

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

# Об алгоритме декомпозиции многоблочных структурированных сеток для расчета динамических волновых процессов в сложных структурах на суперкомпьютерах с распределенной памятью

Агрелов Илья Николаевич

Агибалов Сергей Дмитриевич

Стецюк Владислав Олегович

Хохлов Николай Игоревич,  
д-р физ.-мат. наук, доцент

# Актуальность задачи

- Нефтегазовый сектор формирует существенную долю экономики страны
- Освоение Арктического шельфа – одна из актуальнейших задач на текущий момент
- Важным фактором является устойчивость вышек к динамическим нагрузкам

# Цель работы

- Моделирование распространения волновых возмущений в конструкции нефтяной платформы
- Разработка алгоритма декомпозиции для ускорения расчета

# Математическая модель

Рассматривается распространение возмущения в упругом твердом изотропном теле, в пределе малых деформаций. Такая среда описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i, & i \in \{1,2,3\} \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda \sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), & i, j \in \{1,2,3\} \end{cases}$$

В матричном виде:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + A_1 \frac{\partial \vec{U}}{\partial x_1} + A_2 \frac{\partial \vec{U}}{\partial x_2} + A_3 \frac{\partial \vec{U}}{\partial x_3} = \vec{F}$$

где  $\vec{U} = (v_1, v_2, v_3, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{33}, \sigma_{22}, \sigma_{23}, \sigma_{33})^T$  - вектор неизвестных

# Сеточно-характеристический метод

С помощью метода расщепления по пространственным координатам, система распадается на три одномерных уравнения вида:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + A_1 \frac{\partial \vec{U}}{\partial x_1} = 0$$

Матрица может быть представлена в виде:

$$A = \Omega^{-1} \Lambda \Omega$$

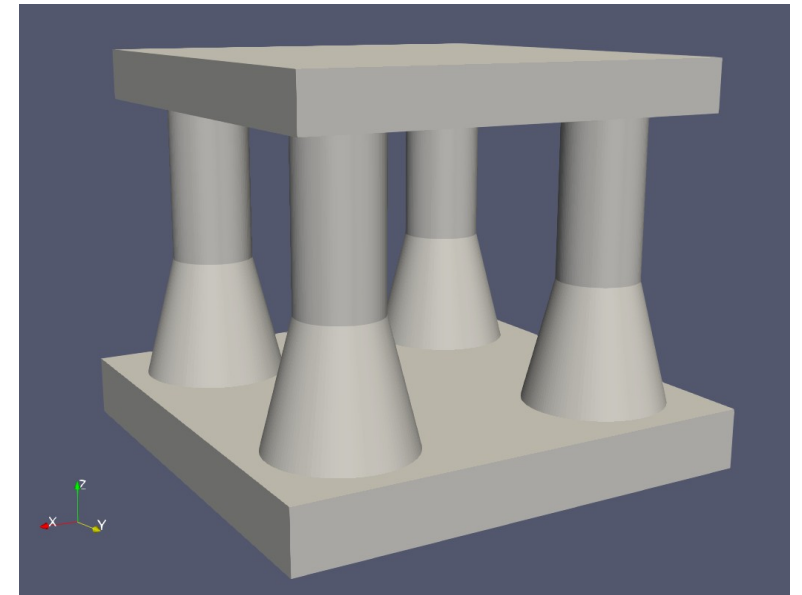
Подставим разложение в уравнение и сделаем замену:  $\vec{\omega}(t, x) = \Omega \vec{U}(t, x)$

Получим набор независимых скалярных уравнений переноса

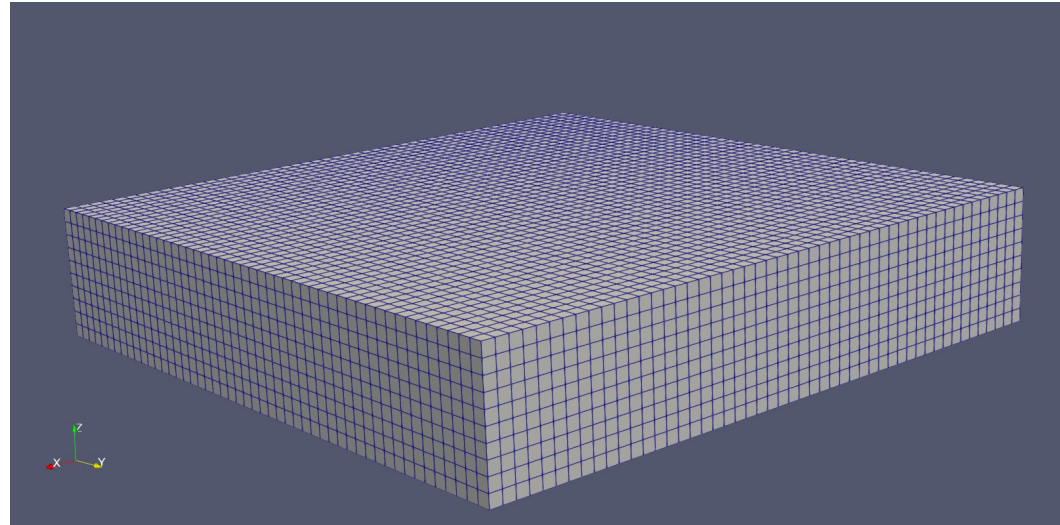
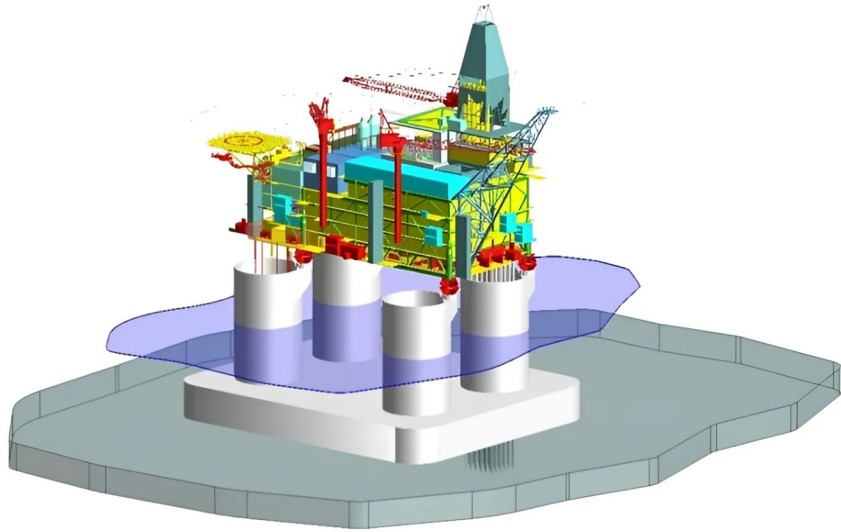
$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial \omega_i}{\partial x} = 0$$

# Построение сеток

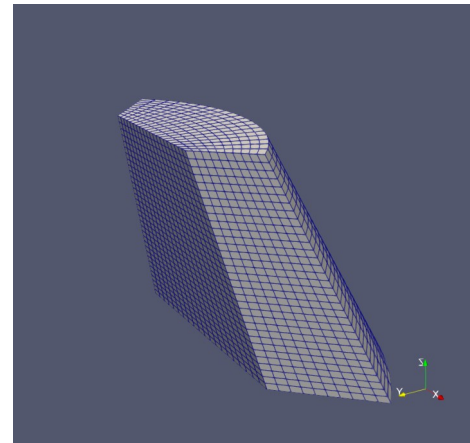
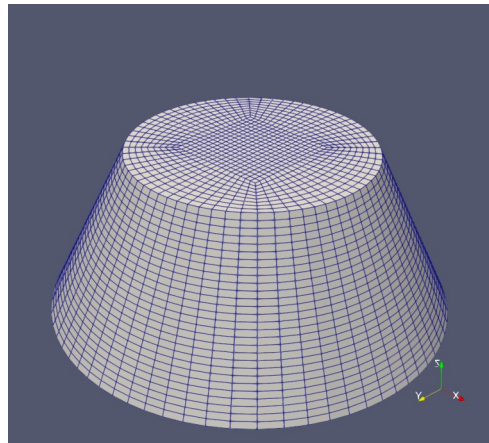
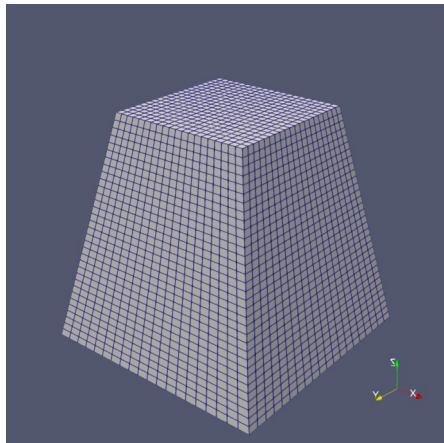
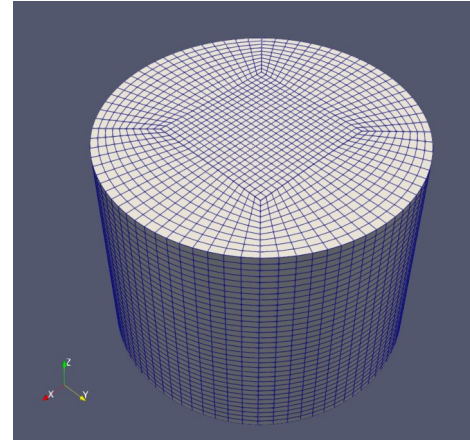
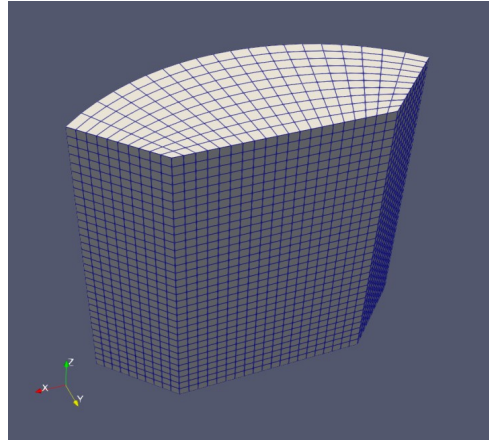
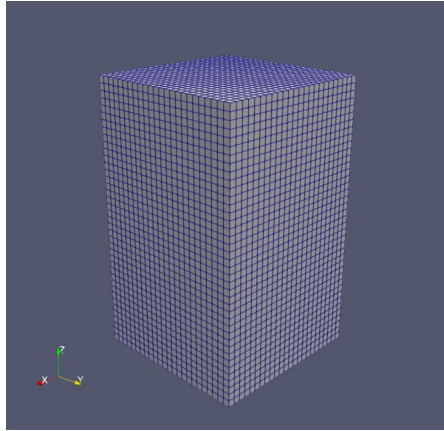
В качестве реального объекта выбрана морская стационарная платформа гравитационного типа “Пильтун-Астохская-Б”



# Построение сеток



# Построение сеток





# Условия задачи

- $N$  — число прямолинейных сеток
- $M$  — число криволинейных сеток
- $n_i$  — это число, узлов  $i$ -й прямолинейной сетки
- $n_j$  — это число, узлов  $j$ -й криволинейной сетки
- $P$  — это число MPI процессов
- $a$  — это коэффициент, равный отношению времени расчета на криволинейной сетки ко времени на прямолинейной сетке

# Алгоритм декомпозиции

1. Вычисляем количество узлов для каждого процесса MPI.

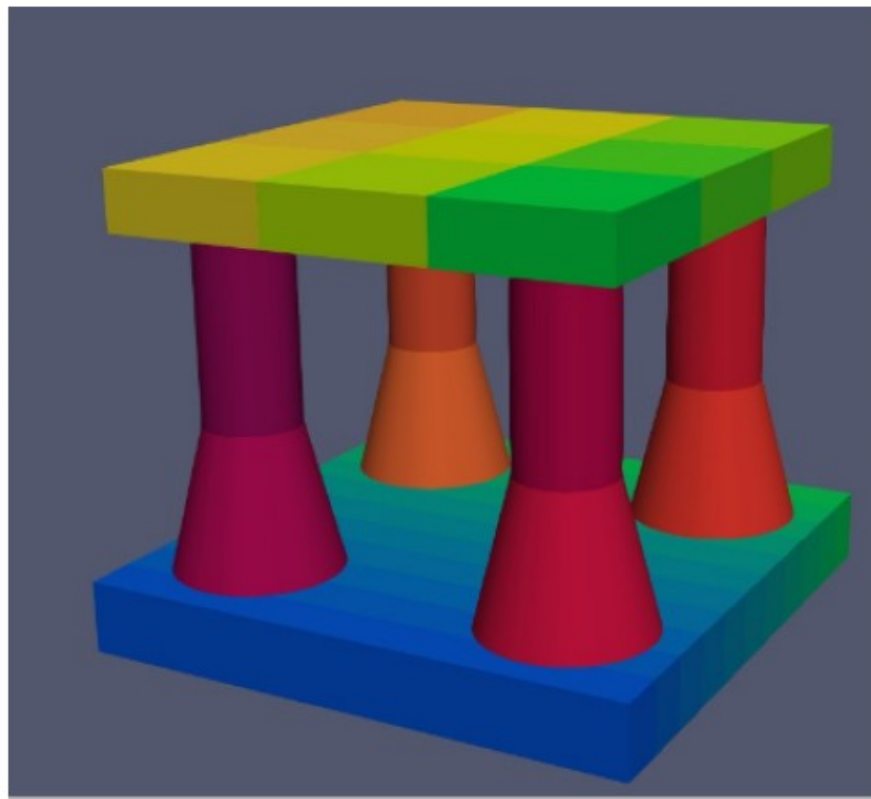
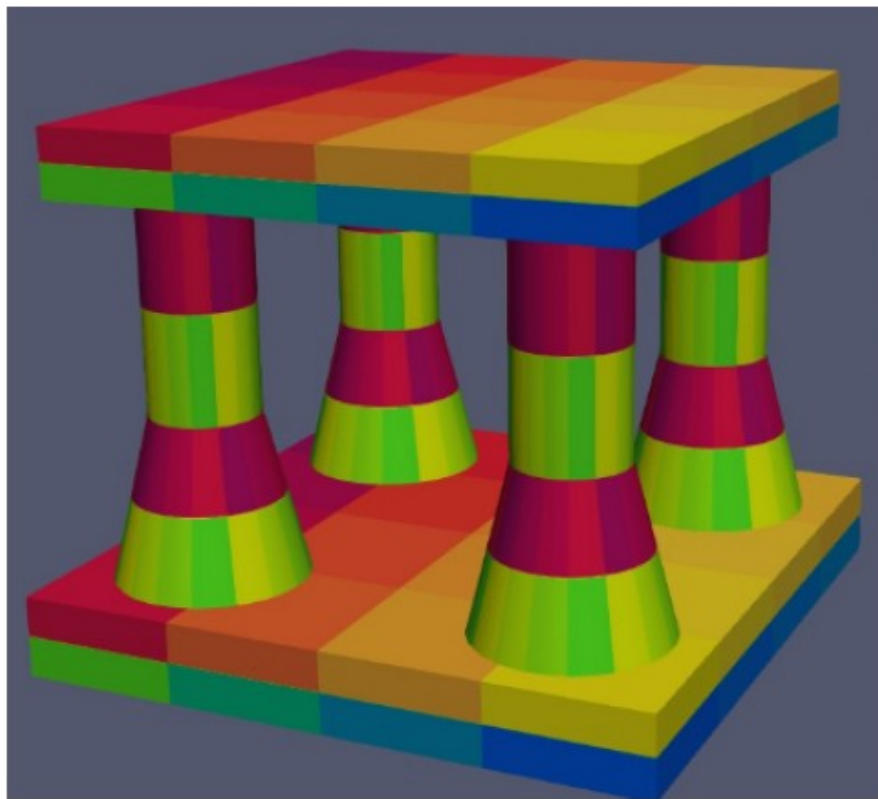
$$M_{opt} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i + a \cdot \sum_{j=1}^M m_j}{P}$$

2. Определяем количество процессов, выделенных на сетки, размером больше

$$P_i = \left[ \frac{N_i}{M_{opt}} \right]$$

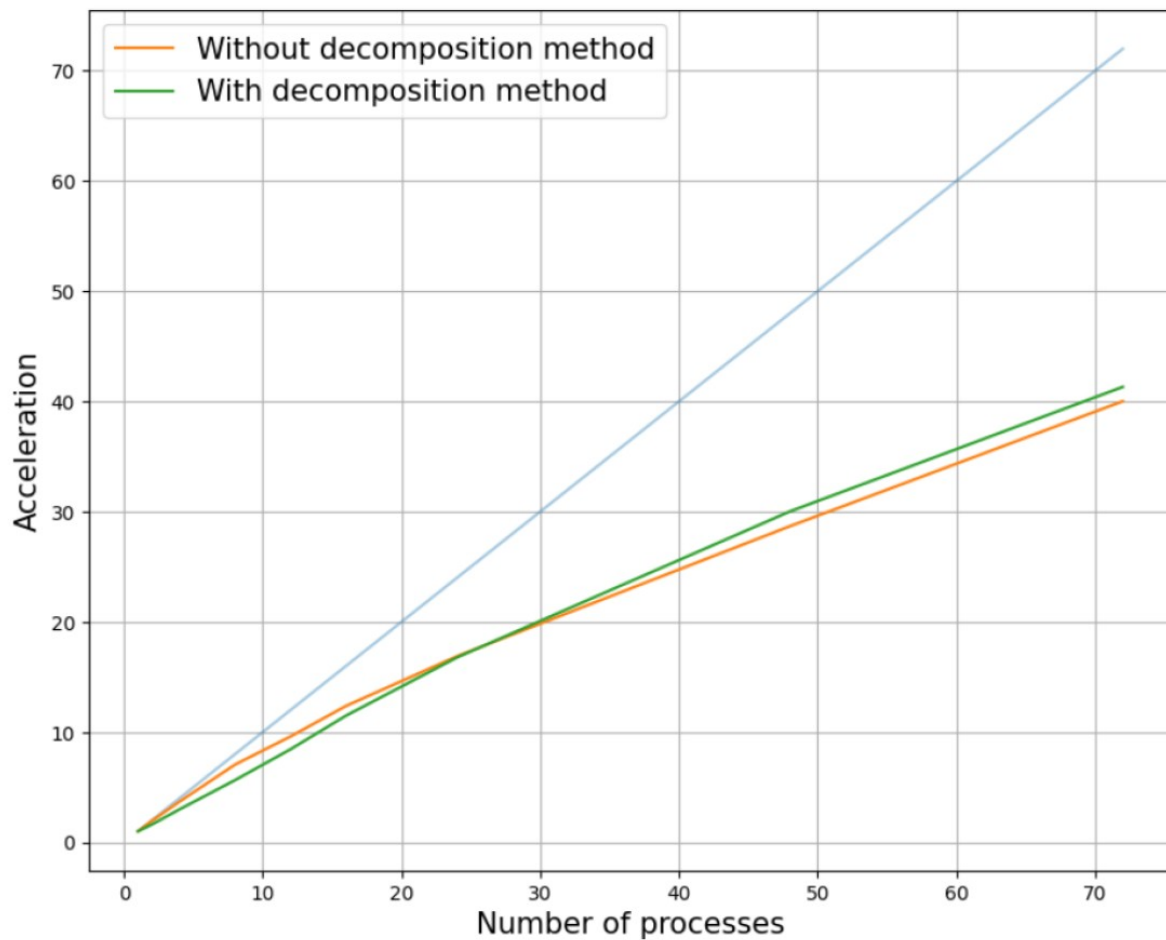
3. Большие сетки разделяются простым методом геометрической декомпозиции.
4. Остальные сетки распределяются между процессами с помощью жадного алгоритма.

# Декомпозиция



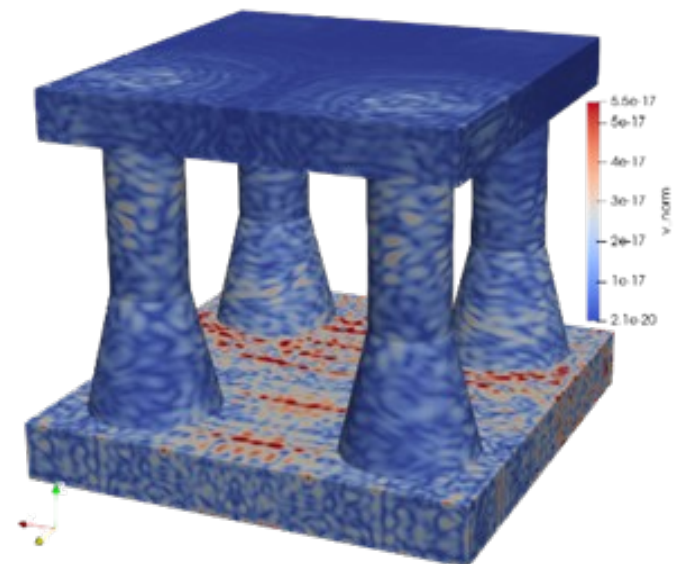
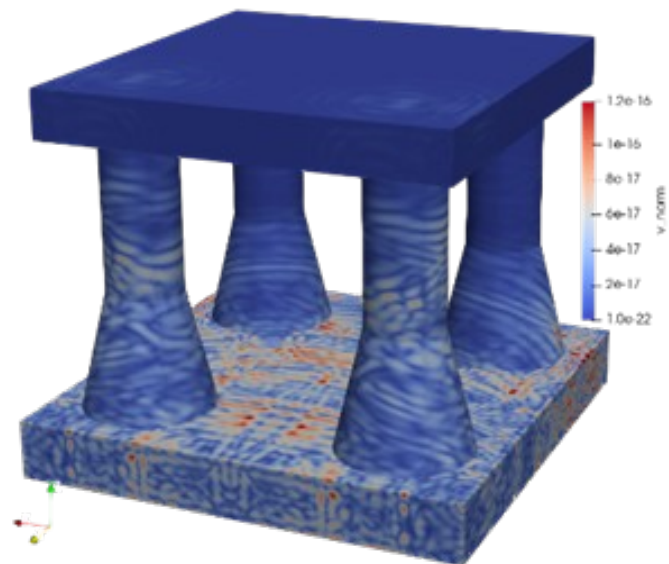
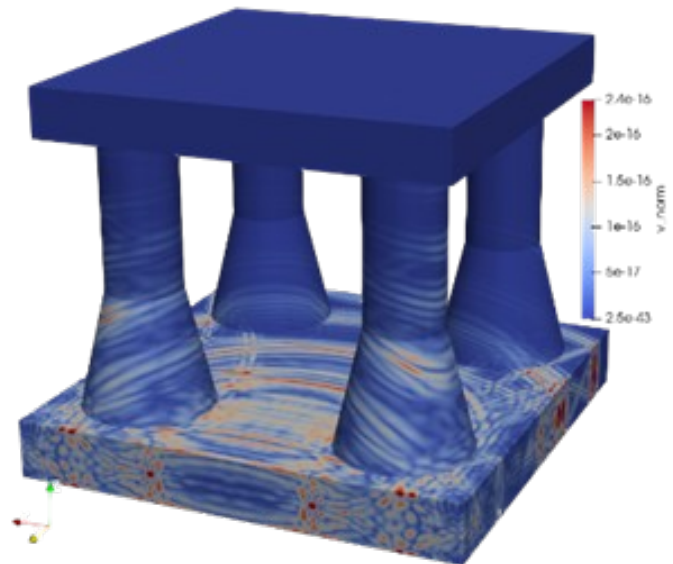
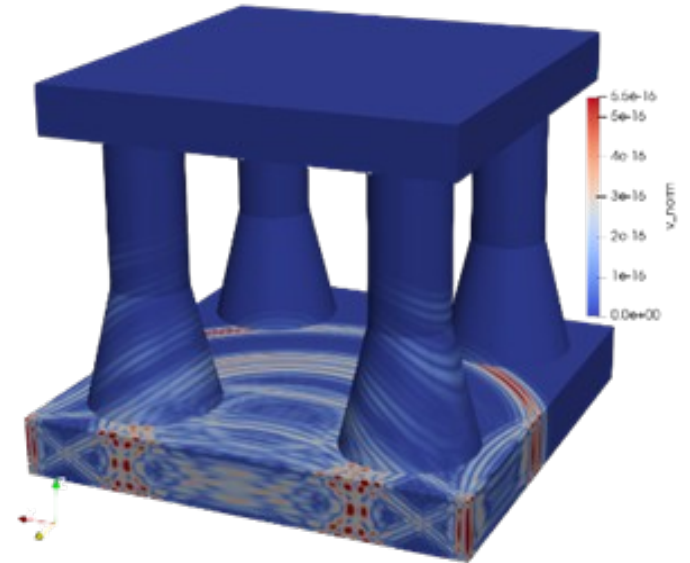
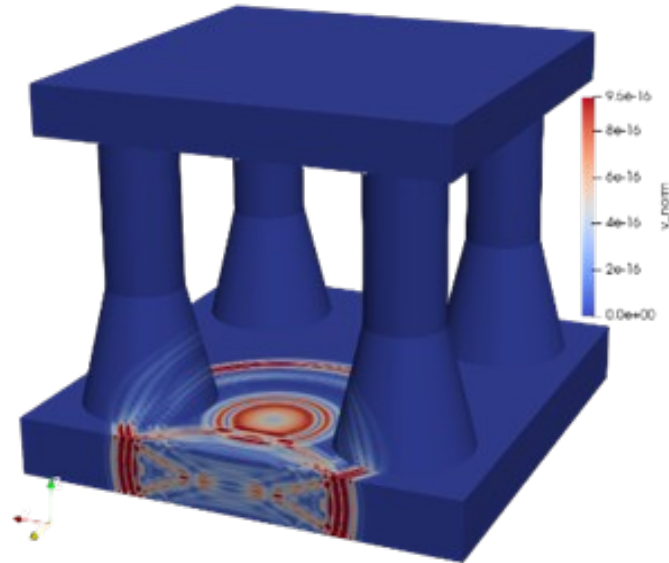
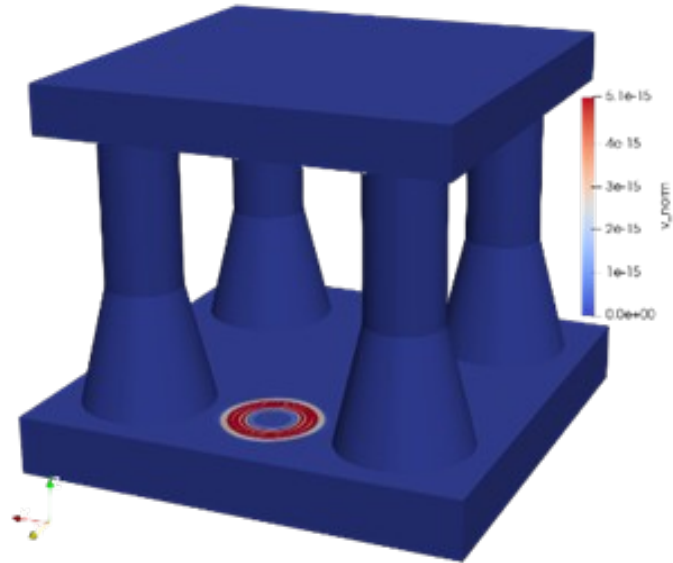
Пример декомпозиции на 32 процессах. Цветом обозначен ранг процессов.

# Ускорение

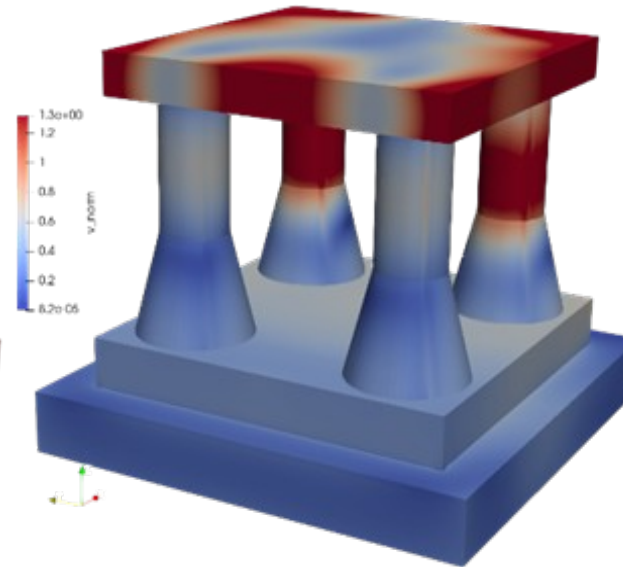
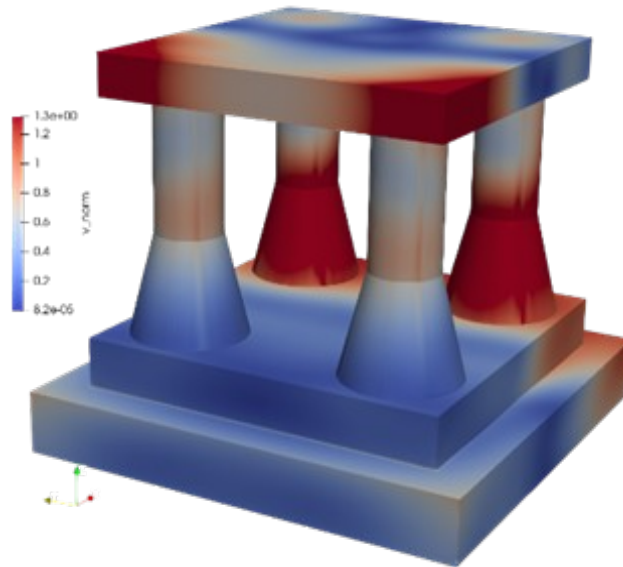
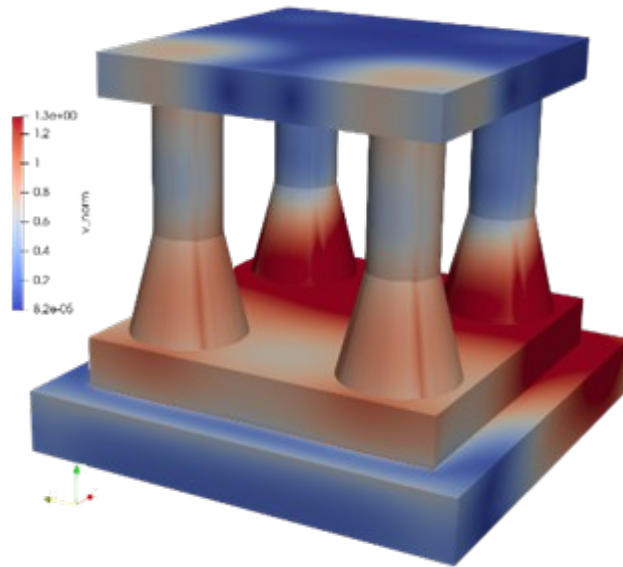
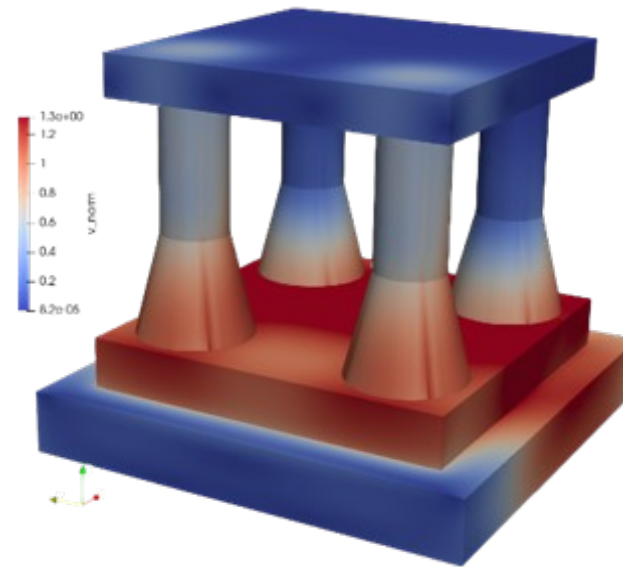
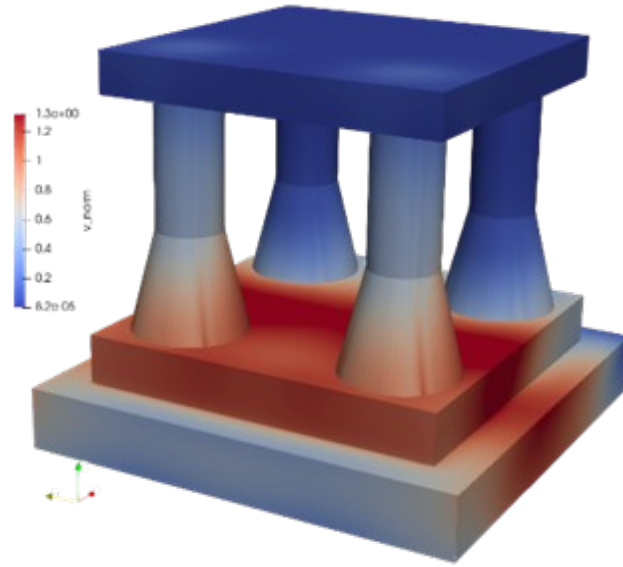
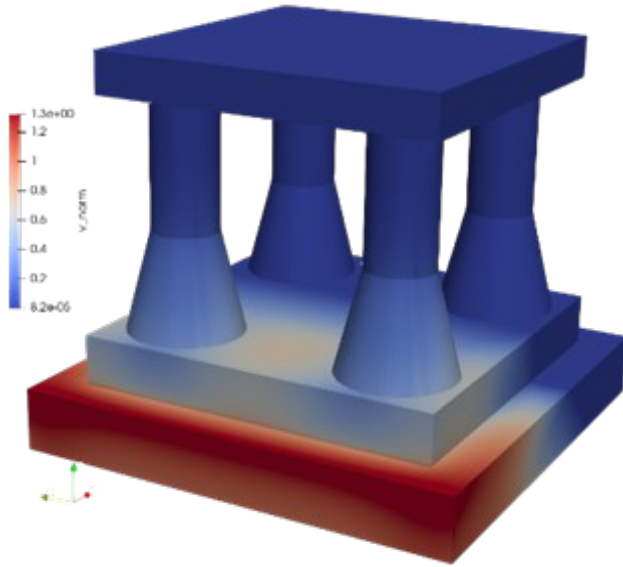


Number of processes	Acceleration without decomposition method	Acceleration with decomposition method
2	1.94	1.61
4	3.69	2.99
8	7.05	5.64
12	9.60	8.44
16	12.37	11.49
24	16.88	16.77
48	28.68	30.02
72	40.02	41.32

# Моделирование точечного взрыва

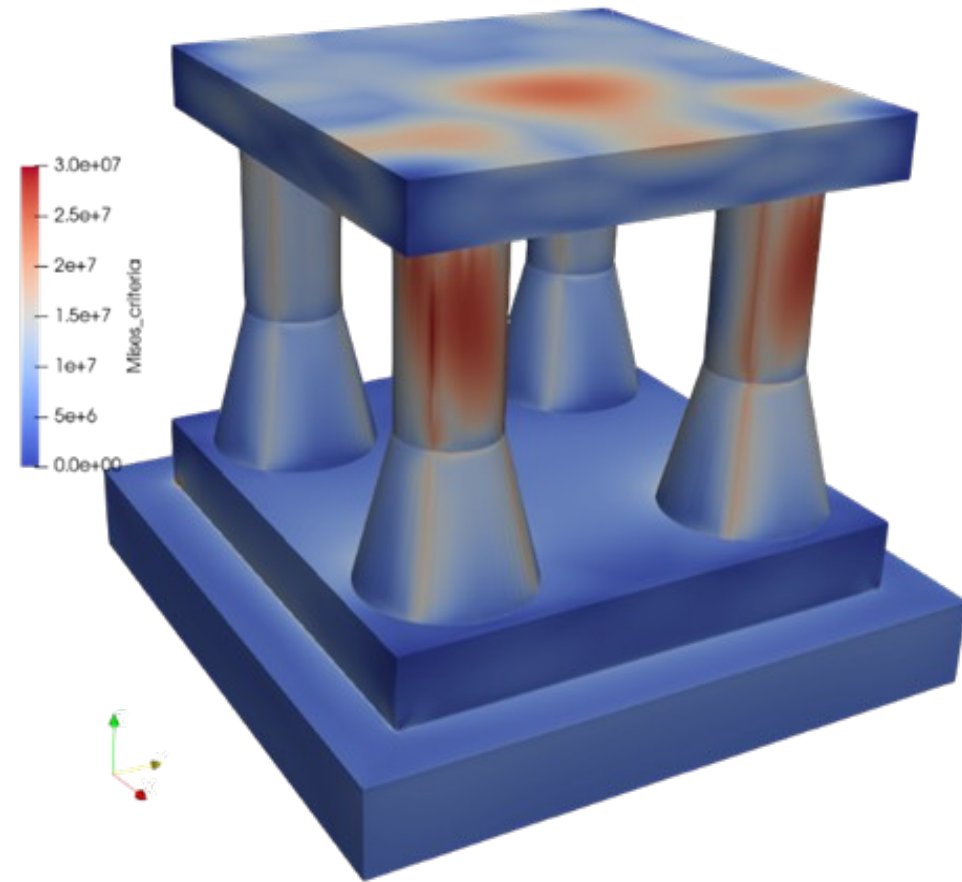
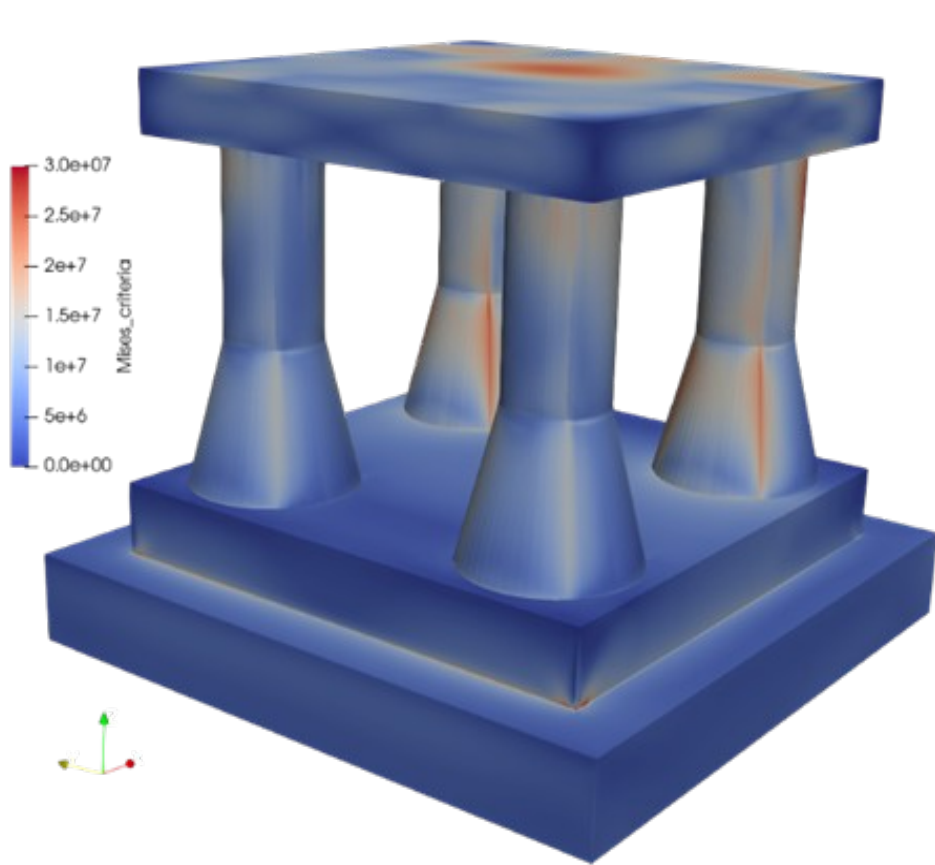


# Моделирование подземного толчка





# Картина интенсивности напряжений



# Заключение

- Построена сеточная модель нефтяной платформы
- Разработан алгоритм декомпозиции
- В ходе тестовых расчетов не было обнаружено дефектов
- Использование разработанного метода сеточной декомпозиции не дает большого выигрыша в ускорении
- Следующим шагом является анализ полученных результатов и улучшение метода декомпозиции