

Карина Захарова, Артём Черников

*научная группа квантовых вычислений под руководством к.ф.-м.н.
Сысоева Сергея Сергеевича*

Квантовый алгоритм поиска ближайшего



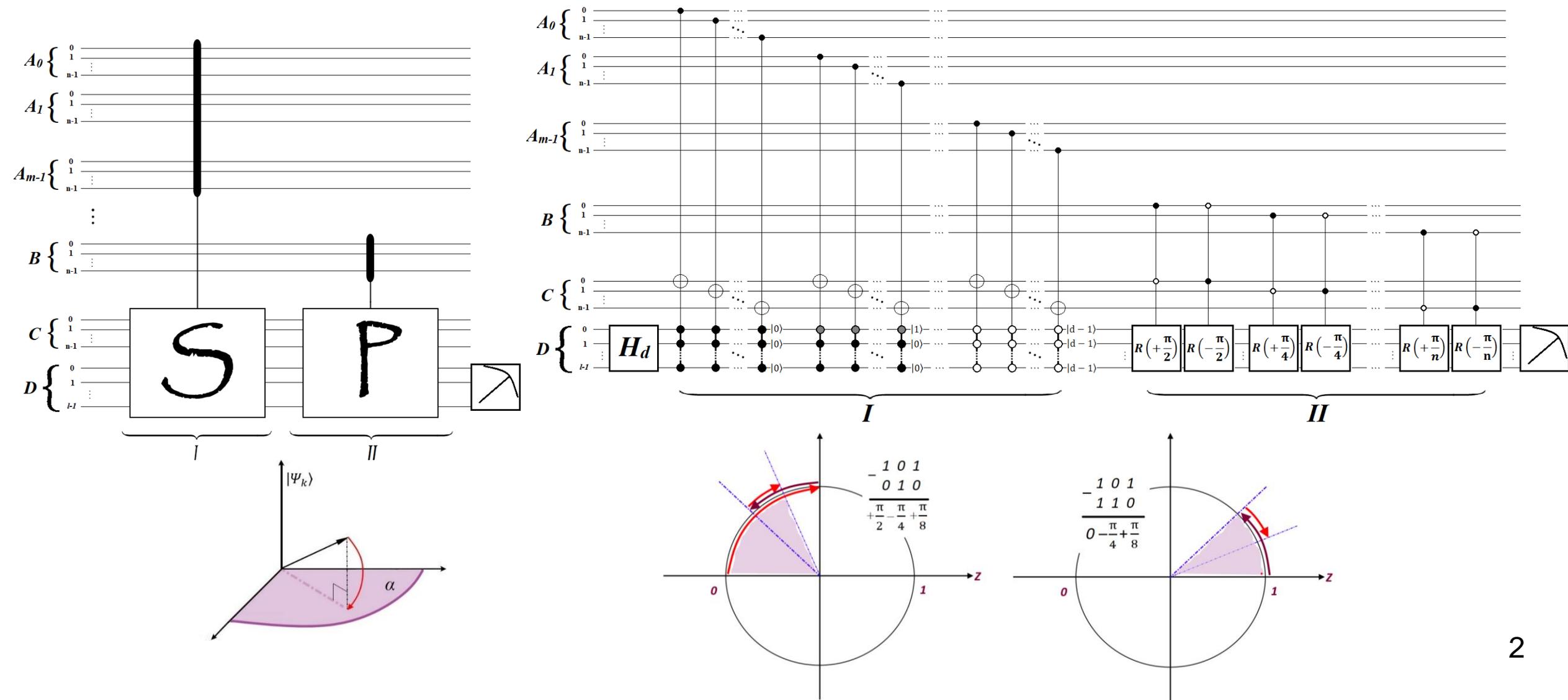
**Санкт-Петербургский
государственный университет**



*Leonhard Euler
International Mathematical Institute
in Saint Petersburg*

Общая идея

1. Создание суперпозиции всех данных в регистре размером с 1 элемент
2. Ослабление вероятности «плохих» данных: чем «хуже» элемент — тем ниже амплитуда

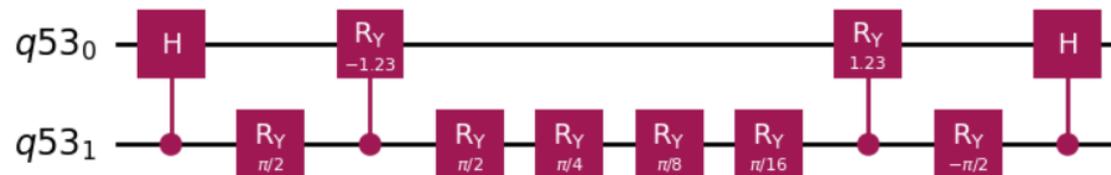


Страшная матрица поворота

$$\begin{array}{l}
 \vdots \\
 \vdots \\
 |01\rangle \otimes |0_{l-1} \dots 0_1 0_0\rangle \\
 |01\rangle \otimes |0_{l-1} \dots 0_1 1_0\rangle \\
 \vdots \\
 |01\rangle \otimes |d-1_{l-1} \dots d-1_1 d-1_0\rangle \\
 |10\rangle \otimes |0_{l-1} \dots 0_1 0_0\rangle \\
 |10\rangle \otimes |0_{l-1} \dots 0_1 1_0\rangle \\
 \vdots \\
 |10\rangle \otimes |d-1_{l-1} \dots d-1_1 d-1_0\rangle \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{array}
 \left(
 \begin{array}{cccccccccccc}
 1 & \vdots \\
 \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & \cos \frac{\theta}{2} & \pm \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \dots & \pm \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & \pm \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \cos \frac{\theta}{2} & \dots & \pm \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \dots & 0 & \pm \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \pm \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \dots & \cos \frac{\theta}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos \frac{\theta}{2} & \mp \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \dots & \mp \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \mp \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \cos \frac{\theta}{2} & \dots & \mp \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & 0 & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \mp \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \mp \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{d^l-1}} & \dots & \cos \frac{\theta}{2} & 0 & \dots \\
 \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots \\
 \vdots & 1
 \end{array}
 \right)$$

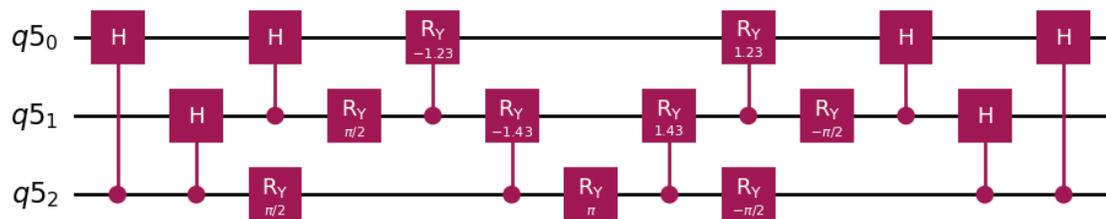
Примеры реализации поворотов

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \dots & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} \\ \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \cos \frac{\varphi}{2} & \dots & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \dots & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}$$



0.0980171403	-0.5745701698	-0.5745701698	-0.5745701698
0.5745701698	0.0980171403	-0.5745701698	0.5745701698
0.5745701698	0.5745701698	0.0980171403	-0.5745701698
0.5745701698	-0.5745701698	0.5745701698	0.0980171403

Поворот при $C = 15$,
т.е. $|1111\rangle$

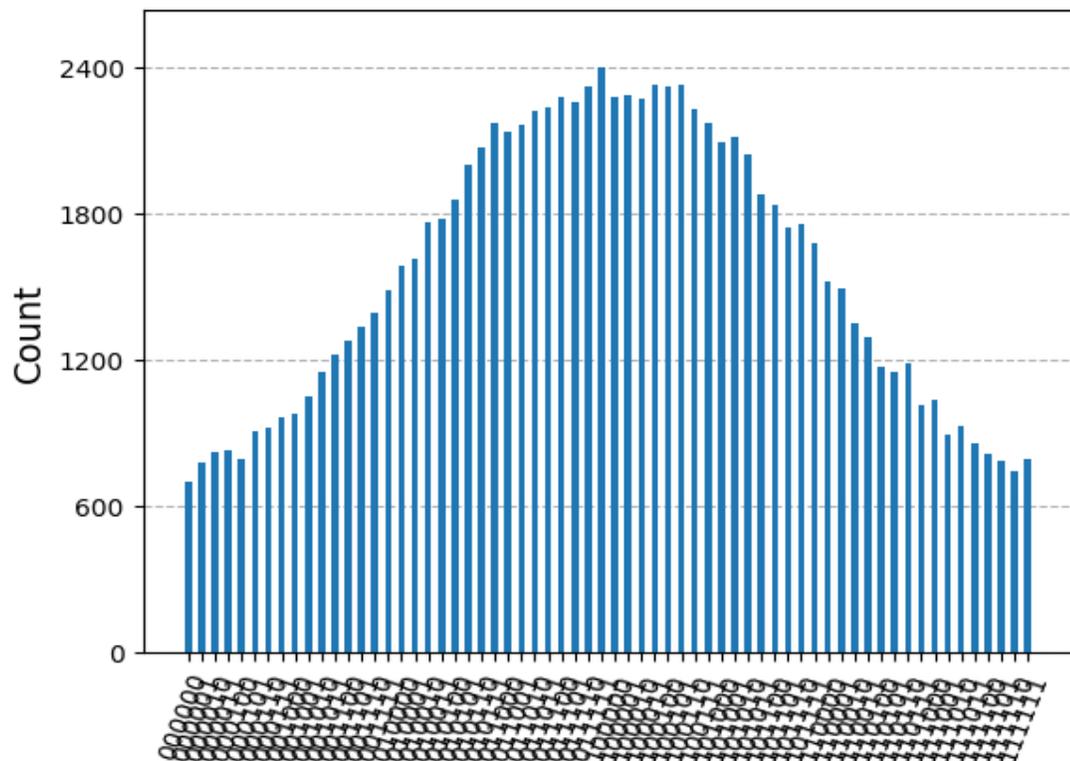


$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\ \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} \\ \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} \\ \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\ \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\ \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} \\ \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\ \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 \end{bmatrix}$$

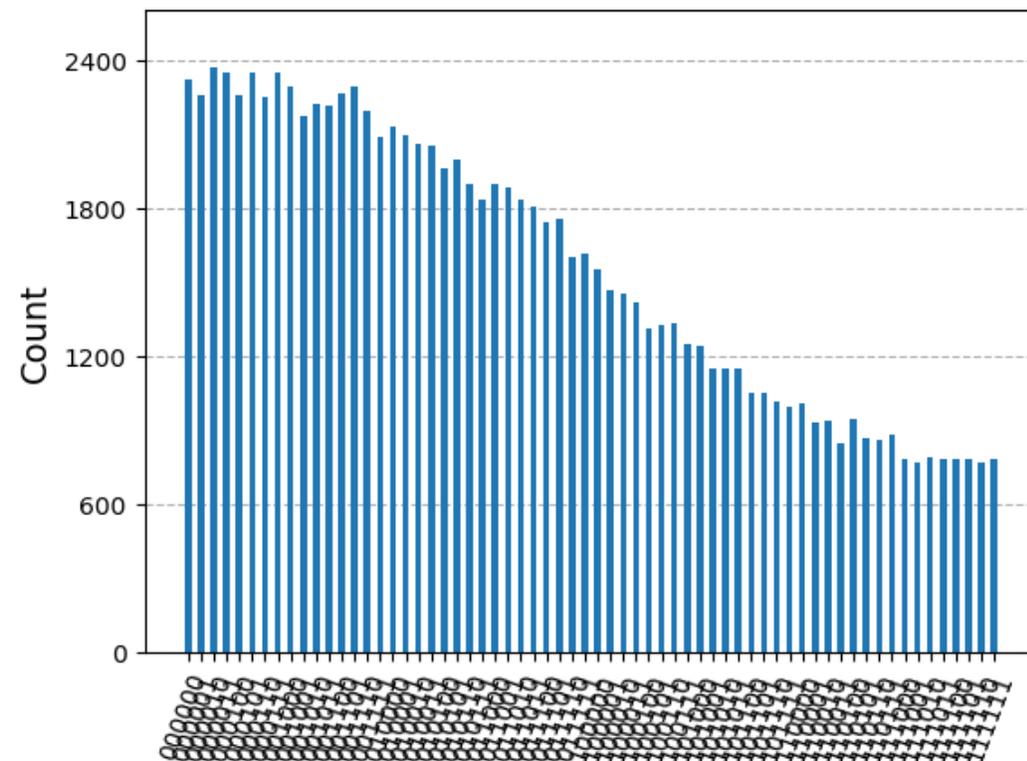
Отличия от алгоритма Гровера

- Чёрным ящиком выступает не функция-оракул, а сам массив*
- Работа с «неизвестными» данными, элементы которых могут сколь угодно повторяться или вовсе отсутствовать*
- При отсутствии точного совпадения гарантирован поиск ближайшего*
- Не усиливает «хорошие» значения, а ослабляет «плохие»*
- Демонстрирует перераспределение вероятности за одну итерацию*
- Поиск минимума/построение распределения без использования Гровера*

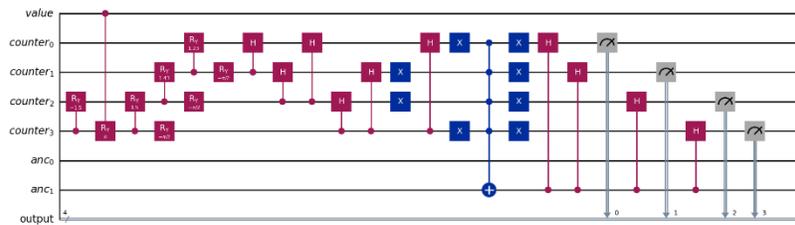
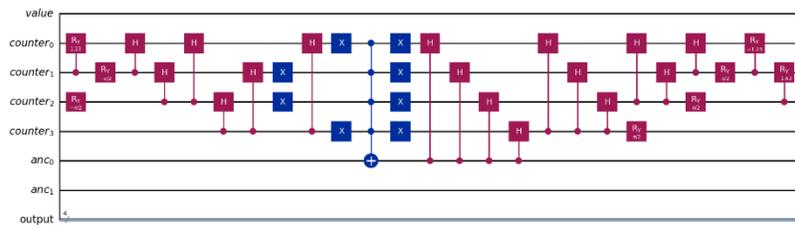
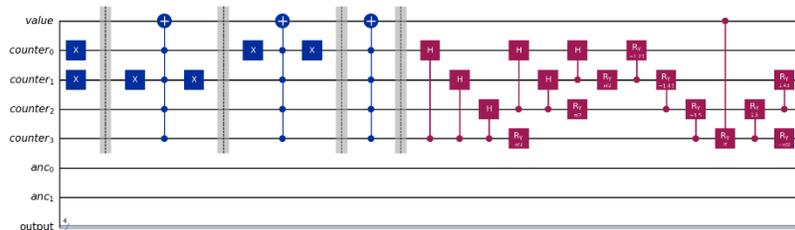
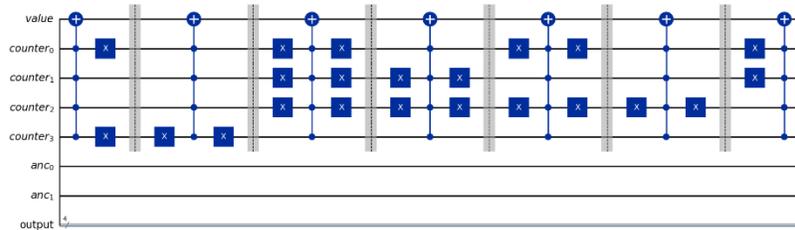
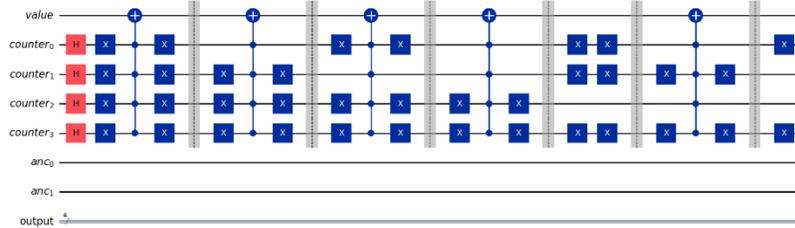
Перераспределение за 1 вызов



**[63 61 59... 3 1 0 2 4... 60 62],
100 000 измерений в Qiskit**

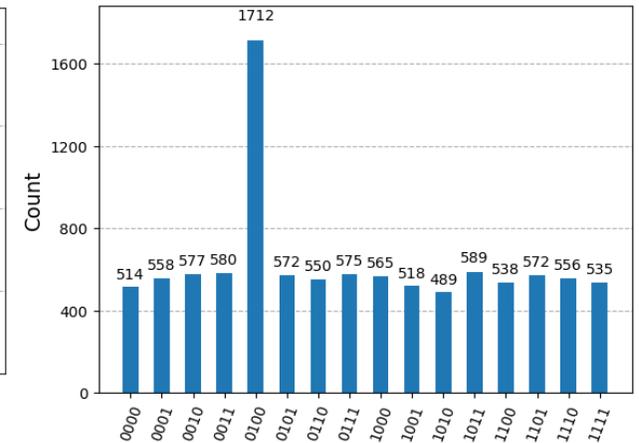
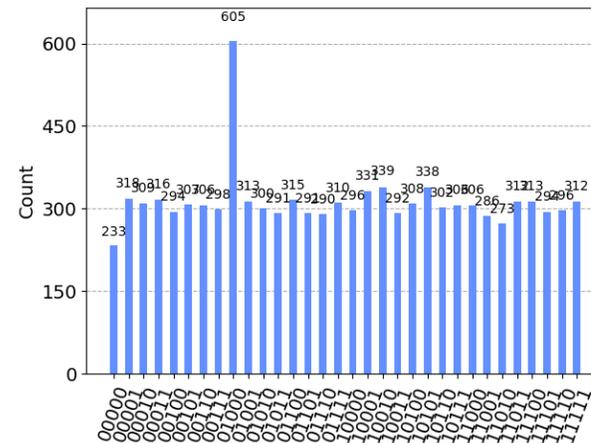
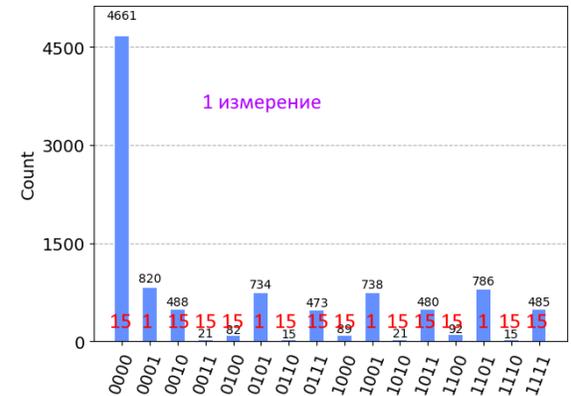
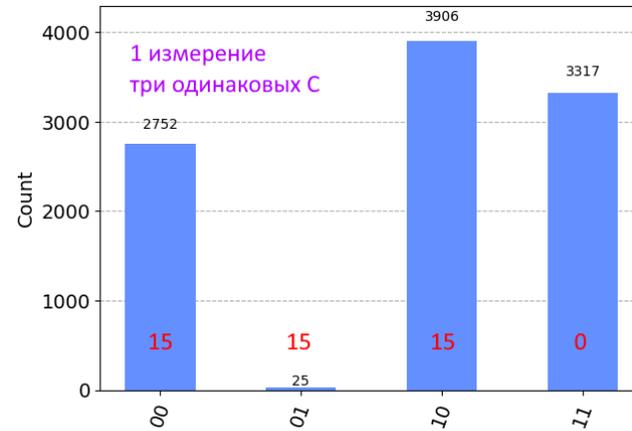


**[0 1 2 3... 63], 100 000
измерений в Qiskit**



Возникшие трудности

- Ложное перераспределение в связи со знаками матрицы
- Повторные повороты
- Незначительное усиление амплитуды



Ближайшие цели

- 1. Обоснование задачи, решаемой алгоритмом*
- 2. Обоснование зависимости от структуры массива:*
 - Разброса значений (min, max)*
 - Количества одинаковых элементов*
 - Размера*
- 3. Исследование итеративности*
- 4. Нахождение способа оценки эффективности алгоритма*
- 5. Оценка сложности*

СПАСИБО!