыщенность
Nx	1000…10000	Количество точек по пространству
Eta_f, Eta_m, Eta_s	0,6;0,12;1,7 (Вт/(м×К))	Коэффициенты теплопроводности в системе трещин, матрице и скелете

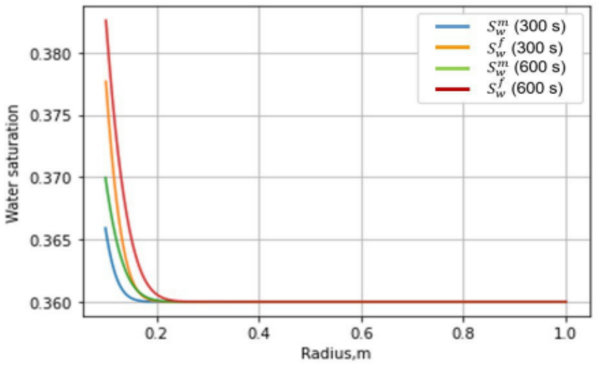
Результаты моделирования



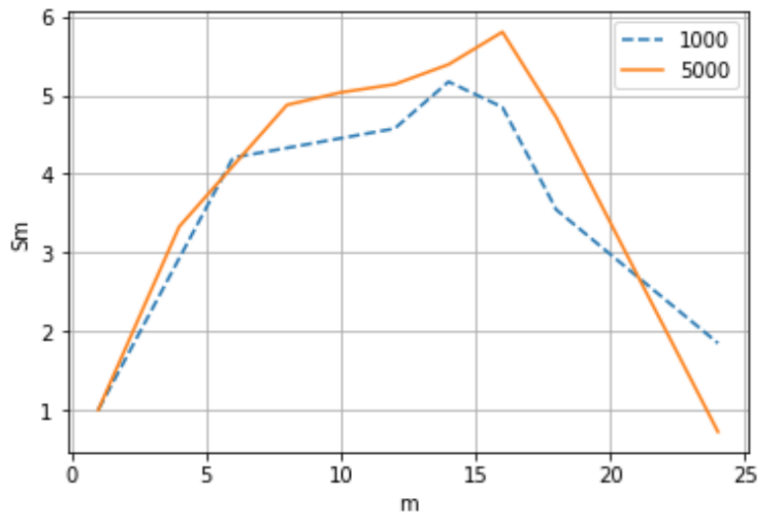
- с увеличением проницаемости скорость падения давления возрастает

Кривые давления для разных проницаемостей в трещинах

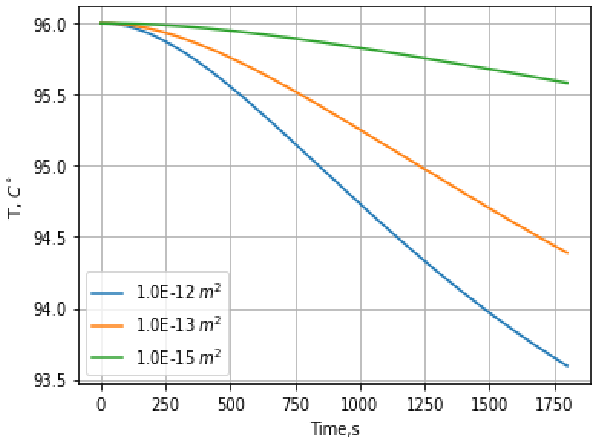
P_0=2.5E7 Па
P_w=2.0E7 Па



Изменение водонасыщенности по пространству в разное время



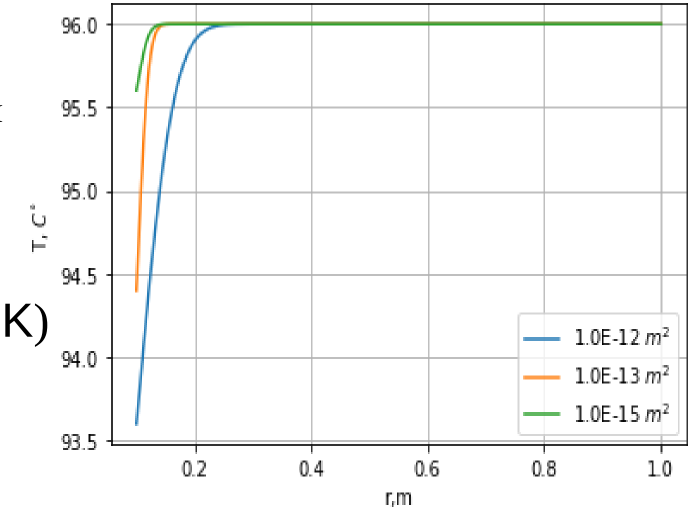
Параллельный алгоритм матричной прогонки ускоряет время расчета, это подтверждает обоснованность использования многопроцессорных вычислений для рассматриваемой задачи.



- с увеличением проницаемости скорость падения температуры возрастает

T_0=96 C^o(369 K)

Динамика кривых температуры для разных абсолютных проницаемостей в трещинах



Кривые температуры для разных абсолютных проницаемостей в трещинах

Оптимальное число процессоров при постановке задачи Nx=1000 равное 14,при Nx=5000 равное 16.

Выводы

1.Построена математическая модель тепломассопереноса в случаи двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа. Используя алгоритм расщепления по физическим процессам, построена разностная схема.

2. Разработан программный комплекс с применением параллельных вычислений для моделирования фильтрации жидкости в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности.

3. Проведены высокопроизводительные вычислительные эксперименты в случаях двухфазной фильтрации жидкости при проведении гидродинамического исследования в добывающих скважинах в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности. Проведена апробация реализованных численных схем и проверка на адекватность полученных результатов. Подтверждена обоснованность использования многопроцессорных вычислений для рассматриваемой задачи. Оптимальное число процессоров при постановке задачи Nx=1000 равное 14,при Nx=5000 равное 16.

Благодарю за внимание!

Ravil-11@mail.ru,8-937-36-93-473

Публикации.

1. Modeling of Two-Phase Fluid Flow Processes in a Fractured-Porous Type Reservoir Using Parallel Computations Uzyanbaev, R., Bobreneva, Y., Poveshchenko, Y., Podryga, V., Polyakov, S. Communications in Computer and Information Sciencethis link is disabled, 2022, 1618 CCIS, 276–292(**Scopus**)
2. Analysis of Parallel Algorithm Efficiency for Numerical Solution of Mass Transfer Problem in Fractured-Porous Reservoir. Uzyanbaev, R., Poveshchenko, Y., Podryga, V., Polyakov, S., Bobreneva, Y., Gubaydullin, I. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)this link is disabled, 2022, 13708 LNCS, 33–47(**Scopus**)
3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ФЛЮИДОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОЛЛЕКТОРЕ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРОВОГО ТИПА С УЧЕТОМ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ Узянбаев Р.М., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Поляков С.В., Бобренёва Ю.О., Рагимли П.И., Губайдуллин И.М. В сборнике: Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2023). Короткие статьи и описания плакатов. Материалы XVII всероссийской научной конференции с международным участием. Челябинск, 2023. С. 246.
4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ОДНОФАЗНОГО ПОТОКА В ПОРИСТЫХ КОЛЛЕКТОРАХ Мазитов А.А., Узянбаев Р.М. В сборнике: Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2022). XVI международная конференция : короткие статьи и описания плакатов. Министерство науки и высшего образования РФ; Суперкомпьютерный консорциум университетов России. Челябинск, 2022. С. 138.
5. ПРИМЕНЕНИЕ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ОДНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ Узянбаев Р.М., Бобренева Ю.О., Губайдуллин И.М. В книге: Суперкомпьютерные технологии математического моделирования. Тезисы докладов V международной конференции. Якутск, 2022. С. 47.
6. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ МАССОПЕРЕНОСА ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРОВОМ КОЛЛЕКТОРЕ Еникеева Л.В., Узянбаев Р.М., Мазитов А.А., Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. В сборнике: Суперкомпьютерные дни в России = Russian Supercomputing Days. труды международной конференции. Москва, 2021. С. 171-172.
7. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРОВОМ КОЛЛЕКТОРЕ. Бобренёва Ю.О., Еникеева Л.В., Мазитов А.А., Узянбаев Р.М., Губайдуллин И.М. В сборнике: Современные методы теории краевых задач. Материалы Международной конференции. Воронеж, 2021. С. 29-30.
8. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЬЕЗОПРОВОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРОВОМ КОЛЛЕКТОРЕ. Бобренёва Ю.О., Узянбаев Р.М., Губайдуллин И.М.В сборнике: УФИМСКАЯ ОСЕННЯЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА - 2021. МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ. Уфа, 2021. С. 156-158.
9. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДАВЛЕНИЯ В ТРЕЩИНОВАТОМ КОЛЛЕКТОРЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ. Узянбаев Р.М., Бобренева Ю.О., Губайдуллин И.М. В книге: УФИМСКАЯ ОСЕННЯЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА - 2020. СБОРНИК ТЕЗИСОВ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ. В 2 ч.. Уфа, 2020. С. 262-264.

Проект РНФ №21-71-20047 (2021-2024 гг.) «Разработка теоретических основ и создание высокопроизводительных алгоритмов для двухфазных математических моделей фильтрации жидкости в коллекторах трещиновато-порового типа».

Параллельная прогонка (prog_right_p)

$$-A_i y_{i-1} + C_i y_i - B_i y_{i+1} = F_i$$

Ω = {0,1,…,N} равномерное разбиение множества номеров узлов сетки

$$\Omega_m = \{i_1^m, \ldots, i_2^m\}$$

(m=0,…,p-1 – логический номер процесса)

$$y_i \equiv y_i^{(m)} = y_i^{(I,m)} + y_{i_1^{(m)}} y_i^{(III,m)} + y_{i_2^{(m)}} y_i^{(II,m)}$$

$y_i^{(\alpha,m)}$ $\alpha = I, II, III$ -базис

$y_{i_1^{(m)}}$ $y_{i_2^{(m)}}$ -значения функции на границе

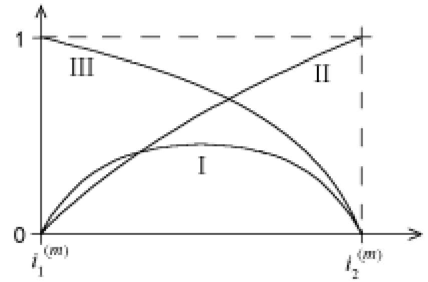
$$y_{i_1^{(m)}}^{(I,m)} = 0,\ y_{i_2^{(m)}}^{(I,m)} = 0;\ y_{i_1^{(m)}}^{(II,m)} = 0,\ y_{i_2^{(m)}}^{(II,m)} = 1;\ y_{i_1^{(m)}}^{(III,m)} = 1,\ y_{i_2^{(m)}}^{(I,m)} = 0.$$

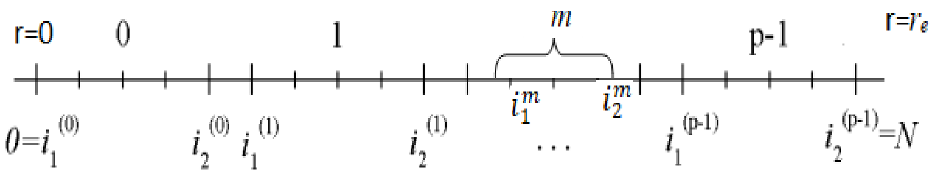
$$-A_{i_2^{(m)}} y_{i_2^{(m)}-1} + C_{i_2^{(m)}} y_{i_2^{(m)}} - B_{i_2^{(m)}} y_{i_2^{(m)}+1} = F_{i_2^{(m)}}$$

$$-A_{i_1^{(m+1)}} y_{i_1^{(m+1)}-1} + C_{i_1^{(m+1)}} y_{i_1^{(m+1)}} - B_{i_1^{(m+1)}} y_{i_1^{(m+1)}+1} = F_{i_1^{(m+1)}}$$

$$C_0 y_0 - B_0 y_1 = F_0$$

$$C_N y_N - A_N y_{N-1} = F_N$$





система из 2p-2 уравнений для 2p-2 неизвестных

$$-\tilde{A}_i y_{i-1} + \tilde{C}_i y_i - \tilde{B}_i y_{i+1} = \tilde{F}_i,\ i \in \tilde{\Omega} = \{i_2^{(0)}, i_1^{(1)}, i_2^{(1)}, \ldots, i_1^{(p-1)}\}$$

Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и "распараллеливание" прогонки // Числ. методы механики сплош. среды. 1978. Т. 9. №7. С. 139-146

Выводы

1.Построена математическая модель тепломассопереноса в случаи двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа. Используя алгоритма расщепления по физическим процессам, построена разностная схема.

2. Разработан программный комплекс с применением параллельных вычислений для моделирования фильтрации жидкости в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности.

3. Проведены высокопроизводительные вычислительные эксперименты в случаях двухфазной фильтрации жидкости при проведении гидродинамического исследования в добывающих скважинах в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности. Подтверждена обоснованность использования многопроцессорных вычислений для рассматриваемой задачи.

Параллельная прогонка (prog_right_p)*

- Каждый вычислитель с помощью алгоритма последовательной прогонки решает три (или две) задачи для нахождения базисных функций

- Каждый вычислитель находит свою часть коэффициентов короткой системы относительно неизвестных $y^{(\alpha,\, m)}$

- Все вычислители осуществляют коллективный обмен коэффициентами короткой системы MPI_Allreduce

- Каждый вычислитель решает короткую систему и выбирает нужные ему значения

- Каждый вычислитель использует значения $y_{i_1}^{(m)}$ и $y_{i_2}^{(m)}$ для вычисления своей части решения по формулам

$$y_i \equiv y_i^{(m)} = y_i^{(I,m)} + y_{i_1^{(m)}} y_i^{(III,m)} + y_{i_2^{(m)}} y_i^{(II,m)}$$

*Modeling of Two-Phase Fluid Flow Processes in a Fractured-Porous Type Reservoir Using Parallel Computations Uzyanbaev, R., Bobreneva, Y., Poveshchenko, Y., Podryga, V., Polyakov, S. Communications in Computer and Information Sciencethis link is disabled, 2022, 1618 CCIS, 276–292

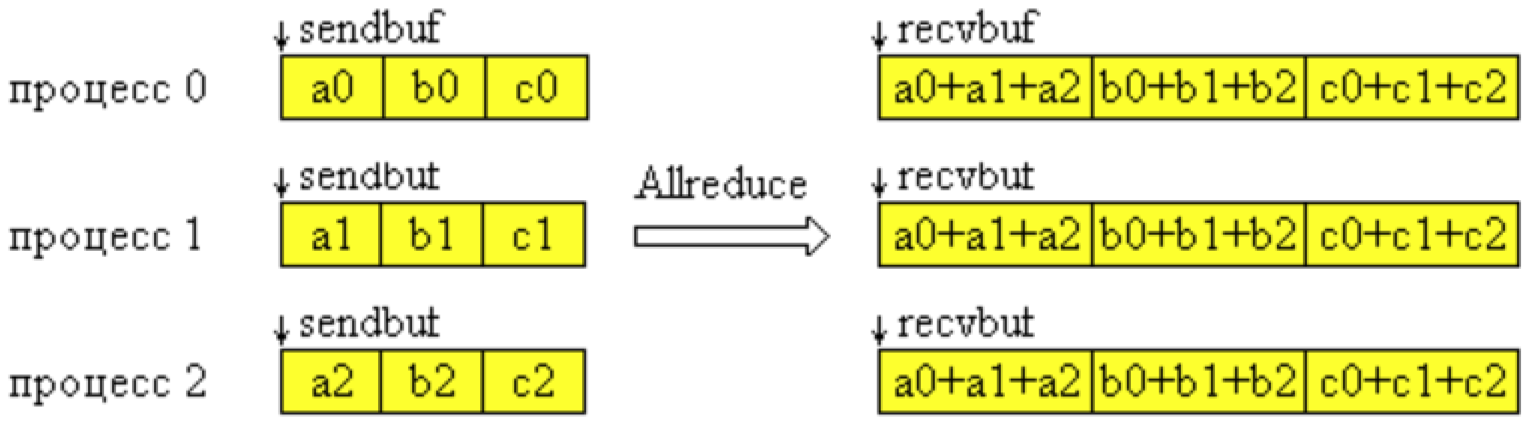
Цель работы: разработка математической модели, последовательного и параллельного численного алгоритма, создание программного комплекса для моделирования фильтрации жидкости при проведении гидродинамического исследования в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности.

Задачи:

1. Построение математической модели массопереноса двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа в радиальных координатах. Построение разностных схем для двухфазной модели фильтрации типа двойной пористости на основе алгоритма расщепления по физическим процессам.
2. Построение математической модели тепломассопереноса в случаи двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа.
3. Построение разностных схем и разработка программного комплекса с возможностью применения параллельных вычислений для моделирования фильтрации жидкости в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности
4. Проведение вычислительных экспериментов в случаях двухфазной фильтрации жидкости при проведении гидродинамического исследования в добывающих скважинах в коллекторе трещиновато-порового типа. Апробация реализованных численных схем и проверка на адекватность полученных результатов. Анализ эффективности параллельного алгоритма

Функция MPI_Allreduce

В процедуре параллельной прогонки коллективное взаимодействие процессов осуществляется с помощью функции MPI_Allreduce.



Положения, выносимые на защиту:

-Предложена математическая модель массопереноса двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа в радиальных координатах
- Предложена математическая модель тепломассопереноса двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа для системы «скважина-пласт».
- Предложены разностные схемы с временными весами на основе метода расщепления модели по физическим процессам и обладающие улучшенными свойствами в части учета пространственных потоков флюида, а также между системой трещин и поровым коллектором.
- Разработан программный комплекс, реализующий математическую модель и предложенный последовательный и параллельный алгоритм.

Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН
Суперкомпьютерное математическое моделирование тепломассопереноса в карбонатных коллекторах

1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математических наук)

Докладчик: Узянбаев Равиль Мунирович

Научный руководитель:
профессор, доктор физико-математических наук,
заведующий лабораторией математической химии
Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН Губайдуллин Ирек Марсович

Научный консультант:
к.ф. - м.н., главный специалист отдела гидродинамических
исследований скважин ООО «РН-БашНИПИнефть» Бобренёва Юлия Олеговна

2023

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-20047).

Постановка задачи

Математическая модель фильтрационных процессов в трещиновато-поровом коллекторе:

трещины

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_o \boldsymbol{S_o^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_o U_o^f\right) + q_o^f = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_w \boldsymbol{S_w^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_w U_w^f\right) + q_w^f = \rho_w q_j,$$

матрица

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_o \boldsymbol{S_o^m})}{\partial t} + q_o^m = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_w \boldsymbol{S_w^m})}{\partial t} + q_w^m = \rho_w q_j,$$

начальные и граничные условия:

$$P^f\Big|_{t=0} = P_0,$$

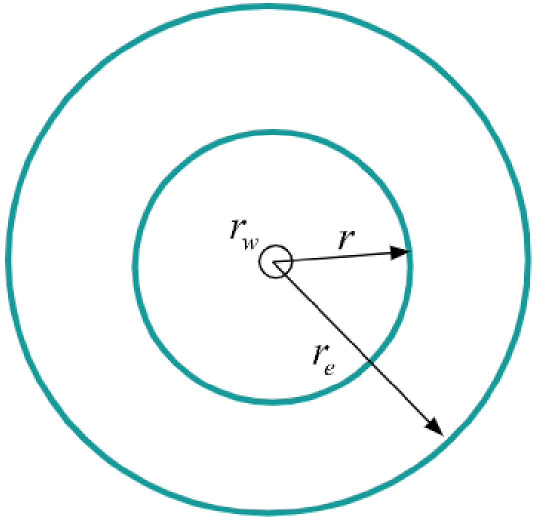
$$P^m\Big|_{t=0} = P_0,$$

$$P^f\Big|_{r=0} = P_w$$

$$\frac{\partial P^f}{\partial r}\Big|_{\mathrm{r}=re} = 0,$$

$$r_w \le r \le r_e,$$

$$0 \le t \le t_k.$$



Задача является сложной квазилинейной системой уравнений математической физики смешанного типа

Численная модель. Пьезопроводный блок

- Полученная схема сводится к системе:

$$-A_{pk}\delta P_{k-1}^{f}+C_{pk}\delta_{k}^{f}-B_{pk}\delta P_{k+1}^{f}=\Phi_{\mathrm{Pk}}\,,$$

$$\frac{\left(S_w^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}{\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}\left(\bar{\varphi}^f\rho_w^f\right)_{Pf}^{'s}\delta P^f+\frac{\left(1-S_w^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}{\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}\left(\bar{\varphi}^f\rho_o^f\right)_{Pf}^{'s}\delta P^f+\tau\delta\left(DIG^{f\sim}\right)=0-F^{fs}.$$

- коэффициенты выглядят следующим образом:

$$A_{pk}=\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k-1/2}}\left(\frac{r\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k-1/2}^{s}k_{rw(k-1/2)}^{ups}\right\}+$$

$$+\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k-1/2}}\left(\frac{r\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k-1/2}^{s}k_{ro(k-1/2)}^{ups}\right\},$$

$$B_{pk}=\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k+1/2}}\left(\frac{r\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k+1/2}^{s}k_{rw(k+1/2)}^{ups}\right\}+$$

$$+\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k+1/2}}\left(\frac{r\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k+1/2}^{s}k_{ro(k+1/2)}^{ups}\right\},$$

$$\Phi_{pk}=-F^{fs}-\tau\left\{\frac{\left(\rho_w^m\bar{\sigma}\lambda_w^m\right)^s}{\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}+\frac{\left(\rho_o^m\bar{\sigma}\lambda_o^m\right)^s}{\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}\right\}\Phi^{ms},$$

$$C_{pk}=\frac{\left(S_w^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}{\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}\left(\overline{\varphi^f}\rho_w^f\right)_{P_f}^{'s}+\frac{\left(1-S_w^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}{\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1f)\approx}}\left(\overline{\varphi^f}\rho_o^f\right)_{P_f}^{'s}+$$

$$+\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{r_{k+1/2}}{h_{k+\frac{1}{2}}}\left(\frac{\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k+\frac{1}{2}}^{s}k_{rw(k+\frac{1}{2})}^{ups}+\frac{r_{k-1/2}}{h_{k-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k-\frac{1}{2}}^{s}k_{rw(k-\frac{1}{2})}^{ups}\right\}+$$

$$+\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{r_{k+1/2}}{h_{k+\frac{1}{2}}}\left(\frac{\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k+\frac{1}{2}}^{s}k_{ro(k+\frac{1}{2})}^{ups}+\frac{r_{k-1/2}}{h_{k-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k-\frac{1}{2}}^{s}k_{ro(k-\frac{1}{2})}^{ups}\right\}+$$

$$+\left\{\frac{\tau}{\left[\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1f)}\right]^{\approx}}\left(\rho_w^m\bar{\sigma}\lambda_w^m\right)^s\left(1-\pi_m^s\right)\right\}_k+\left\{\frac{\tau}{\left[\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1f)}\right]^{\approx}}\left(\rho_o^m\bar{\sigma}\lambda_o^m\right)^s\left(1-\pi_m^s\right)\right\}_k.$$

$$-A_{sk}^{f}\delta S_{wk-1}^{f}+C_{sk}^{f}\delta S_{wk}^{f}-B_{sk}^{f}\delta S_{wk+1}^{f}+E_{Swk}\delta S_{wk}^{m}=0-L^{f\approx},$$

$$B_{Swk}^{f}=\tau\left\{\left[\rho_w^f\frac{k^f}{\mu_w^f}\frac{1}{h}\right]_{k+1/2}^{s+1}(P_{k+1}^{f}-P_{k}^{f})^{s+1}\left[(k_{rw})'_{S_{wk+1}^{f}}\right]_{upink}^{s}\right\},$$

$$A_{Swk}^{f}=-\tau\left\{\left[\rho_w^f\frac{k^f}{\mu_w^f}\frac{1}{h}\right]_{k-1/2}^{s+1}(P_{k}^{f}-P_{k-1}^{f})^{s+1}\left[(k_{rw})'_{S_{wk-1}^{f}}\right]_{upink}^{s}\right\},$$

$$C_{Swk}^{f}=(\overline{\varphi^f}\rho_w^f)_k^{s+1}-\tau\left[\left\{\left[\rho_w^f\frac{k^f}{\mu_w^f}\frac{1}{h}\right]_{k+1/2}^{s+1}(P_{k+1}^{f}-P_{k}^{f})^{s+1}\right\}\left[(k_{rw})'_{S_{wk}^{f}}\right]_{upink}^{s}\right]-$$

$$-\tau\left[\left\{\left[\rho_w^f\frac{k^f}{\mu_w^f}\frac{1}{h}\right]_{k-1/2}^{s+1}(P_{k}^{f}-P_{k-1}^{f})^{s+1}\right\}\left[(k_{rw})'_{S_{wk}^{f}}\right]_{upink}^{s}\right]>0.$$

Научная новизна результатов исследования заключается в

- Построении новой флюидодинамической модели в трещиновато-поровых коллекторах в рамках модели двойной пористости для описания гидродинамических исследований в радиальных координатах ;
- Построении новой математической модели тепломассопереноса в случаи двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа
- Разработке новых эффективных вычислительных алгоритмов для решения полученных систем уравнений модели;
- Разработке программного комплекса для моделирования гидродинамического исследования на неустановившемся режиме течения в добывающей скважине в случае двухфазной фильтрации жидкости в коллекторе трещиновато-порового типа;
- Анализе эффективности параллельного алгоритма численного решения задачи

Шифр научной специальности: 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Направления исследований:
1. Постановка и проведение натурных экспериментов, статистический анализ их результатов, в том числе с применением современных компьютерных технологий.
2. Качественные или аналитические методы исследования математических моделей.
3. Алгоритмы и методы компьютерного моделирования на основе результатов натурных экспериментов.
4. Алгоритмы и методы имитационного моделирования на основе анализа математических моделей.
5. Эффективные вычислительные методы и алгоритмы с применением современных компьютерных технологий.
6. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.
7. Проблемно-ориентированные коды и вычислительные эксперименты. Сравнение результатов вычислительных экспериментов либо с результатами натурных экспериментов, либо с результатами анализа математических моделей.

При теоретической оценке ускорения (обычно она делается до разработки программы) можн воспользоваться приближенной формулой

$$S_m \approx \frac{Q_1}{Q_m}, \qquad (27)$$

где Q_1 – количество обобщенных арифметических операций (ОАО) последовательного алгоритма, Q_m – максимальное количество обобщенных арифметических операций одного вычислителя при реализации алгоритма на m устройствах.

При решении динамической задачи достаточно оценить ускорение и эффективность одного шага по времени, поскольку далее эти вычисления многократно повторяются по той же схеме. Поэтому величины Q_1 и Q_m будем относить к одному шагу цикла по времени.

Каждый шаг временного цикла состоит из двух основных этапов:

- вычисление коэффициентов дискретной задачи (15), (16);
- вычисление решения на шаге с помощью алгоритма прогонки.

Учитывая эти обстоятельства, оценим величины Q_1 и Q_m. Будем считать, что первый этап вычислений в последовательном алгоритме оценивается величиной $C_0 N$, где C_0 – количество операций, приходящееся на один элемент расчетной сетки. Второй этап последовательного алгоритма оценивается величиной $C_1 N$. В итоге величина $Q_1 = (C_0 + C_1)N$.

При выполнении одного временного шага алгоритма в параллельном режиме первый этап оценивается величиной $C_0 N / m$. Второй этап оценивается величиной $3C_1 N / m + C_2 m \log_2 m + C_1(2m-2) + C_3 N / m$. В последнем случае учтено, что каждый вычислитель определяет сначала 3 базисные функции с помощью алгоритма последовательной прогонки, затем производит вычисления 8ми или 4х коэффициентов короткой системы, далее участвует в коллективном обмене этими коэффициентами и наконец решает короткую задачу (также последовательным алгоритмом прогонки) и вычисляет итоговое решение. Заметим, что константы C_1 и C_3 связаны соотношением 7:5, и их условно можно считать равными. Константа C_2 зависит от частоты процессоров и пропускной способности сетевых коммуникаций. Поэтому в итоге, величина $Q_m = 4C_1 N / m + 2C_1 m + C_2 m \log_2 m$.

Если теперь оценить теоретическое ускорение, то мы получим

$$S_m \approx \frac{(C_0 + C_1)N}{(C_0 + 4C_1)N/m + 2C_1 m + C_2 m \log_2 m} = \frac{(1+\alpha)m}{\left[1 + 4\alpha + \dfrac{2m^2}{N}\alpha + \dfrac{m^2 \log_2 m}{N}\beta\right]}, \qquad (28)$$

где $\alpha = \dfrac{C_1}{C_0}$, $\beta = \dfrac{C_2}{C_0}$.

Анализ формулы (28) показывает, что при очень большом количестве узлов сетки N ускорение оценивается сверху величиной $S_{m,\max} = \dfrac{(1+\alpha)m}{(1+4\alpha)}$, то есть предложенный алгоритм обладает необходимой асимптотикой. Величина параметра α в худшем случае (задача с постоянными коэффициентами и линейной правой частью) принимает значение 7/4, однако чаще всего реализуется ситуация $\alpha \ll 1$ (<<). Значение коэффициента β может быть мало, но может и превосходить 1 (при использовании низкоскоростных коммуникаций). Однако чаще всего на итоговое ускорение влияет вся комбинация $\dfrac{m^2}{N}(2\alpha + \log_2 m\beta)$. Поэтому в конкретных расчетах проявляется эффект ограниченности максимального ускорения. Следствие из этого факта состоит в том, что для фиксированного числа узлов сетки N имеется оптимальное количество узлов m конкретной вычислительной системы.

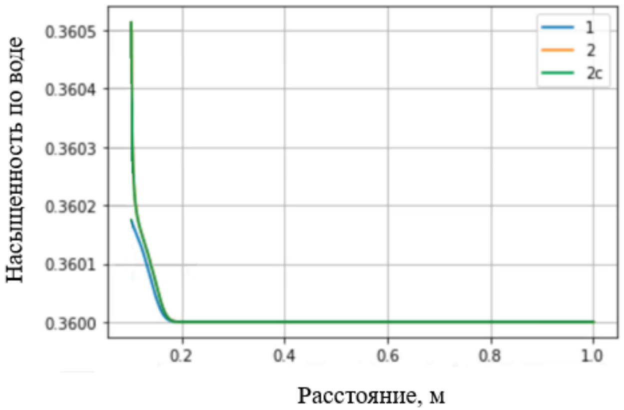
Неблокирующие коммуникационные операции

Использование неблокирующих коммуникационных операций повышает безопасность с точки зрения возникновения тупиковых ситуаций, а также может увеличить скорость работы программы за счет совмещения выполнения вычислительных и коммуникационных операций. Эти задачи решаются разделением коммуникационных операций на две стадии: инициирование операции и проверку завершения операции.

Размеры блоков матрицы, в зависимости от выбранной размерности, в данном случае n=3, определяются следующим образом:

$$\alpha = \frac{4n(n+2)}{l_m^2}, \qquad L = \frac{3abc}{(ab+bc+ac)}.$$

n – число взаимно перпендикулярных групп трещин, L – размер блоков (м), a – длина стороны блока матрицы (м), b – ширина стороны блока матрицы (м), c – высота стороны блока матрицы (м).



Изменение насыщенности, рассчитанной по схемам:
1 – неявная, 2 – явная, 2с – симметричная.

Постановка задачи

Математическая модель двухфазной фильтрации жидкости в трещиновато-поровом коллекторе(энергия):

$$\varphi^f\left(S_w^f\rho_w^f\frac{\partial\varepsilon_w^f}{\partial t}+(1-S_w^f)\rho_o^f\frac{\partial\varepsilon_o^f}{\partial t}\right)+\varphi^m\left(S_w^m\rho_w^m\frac{\partial\varepsilon_w^m}{\partial t}+(1-S_w^m)\rho_o^m\frac{\partial\varepsilon_o^m}{\partial t}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\{(1-\varphi^f-\varphi^m)\rho_s\varepsilon_s\}+DIG_\varepsilon^f+DIG_\varepsilon^m+div\overrightarrow{W_s}=0,$$

$$DIG_\varepsilon^m=div\overrightarrow{W}^m+(-\varepsilon_w^m q_w^m-\varepsilon_o^m q_o^m),$$

$$divW^m=-\left(\phi^m\left[(S_w^m\lambda_w^m+(1-S_w^m)\lambda_o^m)\right]\right)$$

$$divW^f=-\left(\varphi^f\left[(S_w^f\lambda_w^f+(1-S_w^f)\lambda_o^f)\right]\right),$$

где:

$$DIG_\varepsilon^f=\left[div(\rho_w^f\varepsilon_w^f\vec{U}_w^f)-\varepsilon_w^f div(\rho_w^f\vec{U}_w^f)\right]+\left[div(\rho_o^f\varepsilon_o^f\vec{U}_o^f)-\varepsilon_o^f div(\rho_o^f\vec{U}_o^f)\right]+$$

$$+div\left[P^f(\vec{U}_w^f+\vec{U}_o^f)\right]+div\vec{W}^f+(-\varepsilon_w^f q_w^f-\varepsilon_o^f q_o^f)=0,$$

$\alpha=f,m$ f - система трещин, m – матрица,
o – нефть,
w – вода,
Pf – пластовое давление в сети трещин (МПа),
Pm – пластовое давление в матрице (МПа),
σ – коэффициент трещиноватой породы (1/м^2),
k_{rw}, k_{ro} – относительные фазовые проницаемости (м^2),
q_{im}^{α} – функция перетока между матрицей и трещинами,

μ – вязкость (Па·с),
h - эффективная мощность пласта,
q - дебит жидкости (м^3/сут),
φ – пористость (д.ед),
S_i^{α} – насыщенность,
ρ – плотность (г/м^3),
k^{α} – абсолютная проницаемость (м^2),
U_i^{α} - скорость течения фазы.

[7]**Golf-Racht T.D.** Fundamentals of fractured reservoir engineering. – A-O-NY.: Elsevier scientific publishing company, 1982, 732 p.

Выводы

- Исследована система, описывающая процесс тепломассопереноса двухфазной жидкости в коллекторе трещиновато-порового типа.
- Для численного решения математической задачи предложена оригинальная неявная конечно-разностная схема.
- Реализован параллельный алгоритм матричной прогонки.
- Приведены графики ускорения и эффективности параллельных алгоритмов в зависимости от количества процессоров.
- Получено оптимальное число процессоров при постановке задачи Nx=1000 равное 12,при Nx=5000 равное 14.
- Доказана целесообразность решения задачи моделирования процессов в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом неизотермичности

Постановка задачи

Математическая модель двухфазной фильтрации жидкости в трещиновато-поровом коллекторе(энергия):

$$\varphi^{f}\left(S_w^f\rho_w^f\frac{\partial\varepsilon_w^f}{\partial t}+(1-S_w^f)\rho_o^f\frac{\partial\varepsilon_o^f}{\partial t}\right)+\varphi^{m}\left(S_w^m\rho_w^m\frac{\partial\varepsilon_w^m}{\partial t}+(1-S_w^m)\rho_o^m\frac{\partial\varepsilon_o^m}{\partial t}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\{(1-\varphi^f-\varphi^m)\rho_s\varepsilon_s\}+DIG_\varepsilon^f+DIG_\varepsilon^m+div\overrightarrow{W_s}=0,$$

$$DIG_\varepsilon^m=div\overrightarrow{W}^m+(-\varepsilon_w^m q_w^m-\varepsilon_o^m q_o^m),$$

$$divW^m=-\left(\phi^m\left[(S_w^m\lambda_w^m+(1-S_w^m)\lambda_o^m)\right]\right)$$

$$divW^f=-\left(\varphi^f\left[(S_w^f\lambda_w^f+(1-S_w^f)\lambda_o^f)\right]\right),$$

где:

$$DIG_\varepsilon^f=\left[div(\rho_w^f\varepsilon_w^f\overrightarrow{U}_w^f)-\varepsilon_w^f div(\rho_w^f\overrightarrow{U}_w^f)\right]+\left[div(\rho_o^f\varepsilon_o^f\overrightarrow{U}_o^f)-\varepsilon_o^f div(\rho_o^f\overrightarrow{U}_o^f)\right]+$$

$$+div\left[P^f(\overrightarrow{U}_w^f+\overrightarrow{U}_o^f)\right]+div\overrightarrow{W}^f+(-\varepsilon_w^f q_w^f-\varepsilon_o^f q_o^f)=0,$$

ε_i^α – энергия нефти/воды

ρ_s, ε_s – плотность и энергия скелета

$\alpha = f, m$ f - система трещин, m – матрица,
o – нефть,
w – вода,
Pf – пластовое давление в сети трещин (МПа),
Pm – пластовое давление в матрице (МПа),
σ – коэффициент трещиноватой породы (1/м^2),
k_{rw}, k_{ro} – относительные фазовые проницаемости (м^2),
q_{im}^α – функция перетока между матрицей и трещинами,

μ – вязкость (Па·с),
h - эффективная мощность пласта,
q - дебит жидкости (м^3/сут),
φ – пористость (д.ед),
S_i^α – насыщенность,
ρ – плотность (г/м^3),
k^α – абсолютная проницаемость (м^2),
U_i^α - скорость течения фазы.