Суперкомпьютерные дни в России

2024

Parallel Algorithms for Solving Mass Transfer Equations in the "Fracture Set – Matrix System"

Докладчик:

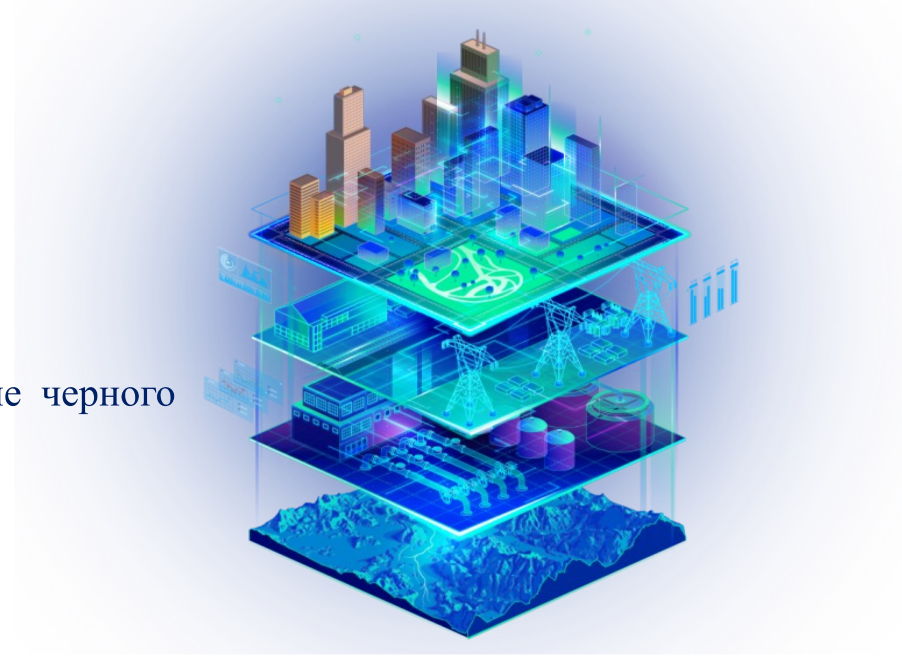
Старший преподаватель УГНТУ **Узянбаев Равиль Мунирович**

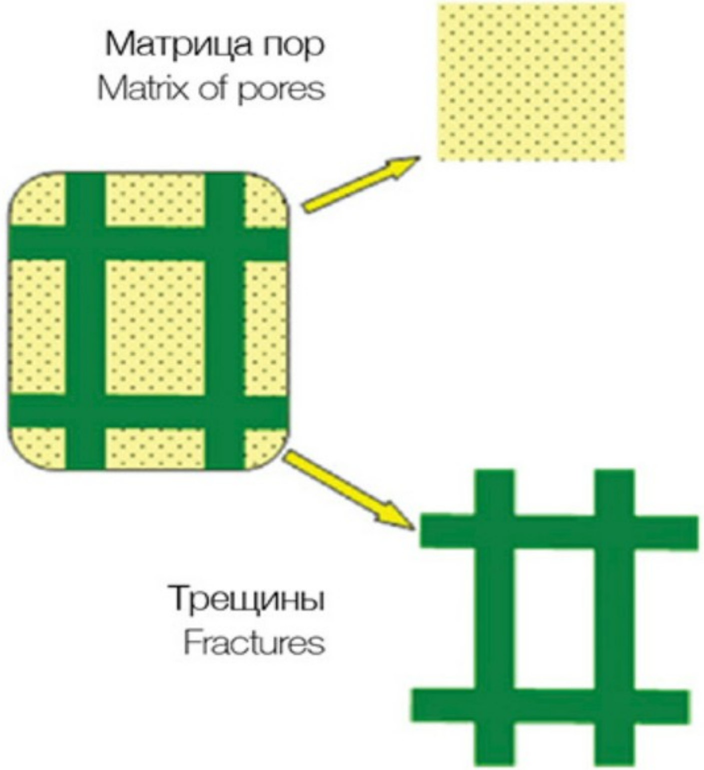
Ю.А. Повещенко, В.О. Подрыга, С.В. Поляков, Ю.О. Бобренёва, П.И. Рагимли, И.М. Губайдуллин

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 21-71-20047.

Актуальность работы

- Значительная часть нефти (~60%) находится в карбонатных коллекторах
- Трудоемкие модели, длительные расчеты
- Дорогостоящие программные продукты (100 000 $).
- Не позволяют проводить полный спектр расчетов и работают по системе черного ящика





- высокопроизводительные вычислительные системы в цифровизации
- цифровые модели
- максимально быстро и точно воспроизвести все процессы технического объекта
- необходимость запуска не только на вычислительном кластере, но и на персональных компьютерах (MPI)

Основные принципы геометризации фильтрационной модели двойной среды

Постановка задачи изотермический случай

1D, P

Математическая модель фильтрационных процессов в трещиновато-поровом коллекторе:

трещины

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_o \boldsymbol{S_o^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_o U_o^f\right) + q_o^f = \rho_o q_j,$$

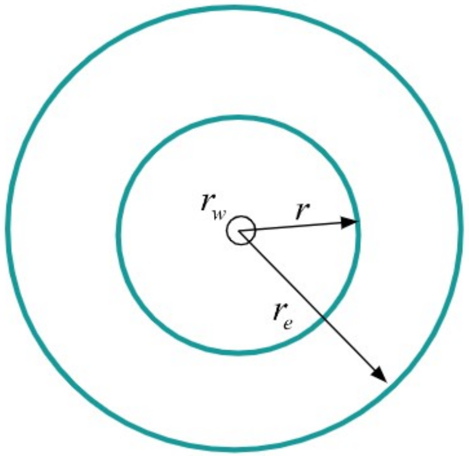
$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_w \boldsymbol{S_w^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_w U_w^f\right) + q_w^f = \rho_w q_j,$$

матрица

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_o \boldsymbol{S_o^m})}{\partial t} + q_o^m = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_w \boldsymbol{S_w^m})}{\partial t} + q_w^m = \rho_w q_j,$$

$$P^m|_{t=0} = P_0 \qquad P^f|_{x=0} = P_b \qquad \frac{\partial P^f}{\partial x}\Big|_{x=l} = 0$$



$$q_o^m = -q_o^f = -\rho_o^m \sigma \lambda_o^m (P^f - P^m),$$

$$q_w^m = -q_w^f = -\rho_w^m \sigma \lambda_w^m (P^f - P^m),$$

$$U_o^\alpha = -\frac{k^\alpha k_{ro}(S_o^\alpha)}{\mu_o} \mathrm{grad} P_o^\alpha, \qquad U_w^\alpha = -\frac{k^\alpha k_{rw}(S_w^\alpha)}{\mu_w} \mathrm{grad} P_w^\alpha.$$

$$\lambda_o^m = \frac{k^m k_{ro}(S_o^m)}{\mu_o}, \qquad \lambda_w^m = \frac{k^m k_{rw}(S_w^m)}{\mu_w}.$$

Расщепление задачи по физическим процессам

Проводится разбиение задачи
на два блока:

1D, P

$$\boldsymbol{P}\,(Pf, Pm)$$

Пьезопроводный блок

Насыщенности выносятся из-под знака производной по времени и преобразуются:

$$\left(\frac{\boldsymbol{S_o^f}}{\rho_o^f}\frac{\partial(\varphi^f\rho_o^f)}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{S_w^f}}{\rho_w^f}\frac{\partial(\varphi^f\rho_w^f)}{\partial t}\right)+DIG^f=0,$$

$$DIG^f=\frac{div\left(\rho_o^f U_o^f\right)}{\rho_o^f}+\frac{div\left(\rho_w^f U_w^f\right)}{\rho_w^f}+\sigma\left(P^f-P^m\right)\left(\frac{\rho_o^m}{\rho_o^f}\lambda_o^m+\frac{\rho_w^m}{\rho_w^f}\lambda_w^m\right),$$

$$\left(\frac{\boldsymbol{S_o^m}}{\rho_o^m}\frac{\partial(\varphi^m\rho_o^m)}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{S_w^m}}{\rho_w^m}\frac{\partial(\varphi^m\rho_w^m)}{\partial t}\right)+DIG^m=0,$$

$$DIG^m=-\sigma\left(P^f-P^m\right)(\lambda_o^m+\lambda_w^m).$$

$$\boxed{-A_{pk}\delta P_{k-1}^f+C_{pk}\delta_k^f-B_{pk}\delta P_{k+1}^f=\Phi_{\mathrm{Pk}}\,.}$$

$$\boldsymbol{S}\,(So, Sw)$$

Сатурационный блок

$$\frac{\partial(\varphi^f\rho_w S_w^f)}{\partial t}+\nabla\left(\rho_w U_w^f\right)+q_w^f=\rho_w q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m\rho_w S_w^m)}{\partial t}+q_w^m=\rho_w q_j.$$

$$\boxed{-A_{sk}^f\delta S_{wk-1}^f+C_{sk}^f\delta S_{wk}^f-B_{sk}^f\delta S_{wk+1}^f+E_{Swk}\delta S_{wk}^m=0-L^{f\approx},}$$

Численная модель. Система линейных алгебраических уравнений

$$-A_{pk}\delta P_{k-1}^{f} + C_{pk}\delta_{k}^{f} - B_{pk}\delta P_{k+1}^{f} = \Phi_{\mathrm{Pk}}\,.$$

1D, P

$$-\left(A_{Pk}^{11}\delta P_{k-1}^{f} + A_{Pk}^{12}\delta T_{k-1}\right) + \left(C_{Pk}^{11}\delta P_{k}^{f} + C_{Pk}^{12}\delta T_{k}\right) - \left(B_{Pk}^{11}\delta P_{k+1}^{f} + B_{Pk}^{12}\delta T_{k+1}\right) = \Phi_{Pk}^{1}\,,$$

$$-\left(A_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k-1}^{f} + A_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k-1}\right) + \left(C_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k}^{f} + C_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k}\right) - \left(B_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k+1}^{f} + B_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k+1}\right) = \Phi_{\varepsilon k}^{2}\,,$$

1D, P, T

$$-A_{p(kj)}^{y}\ \ \delta P_{(k,j-1)}^{f*} + (C_{p(kj)}^{*}\ \ + C_{p(kj)}^{**} + C_{p(kj)}^{y})\delta P_{(kj)}^{f*} - B_{p(kj)}{}^{y}\,\delta P_{(k,j+1)}^{f*} = \Phi_{p(kj)}$$

$$\left(C_{p(kj)}^{*} * \left(\delta P_{(kj)}^{f}\right)\right) + (C_{p(kj)}^{**} * \delta P_{(kj)}^{f}) - A_{p(kj)}^{x}\ \ \delta P_{(k-1,j)}^{f} + C_{p(kj)}^{x}\ \ \delta P_{(kj)}^{f}$$
$$- B_{p(kj)}{}^{x}\,\delta P_{(k+1,j)}^{f} = \Phi_{p(kj)}{}^{*}$$

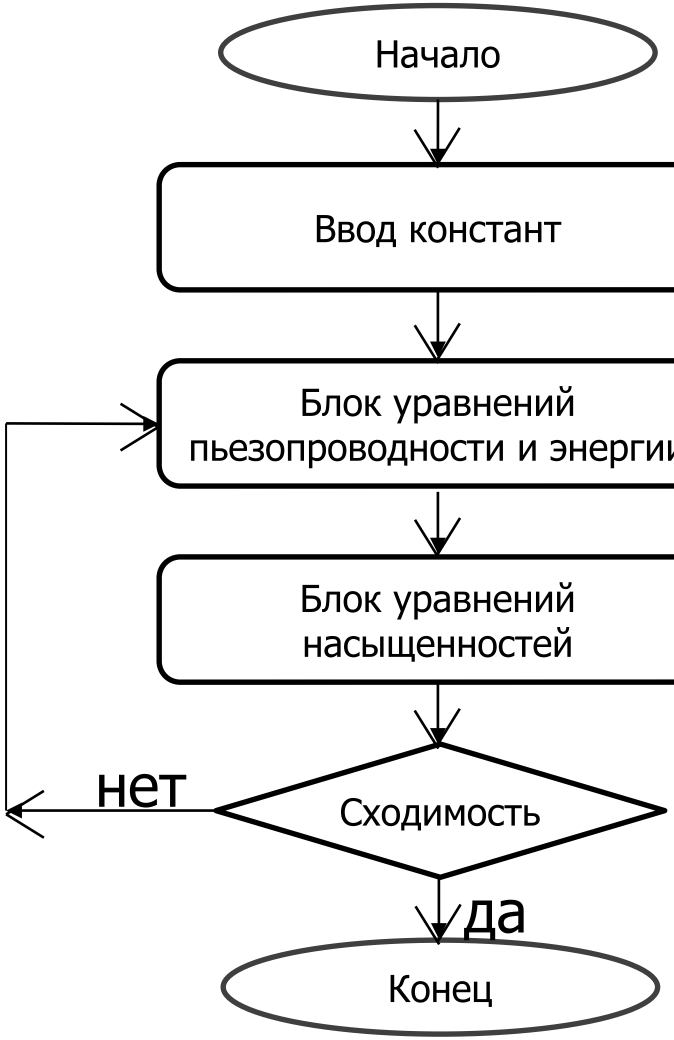
2D, P

Программная реализация

К-100*	CPU Intel Xeon X5670 2,93 GHz	
	на узле	всего
Процессорных ядер	12	768
Память RAM, ГБайт	96	6144

- Вводится равномерная сетка по пространственному направлению и по времени
- Для реализации параллельного алгоритма был разработан код на языке С с использованием стандарта MPI. Многопоточность была обеспечена путем размещения дополнительных MPI-процессов внутри расчетных узлов кластера.

Алгоритм расчета



IMPES
или
IMPIS

$$|\delta P^m| < \varepsilon_1 |P^{ms}| + \varepsilon_2,$$

$$|\delta P^f| < \varepsilon_1 |P^{fs}| + \varepsilon_2,$$

$$|\delta T| < \varepsilon_1 |T^s| + \varepsilon_2,$$

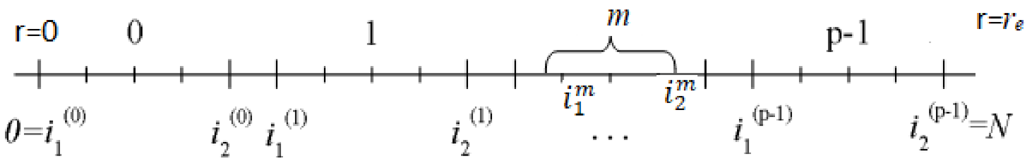
*Центр коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН http://ckp.kiam.ru

Параллельная реализация (MPI)*

MyNetInit — MPI_Init, MPI_Comm_size, MPI_Comm_rank, MPI_Get_processor_name

Initial_Data — MPI_Bcast

MyRange



Data_exchange1D
prog_rightMatrix — MPI_Isend/MPI_Irecv, MPI_Waitall, MPI_Allreduce

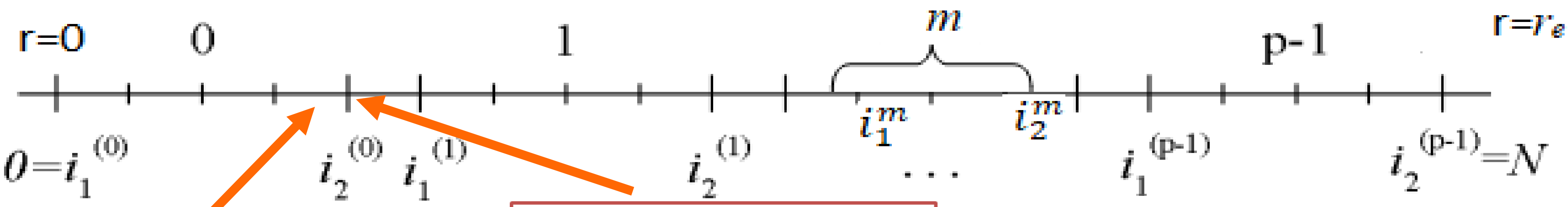
Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и "распараллеливание" прогонки // Числ. методы механики сплош. среды. 1978. Т. 9. №7. С. 139-146

Акимова Е. Н. Распараллеливание алгоритма матричной прогонки, Матем. моделирование, 1994, том 6, номер 9, 61–67

Программная реализация

Обмен между процессорами происходит в функции Data_exchange1D

$$A_{pk}=\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_w^f\right)^{(\delta 1 f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k-1/2}}\left(\frac{r\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k-1/2}^{s} k_{rw(k-1/2)}^{ups}\right\}+\frac{\tau}{\left[r\left(\rho_o^f\right)^{(\delta 1 f)}\right]_k^{\approx}}\left\{\frac{1}{h_{k-1/2}}\left(\frac{r\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k-1/2}^{s} k_{ro(k-1/2)}^{ups}\right\},$$



$$\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}*\left(\frac{r\rho_w^f k^f}{\mu_w^f}\right)_{k-\frac{1}{2}}^{s} k_{rw(k-\frac{1}{2})}^{ups}$$

$$\frac{1}{h_{k-\frac{1}{2}}}*\left(\frac{r\rho_o^f k^f}{\mu_o^f}\right)_{k-\frac{1}{2}}^{s} k_{ro(k-\frac{1}{2})}^{ups}$$

dd	начальный адрес буфера посылки (альтернатива)
ee	начальный адрес буфера приема (альтернатива)
N*ncp	количество элементов в буфере посылки (целое)
MPI_DOUBLE	тип данных элементов буфера посылки ()
MPI_SUM	операция (дескриптор)
MPI_COMM_WORLD	коммуникатор (дескриптор)

Коллективное взаимодействие процессов в функции prog_rightMatrix

MPI_Allreduce(dd,ee,14*ncp,MPI_DOUBLE,MPI_SUM,MPI_COMM_WORLD)
MPI_Allreduce(dd,ee,4*ncp,MPI_DOUBLE,MPI_SUM,MPI_COMM_WORLD)

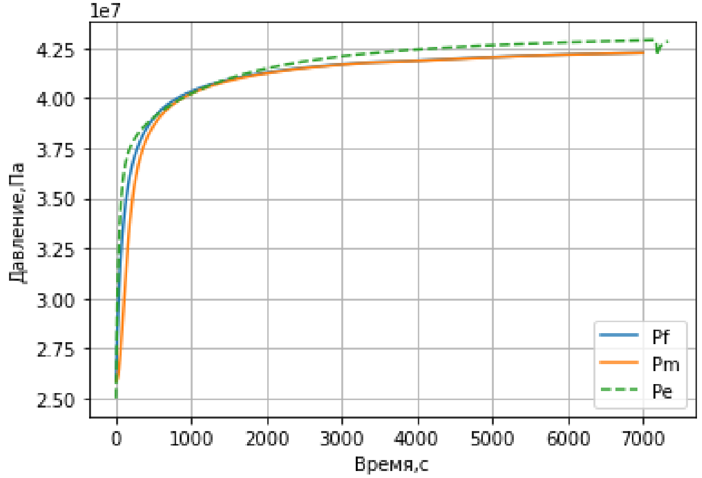
*Modeling of Two-Phase Fluid Flow Processes in a Fractured-Porous Type Reservoir Using Parallel Computations Uzyanbaev, R., Bobreneva, Y., Poveshchenko, Y., Podryga, V., Polyakov, S. Communications in Computer and Information Sciencethis link is disabled, 2022, 1618 CCIS, 276–292

Входные данные

Xa	0.1 (с)	Радиус скважины
Xb	10…100 (м)	Радиус исследования
Tau	0.01 (с)	Шаг по времени
Time	1000…10000(с)	Время
Epst	0.001	Точность
kr_w1, kr_w2, kr_w3		Коэффициенты многочлена для определения относительной проницаемости воды
kr_o1, kr_o2, kr_o3, kr_o4, kr_o5		Коэффициенты многочлена для определения относительной проницаемости нефти
Ro0	730(кг/м3)	Плотность нефти на поверхности
Ro1		Плотность нефти в залежи
Rw0		Плотность воды на поверхности
Rw1		Плотность воды в залежи
P0		Начальное давление в сети трещин
P0l		Давление слева в сети трещин
Pa	101325.0(Па)	Атмосферное давление
d1f	0.5	Весовой коэффициент
m_1		Пористость
kf_1	10^{-12}(м^2	Проницаемость трещины
Km_1	10^{-16}(м^2)	Проницаемость матрицы
Mw_1	0.67·10-3 (Па·с)	Вязкость воды
Mo_1	0.86·10^{-3} (Па·с),	Вязкость нефти
Sw_1	0.36	Водонасыщенность
Nx	1000…10000	Количество точек по пространству

Результаты моделирования

Динамика давления расчетные и экспериментальные данные



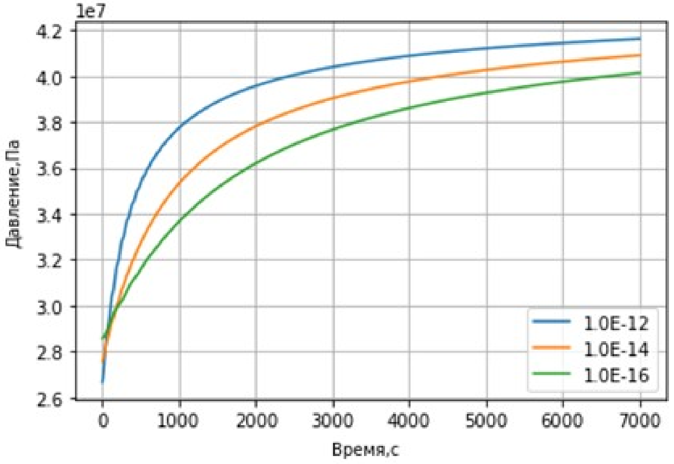


График ускорения распараллеливания

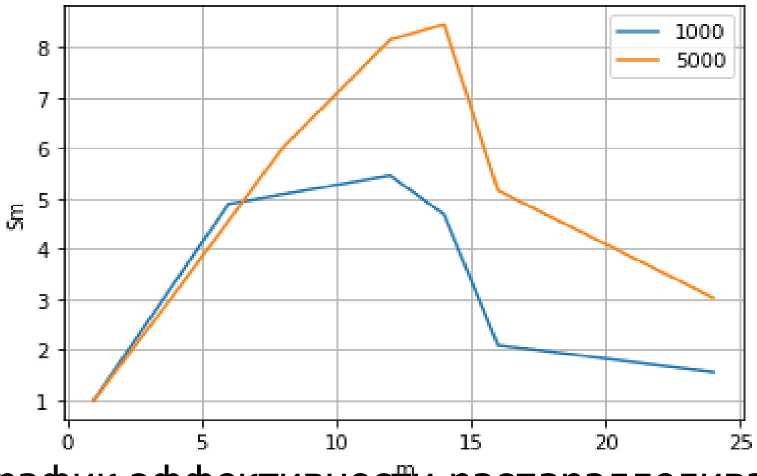
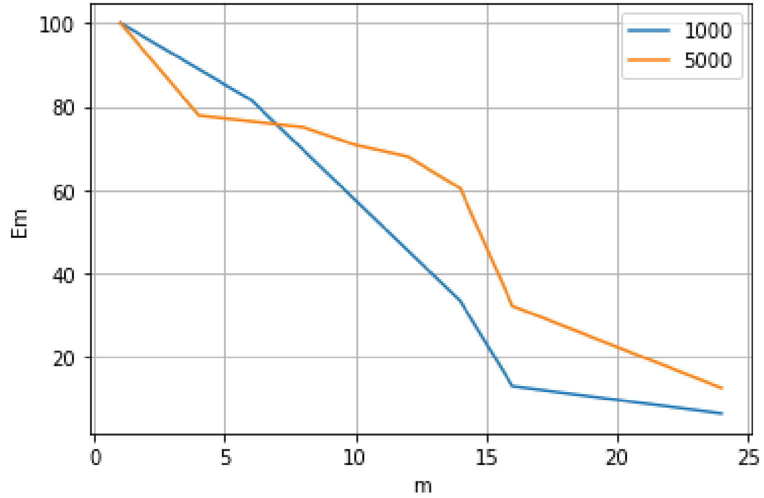
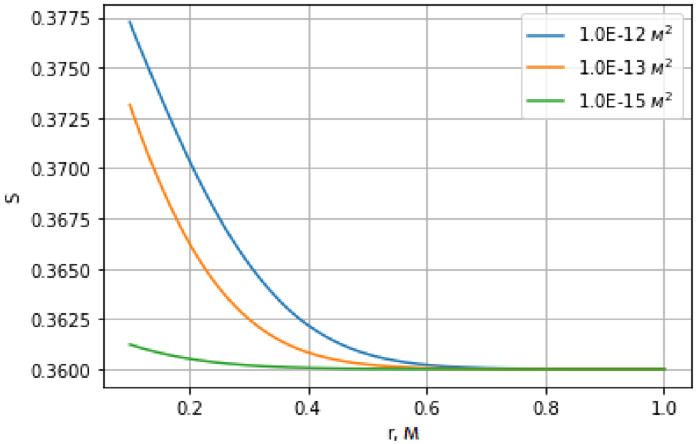


График эффективности распараллеливания





Кривые восстановления давления при различных значениях проницаемости
- с увеличением проницаемости скорость восстановления давления возрастает

Изменение водонасыщенности по пространству при различных значениях проницаемости.

Analysis of Parallel Algorithm Efficiency for Numerical Solution of Mass Transfer Problem in Fractured-Porous Reservoir. Uzyanbaev, R., Poveshchenko, Y., Podryga, V., Polyakov, S., Bobreneva, Y., Gubaydullin, I. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)this link is disabled, 2022, 13708 LNCS, 33–47

Постановка задачи

1D, P, T

Математическая модель двухфазной фильтрации жидкости в трещиновато-поровом коллекторе с учетом неизотермичности:

$$\frac{\partial(\varphi^\alpha \rho_o^\alpha S_o^\alpha)}{\partial t} + \nabla(\rho_o^\alpha \overrightarrow{U}_o^\alpha) + q_o^\alpha = 0,$$

$$q_o^m = -q_o^f = -\rho_o^m \sigma \lambda_o^m (P^f - P^m),$$

$$\frac{\partial(\varphi^\alpha \rho_w^\alpha S_w^\alpha)}{\partial t} + \nabla(\rho_w^\alpha \overrightarrow{U}_w^\alpha) - q_w^\alpha = 0,$$

$$q_w^m = -q_w^f = -\rho_w^m \sigma \lambda_w^m (P^f - P^m),$$

где:

$$\overrightarrow{U}_o^\alpha = -\frac{k^\alpha k_{ro}(S_o^\alpha)}{\mu_o} gradP^\alpha, \qquad \overrightarrow{U}_w^\alpha = -\frac{k^\alpha k_{rw}(S_w^\alpha)}{\mu_w} gradP^\alpha.$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}[(\varphi^f \rho_o^f S_o^f \varepsilon_o^f + \varphi^m \rho_o^m S_o^m \varepsilon_o^m + \varphi^f \rho_w^f S_w^f \varepsilon_w^f + \varphi^m \rho_w^m S_w^m \varepsilon_w^m) + (1-\varphi^f-\varphi^m)\rho_s \varepsilon_s] + \\ &+ div[\rho_o^f \varepsilon_o^f \overrightarrow{U}_o^f + \rho_w^f \varepsilon_w^f \overrightarrow{U}_w^f] + div\left[P^f(\overrightarrow{U}_o^f + \overrightarrow{U}_w^f)\right] + div[\overrightarrow{W}^f + \overrightarrow{W}^m + \overrightarrow{W}_s] = 0,\end{aligned}}$$

$$\overrightarrow{W^f} = -(\phi^f [S_w^f \eta_w^f + (1 - S_w^f)\eta_o^f])\nabla T,$$

$$\overrightarrow{W^m} = -(\phi^m [S_w^m \eta_w^m + (1 - S_w^m)\eta_o^m])\nabla T,$$

$$\overrightarrow{W_s} = -[1 - \phi^f - \phi^m]\eta_s \nabla T,$$

$$\overrightarrow{W} = \overrightarrow{W^f} + \overrightarrow{W^m} + \overrightarrow{W_s}.$$

ε_i^α – энергия нефти/воды

ρ_s, ε_s – плотность и энергия скелета

$$r_w \le r \le r_e, \quad 0 \le t \le t_k.$$

$$P^m\Big|_{t=0} = P_0, \qquad P^f\Big|_{t=0} = P_0,$$

$$T\Big|_{t=0} = T_0, \quad P^f\big|_{r=0} = P_w \quad \frac{\partial P^f}{\partial r}\bigg|_{r=re} = 0,$$

$\alpha = f, m$ f - система трещин, m – матрица,
o – нефть,
w – вода,
Pf – пластовое давление в сети трещин (МПа),
Pm – пластовое давление в матрице (МПа),
σ – коэффициент трещиноватой породы (1/м²),
k_{rw}, k_{ro} – относительные фазовые проницаемости (м²),
q_{im}^α – функция перетока между матрицей и трещинами,

μ – вязкость (Па·с),
h - эффективная мощность пласта,
q - дебит жидкости (м³/сут),
φ – пористость (д.ед),
S_i^α – насыщенность,
ρ – плотность (г/м³),
k^α – абсолютная проницаемость (м²),
U_i^α - скорость течения фазы.

η_i^f η_i^m, η_s - коэффициенты теплопроводности в системе трещин, матрице и скелете.

Разностная схема. Расщепленная система

1D, P, T

$$a^{(\delta_1)} = \delta_1 \hat{a} + (1-\delta_1)a,$$

$$\delta_{1f} = \frac{\sqrt{(\varphi^f)}^{\wedge}}{\sqrt{(\varphi^f)}^{\wedge} + \sqrt{(\varphi^f)}}, \quad \delta_{1m} = \frac{\sqrt{(\varphi^m)}^{\wedge}}{\sqrt{(\varphi^m)}^{\wedge} + \sqrt{(\varphi^m)}}$$

$$\frac{F^f}{\tau} = \frac{(S_w^f)^{(\delta 1f)}}{(\rho_w^f)^{(\delta 1f)}}[\bar{\varphi}^f \rho_w^f]_t + \frac{(1-S_w^f)^{(\delta 1f)}}{(\rho_o^f)^{(\delta 1f)}}[\bar{\varphi}^f \rho_o^f]_t + DIG^{f\sim} = 0,$$

$$DIG^{f\sim} = \frac{1}{(\rho_w^f)^{(\delta 1f)}} DIN(\rho_w^f U_w^f)^{\sim} + \frac{1}{(\rho_o^f)^{(\delta 1f)}} DIN(\rho_o^f U_o^f)^{\sim} + \frac{q_o^{f\sim}}{(\rho_o^f)^{(\delta 1f)}} + \frac{q_w^{f\sim}}{(\rho_w^f)^{(\delta 1f)}},$$

$$\frac{F^m}{\tau} = \frac{(S_w^m)^{(\delta 1m)}}{(\rho_w^m)^{(\delta 1m)}}[\bar{\varphi}^m \rho_w^m]_t + \frac{(1-S_w^m)^{(\delta 1m)}}{(\rho_o^m)^{(\delta 1m)}}[\bar{\varphi}^m \rho_o^m]_t + DIG^{m\sim} = 0,$$

$$DIG^{m\sim} = \frac{q_o^{m\sim}}{(\rho_o^m)^{(\delta 1m)}} + \frac{q_w^{m\sim}}{(\rho_w^m)^{(\delta 1m)}},$$

$$\bar{\varphi} = \hbar\varphi, \overline{(1-\varphi^f-\varphi^m)} = \hbar - \bar{\varphi}^f - \bar{\varphi}^m, \bar{\sigma}^{\sim} = \hbar\sigma^{\sim}$$

$a^{\sim}$ обозначает аппроксимацию сеточной функции a

между слоями по времени t и $t\sim$

$$-\frac{\Phi_{\varepsilon k}}{\tau} = \left(\bar{\varphi}^f\right)^{(1-\delta_{1f})}\left\{\left[S_w^f\rho_w^f\right]^{(\delta_{1f})}\left(\varepsilon_w^f\right)_t + \left[(1-S_w^f)\rho_o^f\right]^{(\delta_{1f})}\left(\varepsilon_o^f\right)_t\right\} +$$
$$\left(\bar{\varphi}^m\right)^{(1-\delta_{1m})}\left\{\left[S_w^m\rho_w^m\right]^{(\delta_{1m})}\left(\varepsilon_w^m\right)_t + \left[(1-S_w^m)\rho_o^m\right]^{(\delta_{1m})}\left(\varepsilon_o^m\right)_t\right\} +$$
$$+\left\{\overline{(1-\varphi^f-\varphi^m)}\rho_s\varepsilon_s\right\}_t + DIG_\varepsilon^{f\sim} + DIG_\varepsilon^{m\sim} + DINW_s^{\sim} = 0,$$

$$DIG_\varepsilon^{f\sim} = \left\{DIN\left[\left(\varepsilon_w^{f(\delta_{1f})}\right)_{up}\left(\rho_w^f U_w^f\right)^{\sim}\right] - (\varepsilon_w^f)^{(\delta_{1f})} DIN\left(\rho_w^f U_w^f\right)^{\sim}\right\} +$$
$$+\left\{DIN\left[\left(\varepsilon_o^{f(\delta_{1f})}\right)_{up}\left(\rho_o^f U_o^f\right)^{\sim}\right] - (\varepsilon_o^f)^{(\delta_{1f})} DIN\left(\rho_o^f U_o^f\right)^{\sim}\right\} +$$
$$+DIN\left[P^f\left(U_w^f + U_o^f\right)\right]^{\sim} + DINW^{f\sim} - \left(\varepsilon_w^f\right)^{(\delta_{1f})}\cdot q_w^{f\sim} - \left(\varepsilon_o^f\right)^{(\delta_{1f})}\cdot q_o^{f\sim},$$

$$DIG_\varepsilon^{m\sim} = DINW^{m\sim} - \left(\varepsilon_w^m\right)^{(\delta_{1m})}\cdot q_w^{m\sim} - \left(\varepsilon_o^m\right)^{(\delta_{1m})}\cdot q_o^{m\sim}.$$

разностная операция DIN: $(\Omega) \to (\omega)$ обозначает аппроксимацию дивергенции $dv \cdot div$, действующую на функции в ячейках (Ω)

Численная модель. Система линейных алгебраических уравнений

1D, P, T

$$-\left(A_{Pk}^{11}\delta P_{k-1}^{f}+A_{Pk}^{12}\delta T_{k-1}\right)+\left(C_{Pk}^{11}\delta P_{k}^{f}+C_{Pk}^{12}\delta T_{k}\right)-\left(B_{Pk}^{11}\delta P_{k+1}^{f}+B_{Pk}^{12}\delta T_{k+1}\right)=\Phi_{Pk}^{1},$$

$$A_{pk}^{12}=0,$$

$$B_{pk}^{12}=0,$$

$$-\left(A_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k-1}^{f}+A_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k-1}\right)+\left(C_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k}^{f}+C_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k}\right)-\left(B_{\varepsilon k}^{21}\delta P_{k+1}^{f}+B_{\varepsilon k}^{22}\delta T_{k+1}\right)=\Phi_{\varepsilon k}^{2},$$

$$A_k=\begin{pmatrix}A_{pk}^{11} & A_{pk}^{12}\\ A_{\varepsilon k}^{21} & A_{\varepsilon k}^{22}\end{pmatrix}\quad C_k=\begin{pmatrix}C_{pk}^{11} & C_{pk}^{12}\\ C_{\varepsilon k}^{21} & C_{\varepsilon k}^{22}\end{pmatrix}\quad B_k=\begin{pmatrix}B_{pk}^{11} & B_{pk}^{12}\\ B_{\varepsilon k}^{21} & B_{\varepsilon k}^{22}\end{pmatrix}\qquad \Phi_k=\begin{pmatrix}\Phi_{pk}\\ \Phi_{\varepsilon k}\end{pmatrix}$$

$$\delta P^{m}=\pi_{m}^{s}\delta P^{f}-\Phi^{ms}-\frac{\Theta_{Tm}^{s}}{\Theta_{Pm\tau}^{s}}\delta T.$$

$$\pi_{m}^{s}=\frac{\tau}{\Theta_{Pm\tau}^{s}}\left\{\frac{(\rho_{w}^{m}\bar{\sigma}\lambda_{w}^{m})^{s}}{(\rho_{w}^{m})^{(\delta 1m)\approx}}+\frac{(\rho_{o}^{m}\bar{\sigma}\lambda_{o}^{m})^{s}}{(\rho_{o}^{m})^{(\delta 1m)\approx}}\right\},\quad \Phi^{ms}=\frac{F^{ms}}{\Theta_{Pm\tau}^{s}}.$$

$$\Theta_{Pm\tau}^{s}=\Theta_{Pm}^{s}+\tau\left(\frac{(\rho_{w}^{m}\bar{\sigma}\lambda_{w}^{m})^{s}}{(\rho_{w}^{m})^{(\delta 1m)\approx}}+\frac{(\rho_{o}^{m}\bar{\sigma}\lambda_{o}^{m})^{s}}{(\rho_{o}^{m})^{(\delta 1m)\approx}}\right),$$

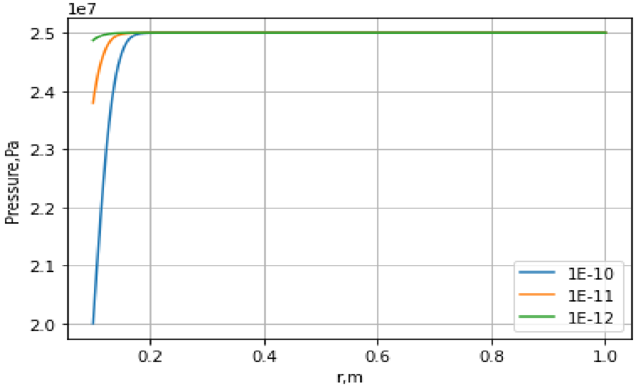
$$\Theta_{Tm}^{s}=\left\{\frac{(S_{w}^{m})^{(\delta_{1m})\approx}}{(\rho_{w}^{m})^{(\delta_{1m})\approx}}(\bar{\varphi}^{m}\rho_{w}^{m})_{T}^{\prime s}+\frac{(1-S_{w}^{m})^{(\delta_{1m})\approx}}{(\rho_{o}^{m})^{(\delta_{1m})\approx}}(\bar{\varphi}^{m}\rho_{o}^{m})_{T}^{\prime s}\right\}$$

$$\Theta_{Pm}^{s}=\frac{\left(S_{w}^{m}\right)^{(\delta_{1m})\approx}}{\left(\rho_{w}^{m}\right)^{(\delta_{1m})\approx}}\left(\bar{\varphi}^{m}\rho_{w}^{m}\right)_{P_m}^{\prime s}+\frac{\left(1-S_{w}^{m}\right)^{(\delta_{1m})\approx}}{\left(\rho_{o}^{m}\right)^{(\delta_{1m})\approx}}\left(\bar{\varphi}^{m}\rho_{o}^{m}\right)_{P_m}^{\prime s}$$

Результаты моделирования

1D, P,T

Кривые давления для разных проницаемостей в трещинах

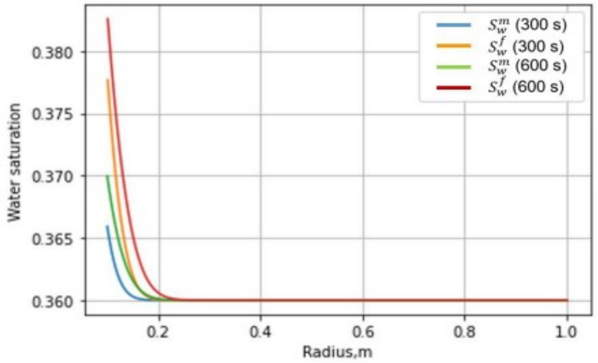


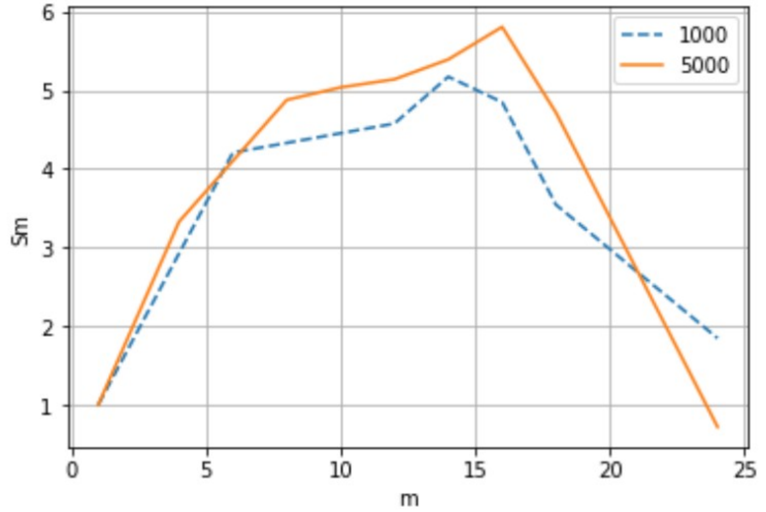
- с увеличением проницаемости скорость падения давления возрастает

P_0=2.5E7 Па

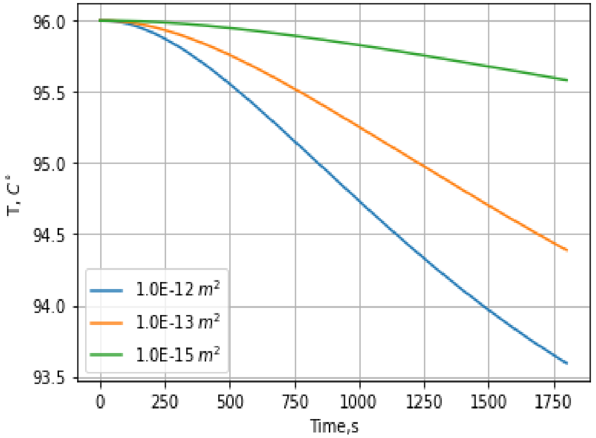
P_w=2.0E7 Па

Изменение водонасыщенности по пространству в разное время





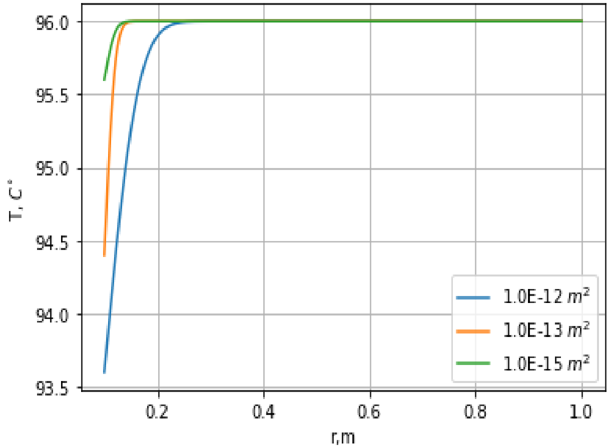
Динамика кривых температуры для разных абсолютных проницаемостей в трещинах



- с увеличением проницаемости скорость падения температуры возрастает

T_0=96 C^o(369 К)

Кривые температуры для разных абсолютных проницаемостей в трещинах



Параллельный алгоритм матричной прогонки ускоряет время расчета, это подтверждает обоснованность использования многопроцессорных вычислений для рассматриваемой задачи

Постановка задачи изотермический случай

Математическая модель фильтрационных процессов в трещиновато-поровом коллекторе: 2D, P

трещины

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_o \boldsymbol{S_o^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_o U_o^f\right) + q_o^f = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^f \rho_w \boldsymbol{S_w^f})}{\partial t} + \nabla\left(\rho_w U_w^f\right) + q_w^f = \rho_w q_j,$$

матрица

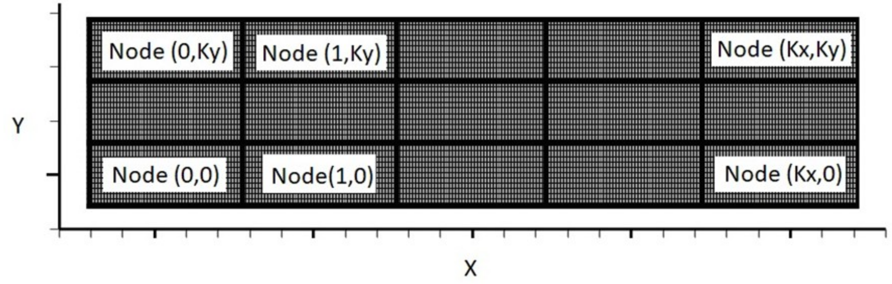
$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_o \boldsymbol{S_o^m})}{\partial t} + q_o^m = \rho_o q_j,$$

$$\frac{\partial(\varphi^m \rho_w \boldsymbol{S_w^m})}{\partial t} + q_w^m = \rho_w q_j,$$

$$P^m|_{t=0} = P_0 \qquad P^f|_{x=0} = P_b \qquad \frac{\partial P^f}{\partial x}\Big|_{x=l} = 0 \qquad \frac{\partial P^f}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{\partial P^f}{\partial y}\Big|_{y=l} = 0$$

$$q_o^m = -q_o^f = -\rho_o^m \sigma \lambda_o^m (P^f - P^m),$$

$$q_w^m = -q_w^f = -\rho_w^m \sigma \lambda_w^m (P^f - P^m),$$



$$U_o^\alpha = -\frac{k^\alpha k_{ro}(S_o^\alpha)}{\mu_o}\mathrm{grad}P_o^\alpha, \qquad U_w^\alpha = -\frac{k^\alpha k_{rw}(S_w^\alpha)}{\mu_w}\mathrm{grad}P_w^\alpha.$$

$$\lambda_o^m = \frac{k^m k_{ro}(S_o^m)}{\mu_o}, \qquad \lambda_w^m = \frac{k^m k_{rw}(S_w^m)}{\mu_w}.$$

Численная модель. Система линейных алгебраических уравнений

2D, P

$$-A^{y}_{p(kj)}\ \ \delta P^{f*}_{(k,j-1)} + (C^{*}_{p(kj)}\ \ + C^{**}_{p(kj)} + C^{y}_{p(kj)})\delta P^{f*}_{(kj)} - B_{p(kj)}{}^{y}\delta P^{f*}_{(k,j+1)} = \Phi_{p(kj)}(1)$$

$$\left(C^{*}_{p(kj)} * \left(\delta P^{f}_{(kj)}\right)\right) + (C^{**}_{p(kj)} * \delta P^{f}_{(kj)}) - A^{x}_{p(kj)}\ \ \delta P^{f}_{(k-1,j)} + C^{x}_{p(kj)}\ \ \delta P^{f}_{(kj)} - B_{p(kj)}{}^{x}\delta P^{f}_{(k+1,j)} = \Phi_{p(kj)}{}^{*}$$

Переход от P^{s} к P^{s+1}

1. Неявная схема по y явная по x
2. Неявная схема по x явная по y

$$P^{f*}_{(kj)} = P^{s}{}_{(kj)} + \delta P^{f}_{(kj)}$$

$$\Phi_{p(kj)}{}^{*} = \Phi_{p(kj)}(P^{f*}_{(kj)})$$

Численная модель

2D, P

$$A^{x}_{p(kj)} = \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{w}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{(k,j)}} \left\{ \frac{1}{h_{x,(k-\frac{1}{2},j)}} \left(\frac{\rho^{f}_{w} k^{f}}{\mu^{f}_{w}}\right)^{s}_{(k-\frac{1}{2},j)} k^{\mathrm{ups\_}}_{rw(k}\right.$$

$$+ \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{o}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{(k,j)}} \left\{ \frac{1}{h_{x,(k-\frac{1}{2},j)}} \left(\frac{\rho^{f}_{o} k^{f}}{\mu^{f}_{o}}\right)^{s}_{(k-\frac{1}{2},j)} k^{\mathrm{ups\_}x}_{ro(k-1,}\right.$$

$$B^{x}_{p(kj)} = \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{w}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{(k,j)}} \left\{ \frac{1}{h_{x,k+1/2,j}} \left(\frac{\rho^{f}_{w} k^{f}}{\mu^{f}_{w}}\right)^{s}_{k+1/}\right.$$

$$+ \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{o}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{(k,j)}} \left\{ \frac{1}{h_{x,k+1/2,j}} \left(\frac{\rho^{f}_{o} k^{f}}{\mu^{f}_{o}}\right)^{s}_{k+1/2,j} k\right.$$

Численная модель

$$A^{y}_{p(kj)} = \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{w}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{(k,j)}} \left\{ \frac{1}{h_{y,(k,j-\frac{1}{2})}} \left(\frac{\rho^{f}_{w} k^{f}}{\mu^{f}_{w}}\right)^{s}_{(k,j-\frac{1}{2})} k^{\mathrm{ups\_}y}_{rw(k,j-1/2)} \right\} +$$

$$+ \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{o}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{(k,j)}} \left\{ \frac{1}{h_{y,(k,j-\frac{1}{2})}} \left(\frac{\rho^{f}_{o} k^{f}}{\mu^{f}_{o}}\right)^{s}_{(k,j-\frac{1}{2})} k^{\mathrm{ups\_}y}_{ro(k,j-1/2)} \right\},$$

$$B^{y}_{p(kj)} = \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{w}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{(kj)}} \left\{ \frac{1}{h_{y,(k,j+\frac{1}{2})}} \left(\frac{\rho^{f}_{w} k^{f}}{\mu^{f}_{w}}\right)^{s}_{(k,j+\frac{1}{2})} k^{\mathrm{ups\_}y}_{rw(k,j+1/2)} \right\} +$$

$$+ \frac{\tau}{\left[\left(\rho^{f}_{o}\right)^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}_{kj}} \left\{ \frac{1}{h_{y,(k,j+\frac{1}{2})}} \left(\frac{\rho^{f}_{o} k^{f}}{\mu^{f}_{o}}\right)^{s}_{(k,j+\frac{1}{2})} k^{\mathrm{ups\_}y}_{ro(k,j+1/2)} \right\},$$

Численная модель

$$C^{y}_{p(kj)} = A^{y}_{p(kj)} + B^{y}_{p(kj)}$$

$$C^{x}_{p(kj)} = A^{x}_{p(kj)} + B^{x}_{p(kj)}$$

$$C^{*}_{p(kj)} = \frac{(S^{f}_{w})^{(\delta 1 f)\approx}}{(\rho^{f}_{w})^{(\delta 1 f)\approx}} \left(\overline{\phi^{f}}\rho^{f}_{w}\right)^{\prime s}_{P_f} + \frac{(1-S^{f}_{w})^{(\delta 1 f)\approx}}{(\rho^{f}_{o})^{(\delta 1 f)\approx}} \left(\overline{\phi^{f}}\rho^{f}_{o}\right)^{\prime s}_{P_f}$$

$$C^{**}_{p(kj)} = \left\{\frac{\tau}{\left[(\rho^{f}_{w})^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}} (\rho^{m}_{w}\bar{\sigma}\lambda^{m}_{w})^{s}(1-\pi^{s}_{m})\right\}_{(k,j)} + \left\{\frac{\tau}{\left[(\rho^{f}_{o})^{(\delta 1 f)}\right]^{\approx}} (\rho^{m}_{o}\bar{\sigma}\lambda^{m}_{o})^{s}(1-\pi^{s}_{m})\right\}_{(k,j)}$$

Численная модель.

Система линейных алгебраических уравнений.

2D, S

Сатурационный блок

$$-A^{yf}_{s(k,j)}\delta S^{f*}_{w(k,j-1)}+(C^{f*}_{Sw(k,j)}+C^{yf}_{s(k,j)})\delta S^{f*}_{w(k,j)}-B^{yf}_{s(k,j)}\delta S^{*f}_{w(k,j+1)}+E_{Sw(k,j)}\delta S^{m}_{w(k,j)}=0-L^{f\approx},$$

$$-A^{xf}_{s(k,j)}\delta S^{f}_{w(k-1,j)}+(C^{f*}_{Sw(k,j)}+C^{xf}_{s(k,j)})\delta S^{f}_{w(k,j)}-B^{xf}_{s(k,j)}\delta S^{f}_{w(k+1,j)}+E_{Sw(k,j)}\delta S^{m}_{w(k,j)}=0-L^{f\approx*},$$

$$S^{f*}_{w(k,j)}=S^{sf}_{w(k,j)}+\delta S^{f*}_{w(k,j)}$$

Переход от S к S+1 по насыщенности

1. Неявная схема по y явная по x
2. Неявная схема по x явная по y

Численная модель

2D, S

$$A^{yf}_{Sw(k,j)} = -\tau \left\{ \left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w} \frac{1}{h} \right]^{s+1}_{(k,j-1/2)} (P^f_{(kj)} - P^f_{(k,j-1)})^{s+1} \left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k,j-1)}} \right]^s_{upink} \right\}, \qquad P^{yf}_{(k,j)} < P^{yf}_{(k,j-1)}, A^{yf}_{Sw(k,j)} \geq 0,$$

$$A^{xf}_{Sw(k,j)} = -\tau \left\{ \left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w} \frac{1}{h} \right]^{s+1}_{(k-1/2,j)} (P^f_{(kj)} - P^f_{(k-1,j)})^{s+1} \left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k-1,j)}} \right]^s_{upink} \right\}, \qquad P^{xf}_{(kj)} < P^{xf}_{(k-1,j)}, A^{xf}_{Sw(k,j)} \geq 0,$$

$$B^{yf}_{Sw(k,j)} = \tau \left\{ \left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w} \frac{1}{h} \right]^{s+1}_{(k,j+1/2)} (P^{xf}_{(k,j+1)} - P^{xf}_{(k,j)})^{s+1} \left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k,j+1)}} \right]^s_{upink} \right\}, \qquad P^{yf}_{kj} < P^{yf}_{(k,j+1)}, B^{yf}_{Sw(k,j)} \geq 0,$$

$$B^{xf}_{Sw(k,j)} = \tau \left\{ \left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w} \frac{1}{h} \right]^{s+1}_{(k+1/2,j)} (P^{xf}_{(k+1,j)} - P^{xf}_{(k,j)})^{s+1} \left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k+1,j)}} \right]^s_{upink} \right\}, \qquad P^{xf}_{kj} < P^{xf}_{(k+1,j)}, B^{xf}_{Sw(k,j)} \geq 0,$$

Численная модель

2D, S

$$C^f_{Sw(k,j)} = (\overline{\phi^f}\,\rho^f_w)^{s+1}_{(k,j)} -$$

$$-\tau\left[\left\{\left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w}\frac{1}{h}\right]^{s+1}_{(k+1/2,j)} (P^f_{(k+1,j)} - P^f_{(k,j)})^{s+1}\right\}\left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k,j)}}\right]^s_{upink}\right] -$$

$$-\tau\left[\left\{\left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w}\frac{1}{h}\right]^{s+1}_{(k-1/2,j)} (P^f_{(k,j)} - P^f_{(k-1,j)})^{s+1}\right\}\left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k,j)}}\right]^s_{upink}\right] -$$

$$-\tau\left[\left\{\left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w}\frac{1}{h}\right]^{s+1}_{(k,j+1/2)} (P^f_{(k,j+1)} - P^f_{(k,j)})^{s+1}\right\}\left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k,j)}}\right]^s_{upink}\right] -$$

$$-\tau\left[\left\{\left[\rho^f_w \frac{k^f}{\mu^f_w}\frac{1}{h}\right]^{s+1}_{(k,j-1/2)} (P^f_{(k,j)} - P^f_{(k,j-1)})^{s+1}\right\}\left[(k_{rw})'_{S^f_{w(k,j)}}\right]^s_{upink}\right] > 0.$$

$$E_{S_{w(k,j)}} = \tau\left[\rho^m_w\,\bar{\sigma}(P^f - P^m)\frac{k^m}{\mu^m_w}\right]^{s+1}_{(k,j)} [(k_{rw})'_{S^m_w}]^s_{(k,j)}.$$

$$C^{f*}_{Sw(kj)} = (\overline{\phi^f}\,\rho^f_w)^{s+1}_{(k,j)}$$

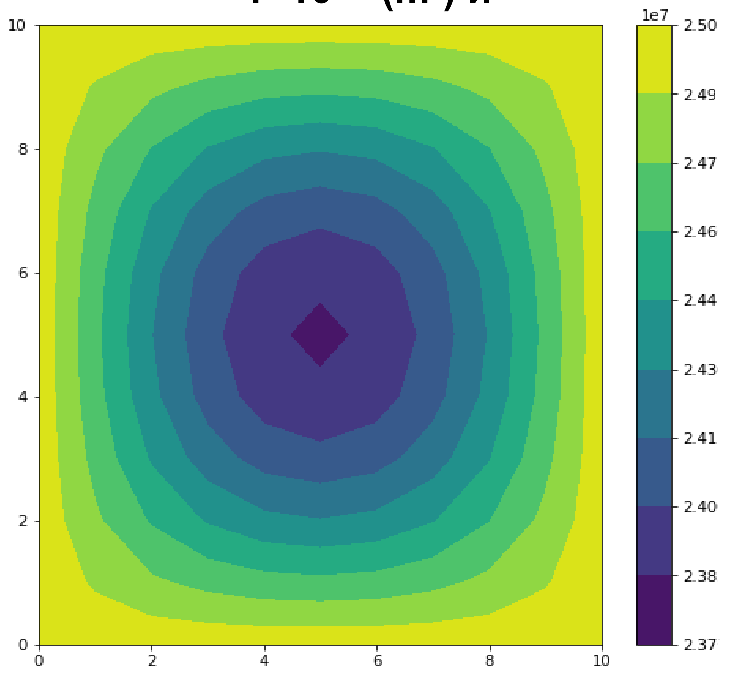
Результаты моделирования

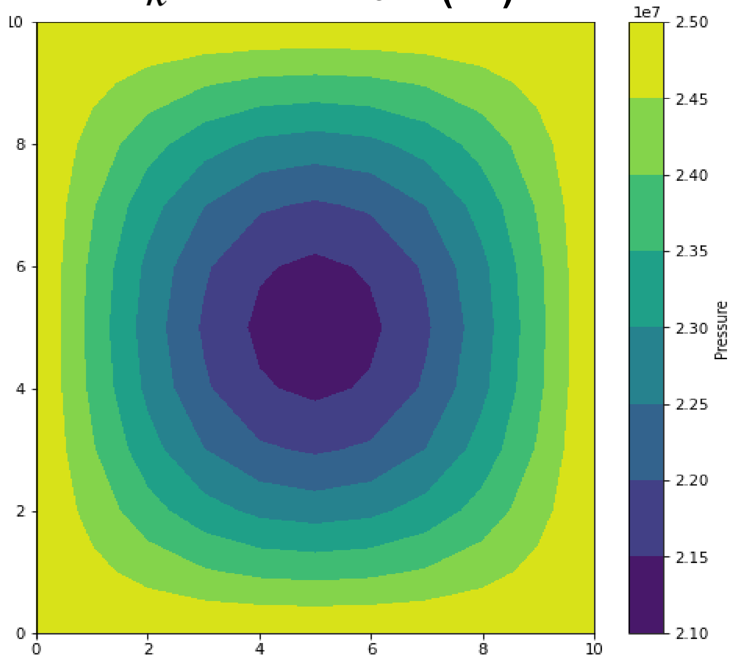
2D, P

Распределение давления около скважины в конечный момент времени при абсолютных значениях проницаемости

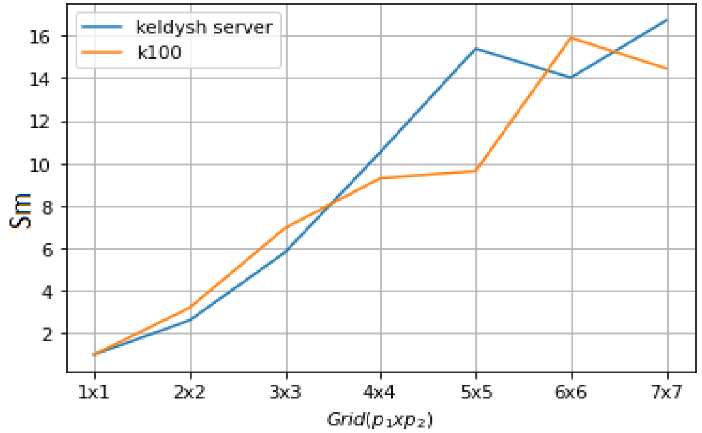
k^f =1×10⁻¹¹ (m²) и

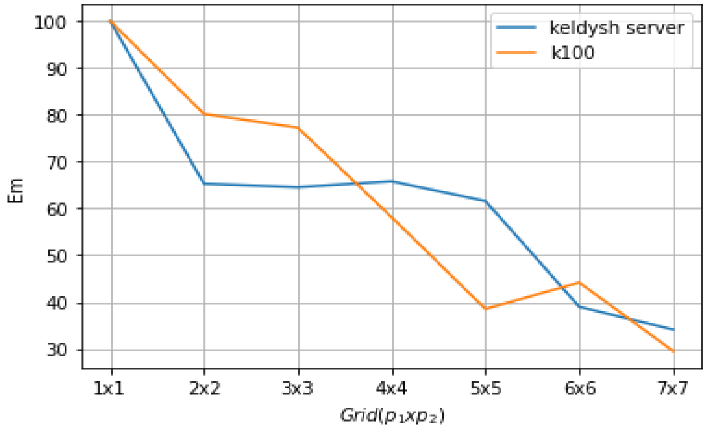
k^f =1×10⁻¹³ (m²)





Ускорение и эффективность расчёта для K100 и сервера ИПМ им М.В.Келдыша РАН.



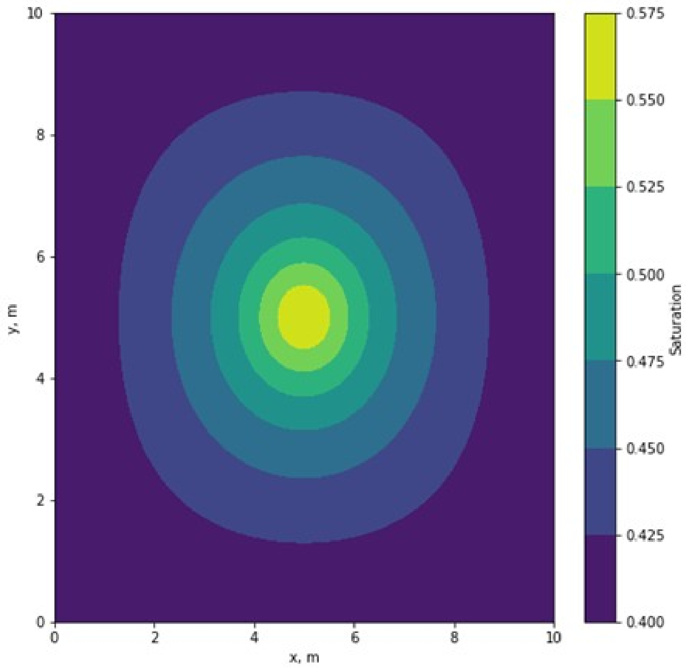


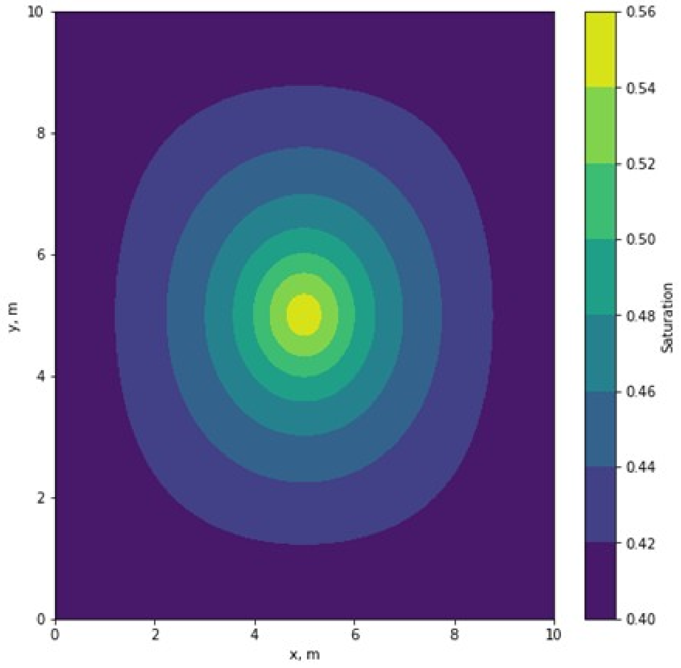
Сервер imm10.keldysh.ru
2 процессора Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2680 v4 @ 2.40GHz
(14 ядер 28 потоков у каждого) в сумме 56 параллельных потоков
Память 256 Гб на чипах DDR4 со скоростью 2400 MT/s

Результаты моделирования

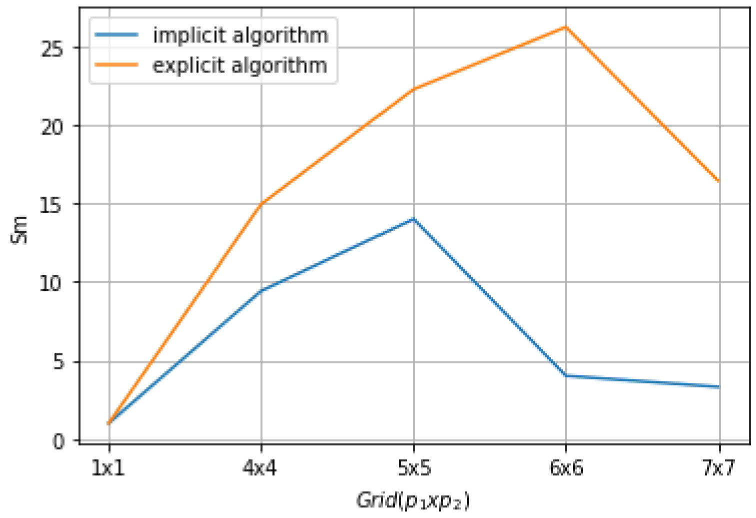
Распределение водонасыщенности около скважины в конечный момент времени при абсолютных значениях проницаемости

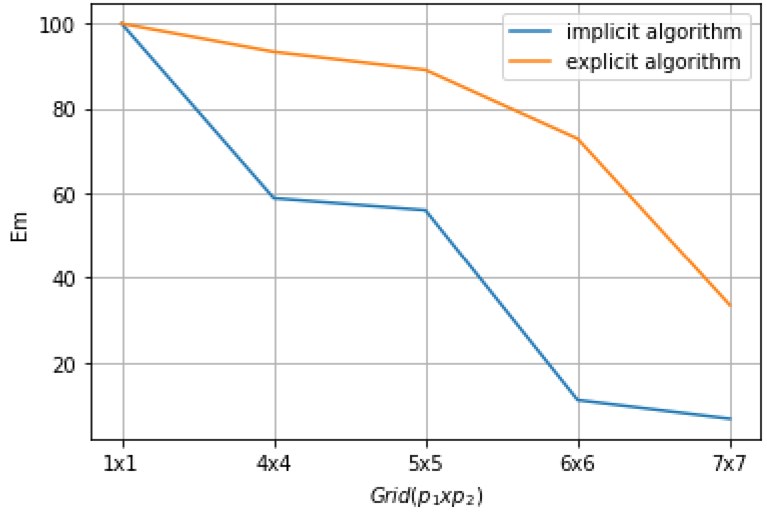
k^f =1×10^{-11} (m^2) и k^f =1×10^{-13} (m^2)





Ускорение и эффективность расчёта для явного и неявного алгоритма





Выводы

1.Построена математическая модель двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом изотермичности(1D и 2D) и неизотермичности. Используя алгоритм расщепления по физическим процессам, построена разностная схема.

2.Разработан программный комплекс с применением параллельных вычислений для моделирования фильтрации жидкости в рамках модели двойной пористости в коллекторе трещиновато-порового типа.

3. Проведены высокопроизводительные вычислительные эксперименты в случаях двухфазной фильтрации жидкости при проведении гидродинамического исследования в добывающих скважинах в коллекторе трещиновато-порового типа с учетом изотермичности и неизотермичности. Проведена апробация реализованных численных схем и проверка на адекватность полученных результатов. Подтверждена обоснованность использования многопроцессорных вычислений для рассматриваемых задач.

Благодарю за внимание!

Ravil-11@mail.ru