УНИВЕРСИТЕТ ЛОБАЧЕВСКОГО

Об исследовании параллельных алгоритмов условной глобальной оптимизации на новом классе модельных задач

Пинежанин Е.С. Баркалов К.А.

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

23 сентября 2024 г.
Москва

Постановка задачи

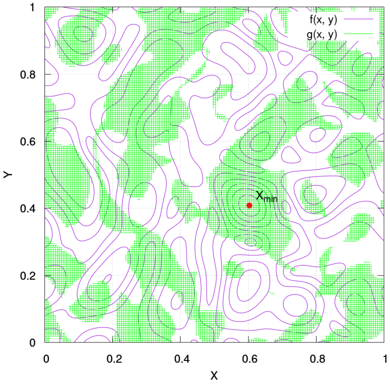
В работе используется параллельный алгоритм для поиска глобального минимума многоэкстремальной задачи с ограничениями

$$\varphi(y^*) = \min\{\varphi(y) : y \in D,\ g_j(y) \le 0,\ 1 \le j \le m\},$$
$$D = \{y \in R^N : a_j \le y_j \le b_j,\ 1 \le j \le N\},$$

где $\varphi(y) = g_{m+1}(y),\ g_j(y)$ – многоэкстремальные функции, удовлятворяющие условию Липшица:

$$|g_i(y') - g_i(y'')| \le L_i ||y' - y''|| =$$
$$L_i\{\sum_{j=1}^{N}(y'_j - y''_j)^2\}^{1/2},\ 1 \le i \le m+1,$$

где $L_i > 0$ константы Липшица

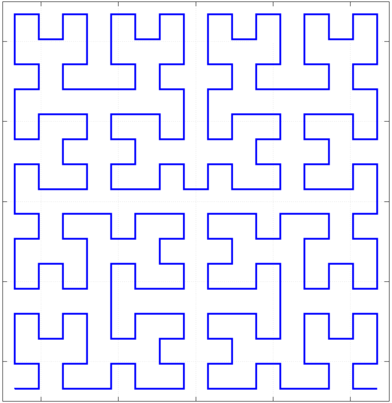


Описание метода

Кривая Пеано $y(x)$ позволяет свести многомерную задачу оптимизации к одномерной на единичном отрезке:

$$\varphi(y(x^*)) = \min\{\varphi(y(x)) : x \in [0,1],\ g_j(y(x)) \leq 0,\ 1 \leq j \leq m\}.$$

При распараллеливании метода используется синхронная схема – на каждой итерации алгоритма определяется p лучших подобластей (в соответствии с их характеристиками), в каждой из которых параллельно проводится одно поисковое испытание.



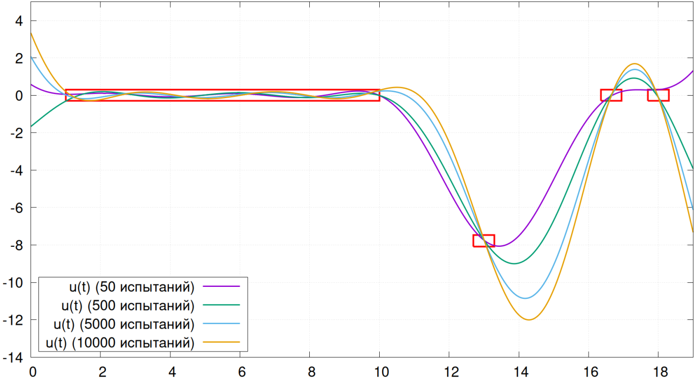
Приближение кривой Пеано

Проблема

- Одним из подходов к сравнению эффективности параллельных алгоритмов глобальной оптимизации является применение таких методов для решения множества тестовых задач некоторого класса
- Для проведения экспериментов с параллельными оптимизационными алгоритмами обычно используются некоторые генераторы тестовых задач, которые, как правило, порождают непосредственно саму целевую функцию, и в случае размерности $N > 2$ здесь сложно наблюдать сам процесс оптимизации.
- В связи с этим интересен другой подход к генерации задач. В рамках предлагаемого подхода оптимизационная задача возникает как задача идентификации (подбора) параметров дифференциального уравнения, решением которого является одномерная кривая.

Описание класса модельных задач

Необходимо подоборать управление объектом так, чтобы он пролетел через заданные области, причем в последнюю область прилетел с максимальной скоростью.



Решения задачи, полученные после проведения K испытаний, $K = 50$, 500, 5000, 10000

Описание класса модельных задач

Объектом управления является заряженная частица в магнитном поле. Ее математическая модель – дифференциальное уравнение второго порядка:

$$m\ddot{u} = -eu + F$$

Общим решением этого уравнения будет являться одномерная кривая

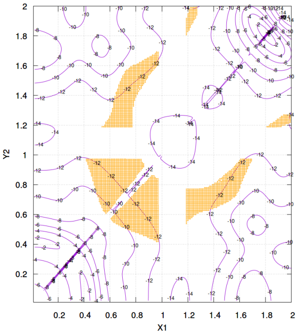
$$u(t,\ \omega,\ c) = \sum_{i=0}^{n} [c_{2i+1} \sin(\omega_i t) + c_{2i+2} \cos(\omega_i t)]$$

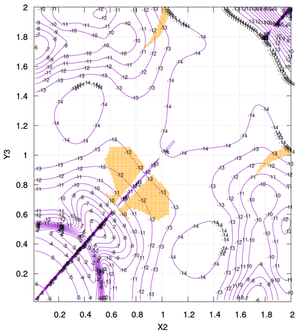
Требуется найти параметры управляющего воздействия из правой части уравнения, которые максимизируют скорость в последнем «окне»

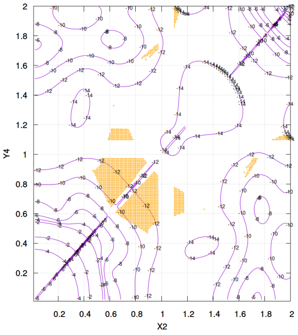
$$|u'_t(t_3, \omega, c)| \to max,$$
$$|u(t, \omega, c) - q_0| \leqslant \delta, t \in [a, b],$$
$$|u(t_i, \omega, c) - q_i| \leqslant \delta, i = 1, 2, 3.$$

Описание класса модельных задач

Целевая функция является многоэкстремальной, ограничения – невыпуклыми. Каждое из ограничений имеет различную вычислительную сложность: от попарного сравнения координат до решения одномерной задачи оптимизации.







Результаты вычислительных экспериментов

Результаты получены на узле суперкомпьютера «Лобачевский» (2 процессора AMD EPYC 7742 2.25 GHz, 64 физических ядра, до 128 параллельных потоков в режиме MultiThreading), использовался язык *C++* с технологией *OpenMP*.

P	K	T, сек.	S_i	S_t
1	64 617	49.8	1.0	1.0
16	3 971	20.8	16.3	2.4
32	2 326	16.5	27.8	3.0
64	1 247	11.0	51.8	4.5
128	561	5.9	115.2	8.5

Таблица 1: Количество потоков P, число итераций K, время работы T, ускорение параллельного алгоритма по итерациям S_i и по времени S_t

Заключение и дальнейшие шаги

- Написана программная реализация нового модельного класса задач и проведены вычислительные эксперименты;
- Найдено «узкое» место нового класса задач – различная вычислительная сложность ограничений;
- Одним из способов решения проблемы слабого ускорения пареллельного алгоритма на классе модельных задач может стать использование асинхронной схемы распараллеливания вычислений;

Спасибо за внимание!