

Карина Робертовна Захарова, Артём Александрович Черников, Сысоев Сергей Сергеевич

Квантовый алгоритм уменьшения амплитуд с целью поиска и фильтрации данных



**Санкт-Петербургский
государственный университет**



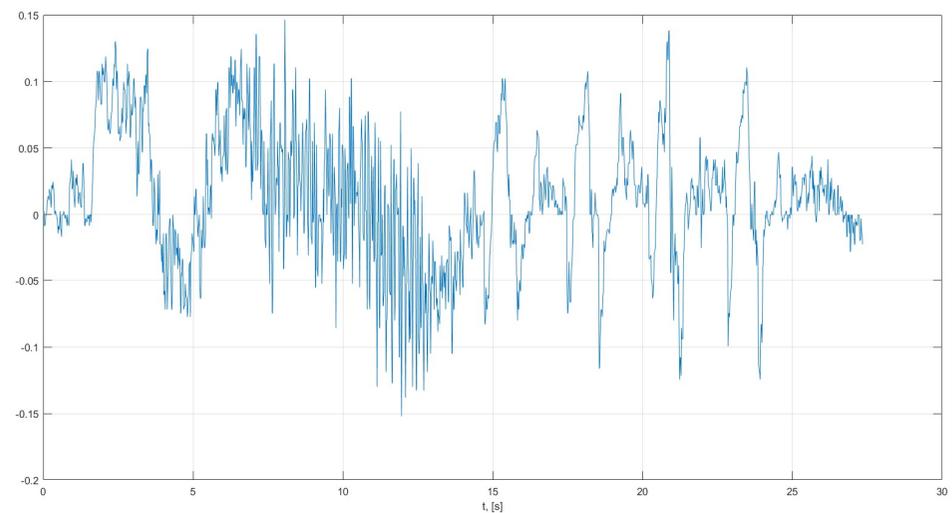
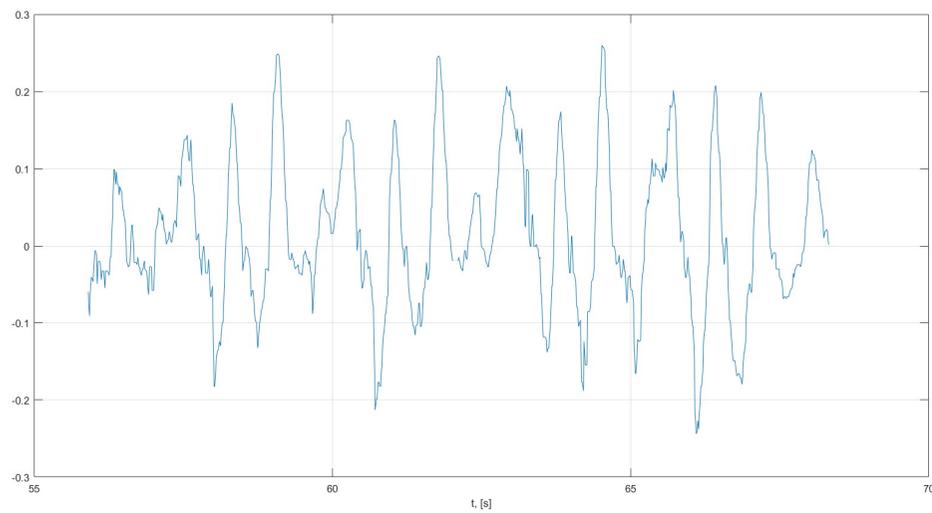
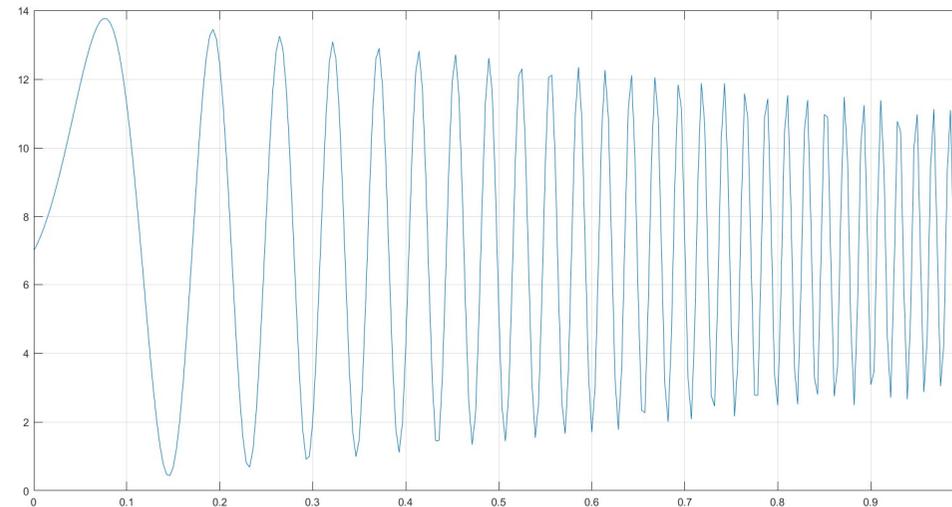
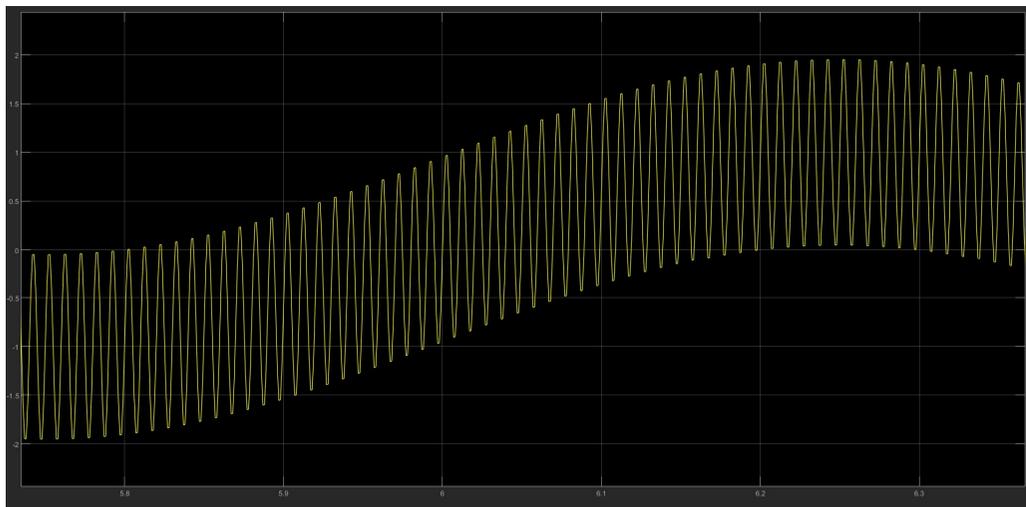
*Leonhard Euler
International Mathematical Institute
in Saint Petersburg*



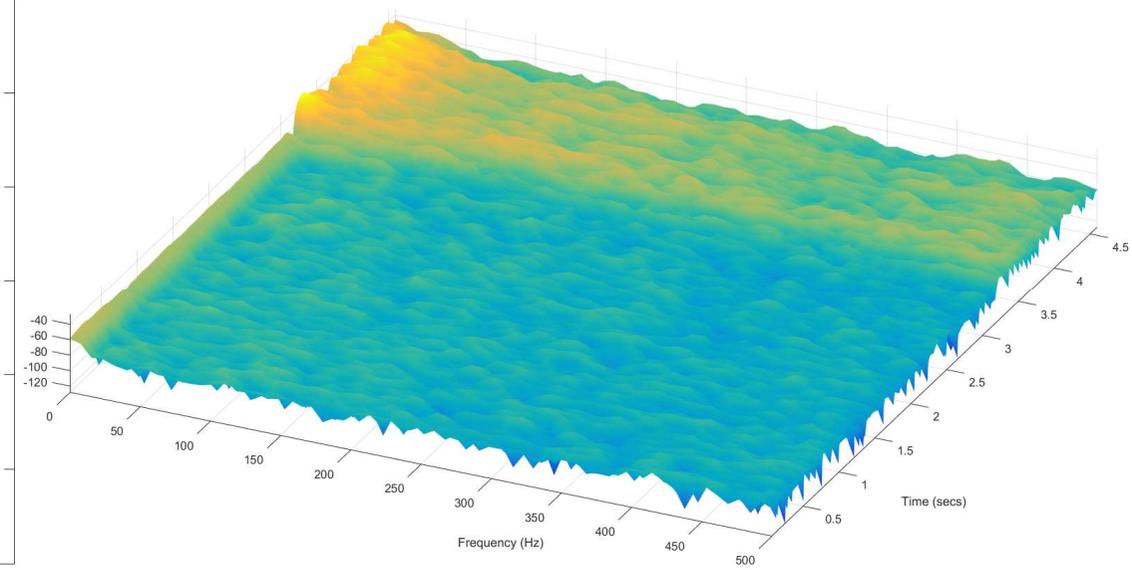
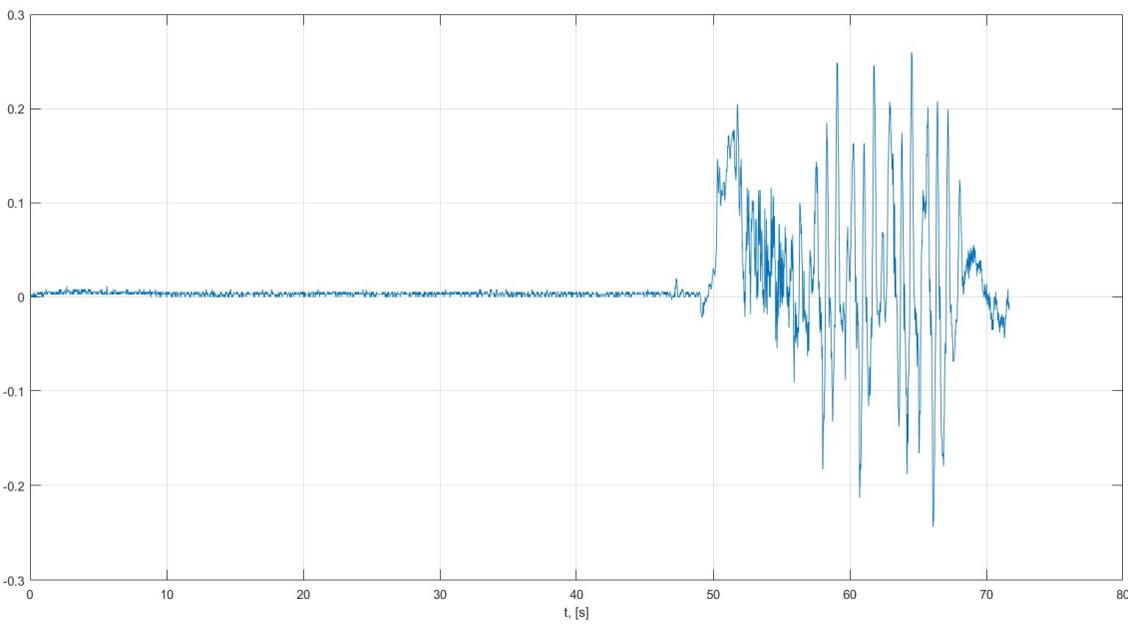
*Санкт-Петербургский государственный университет
Международный математический институт имени Эйлера
Санкт-Петербургское отделение Математического института имени В. А. Стеклова РАН*

Обработка сигналов

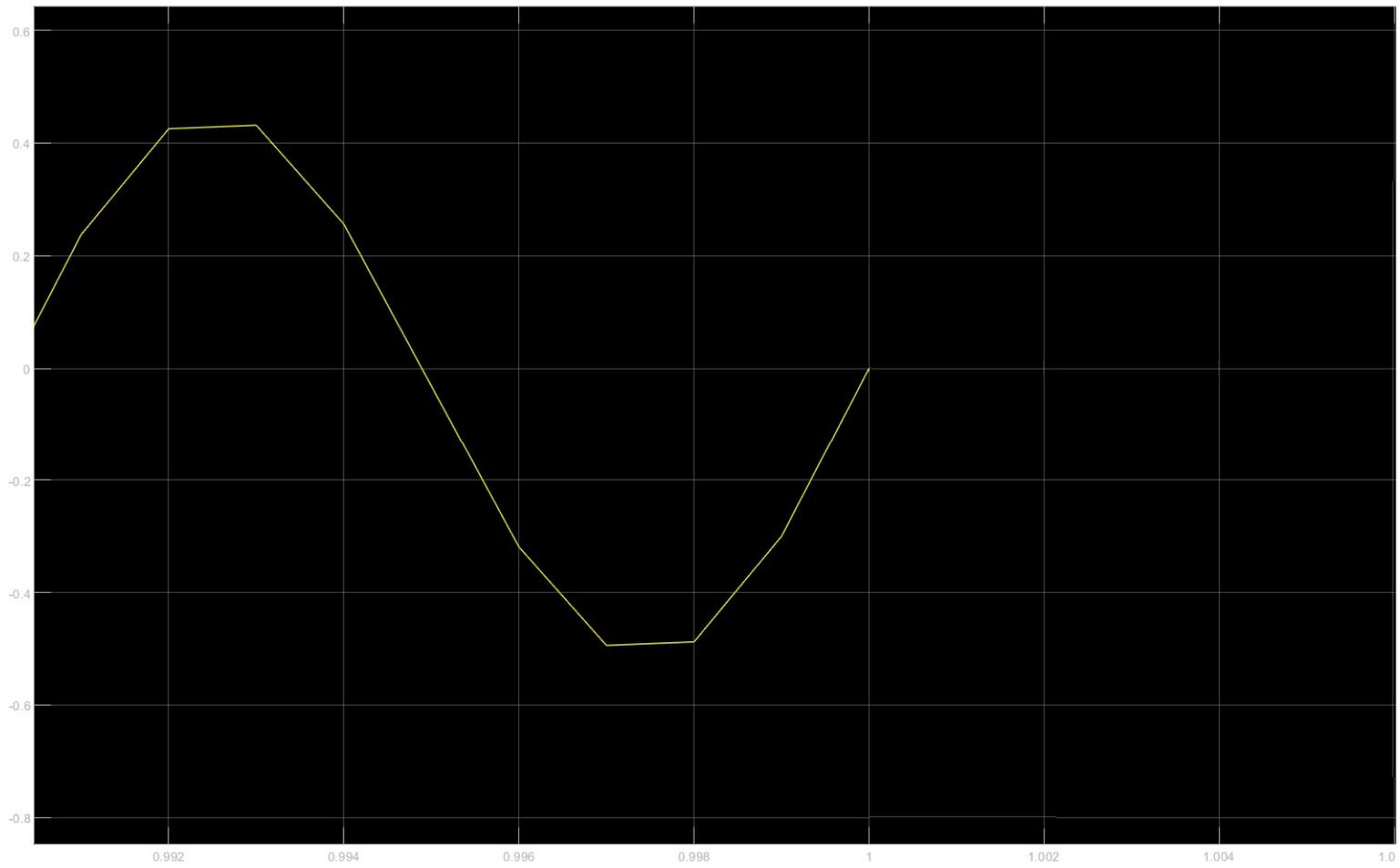
Частотный анализ; чистка шумов и всплесков



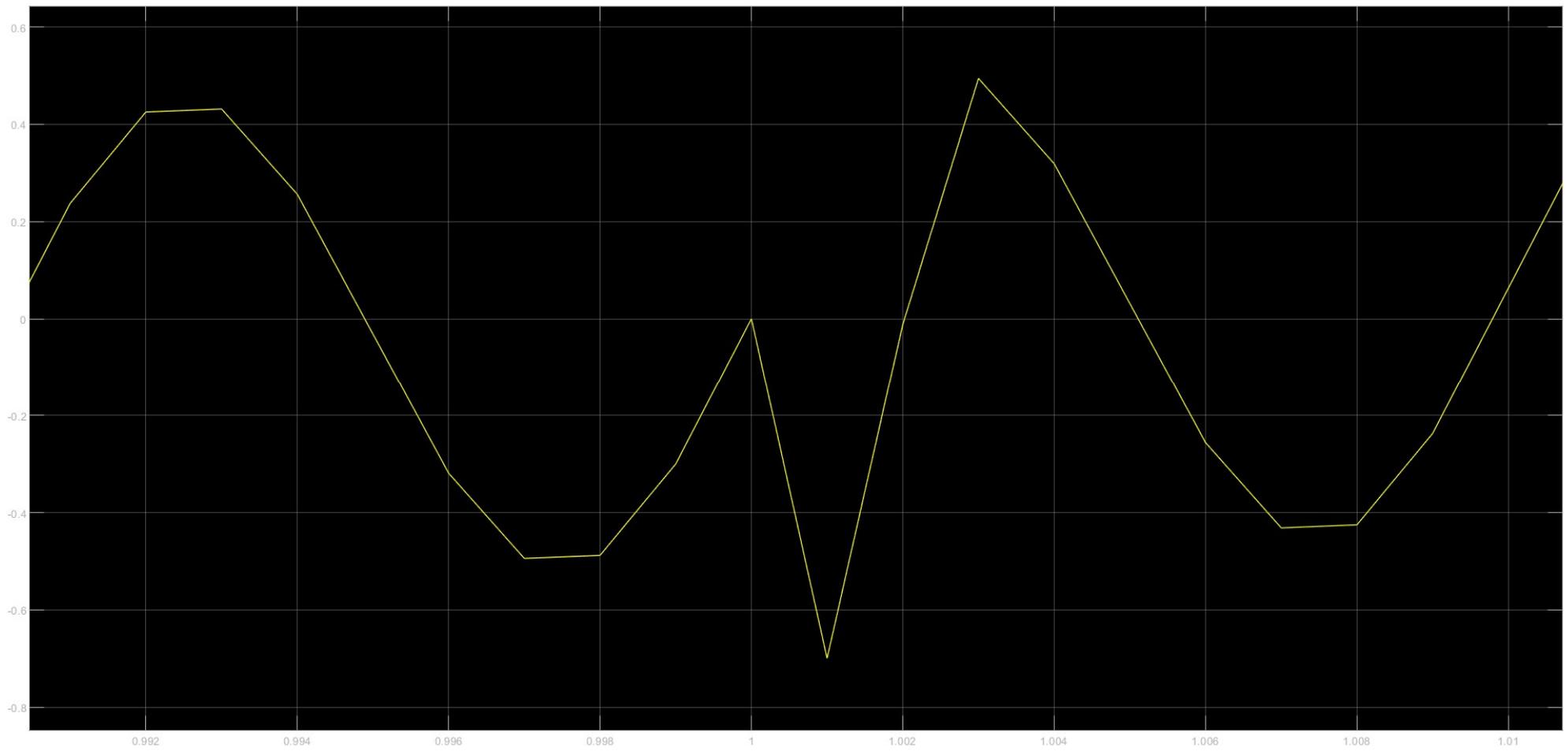
Дороговизна фильтров
Искажение данных
Задержка в режиме реального времени



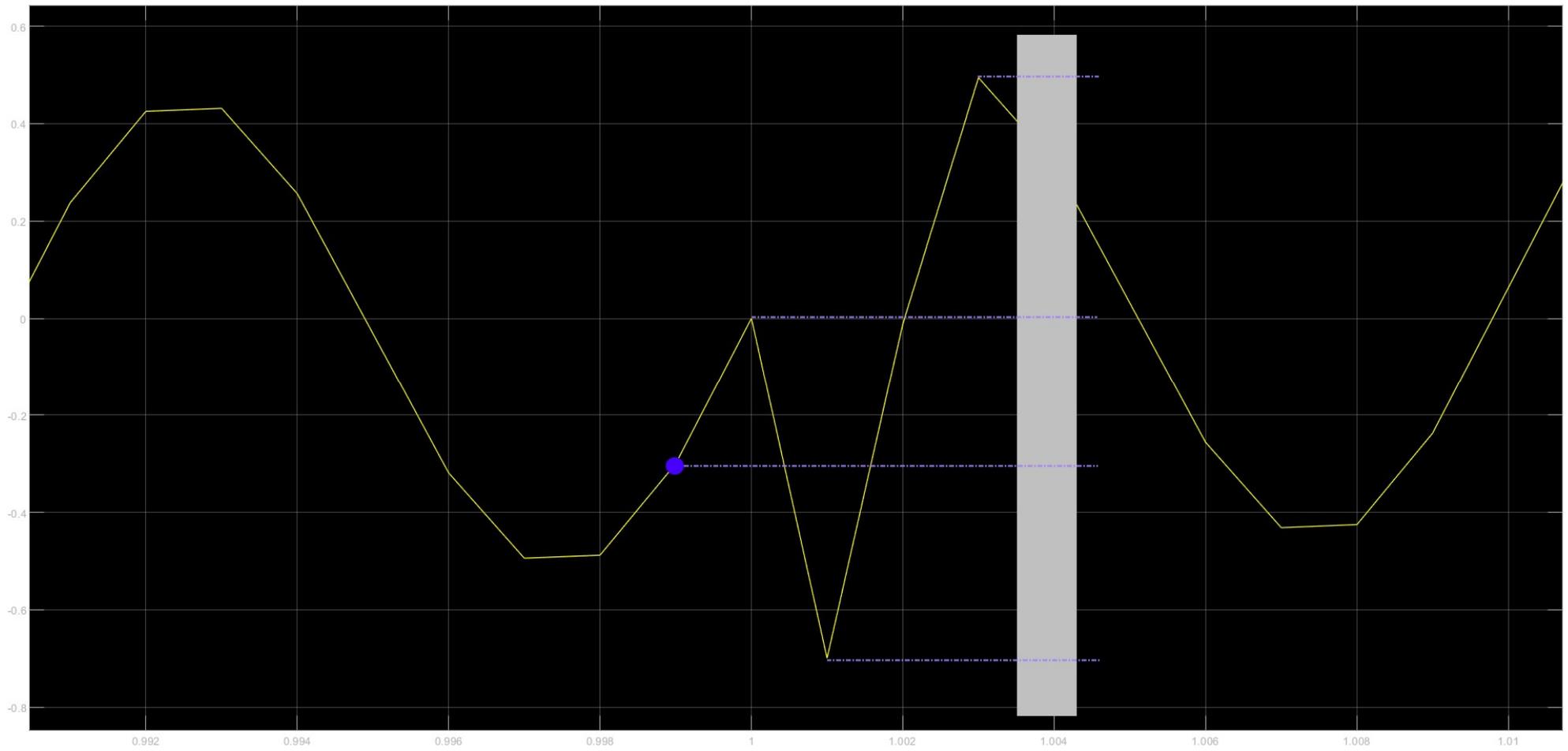
В реальном времени



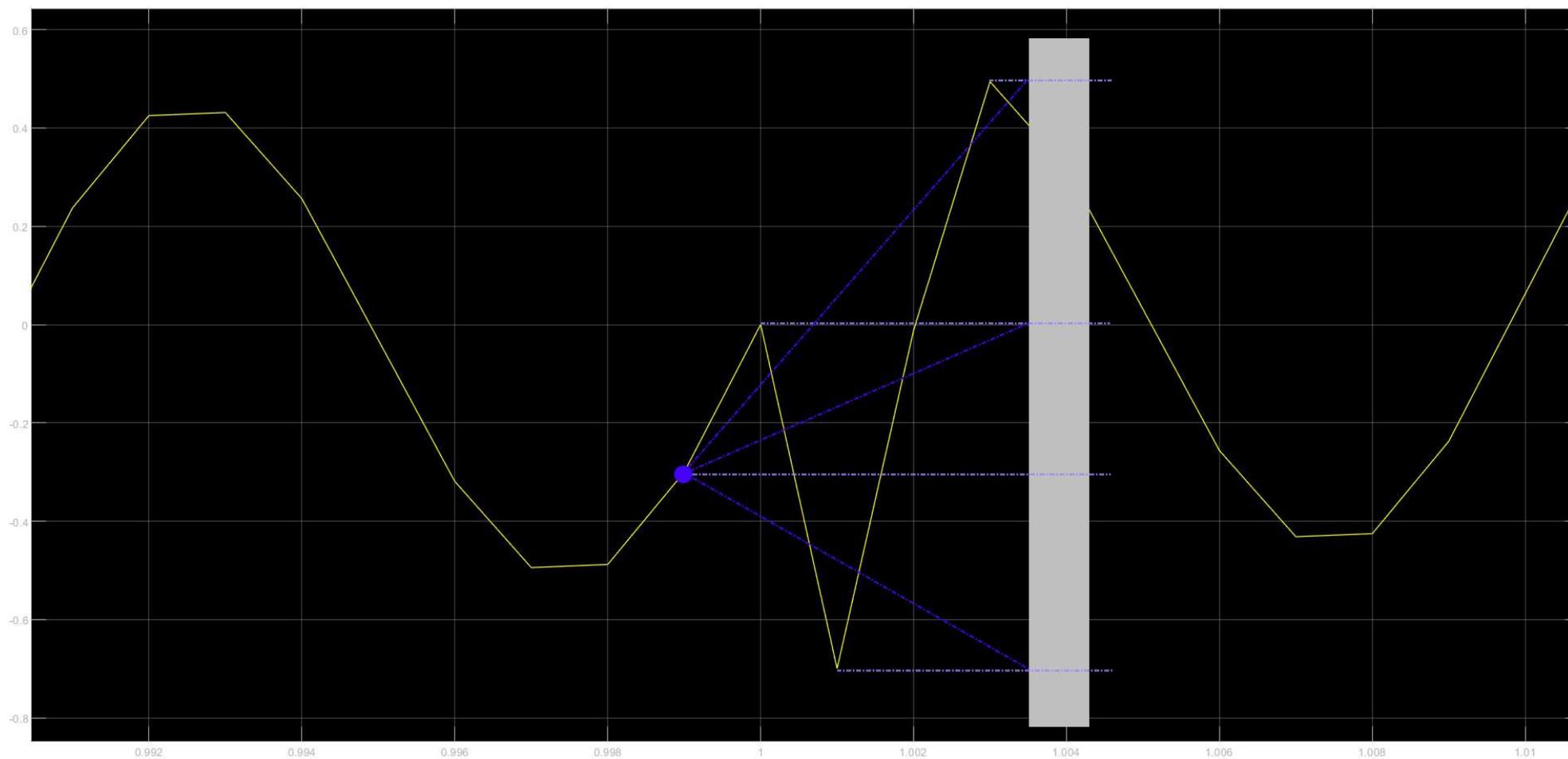
В реальном времени



Вдохновение

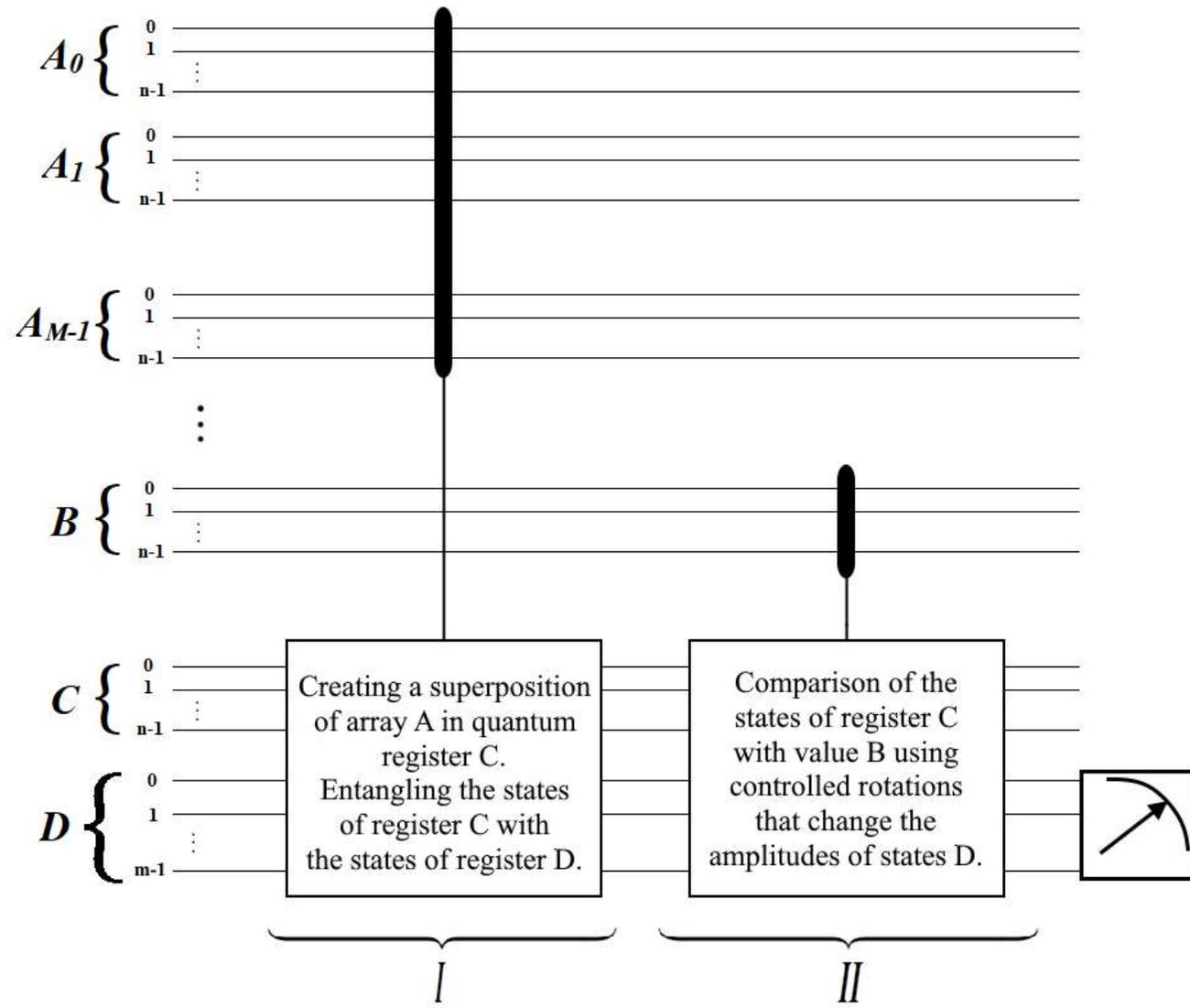


А есть ли правильный ответ?

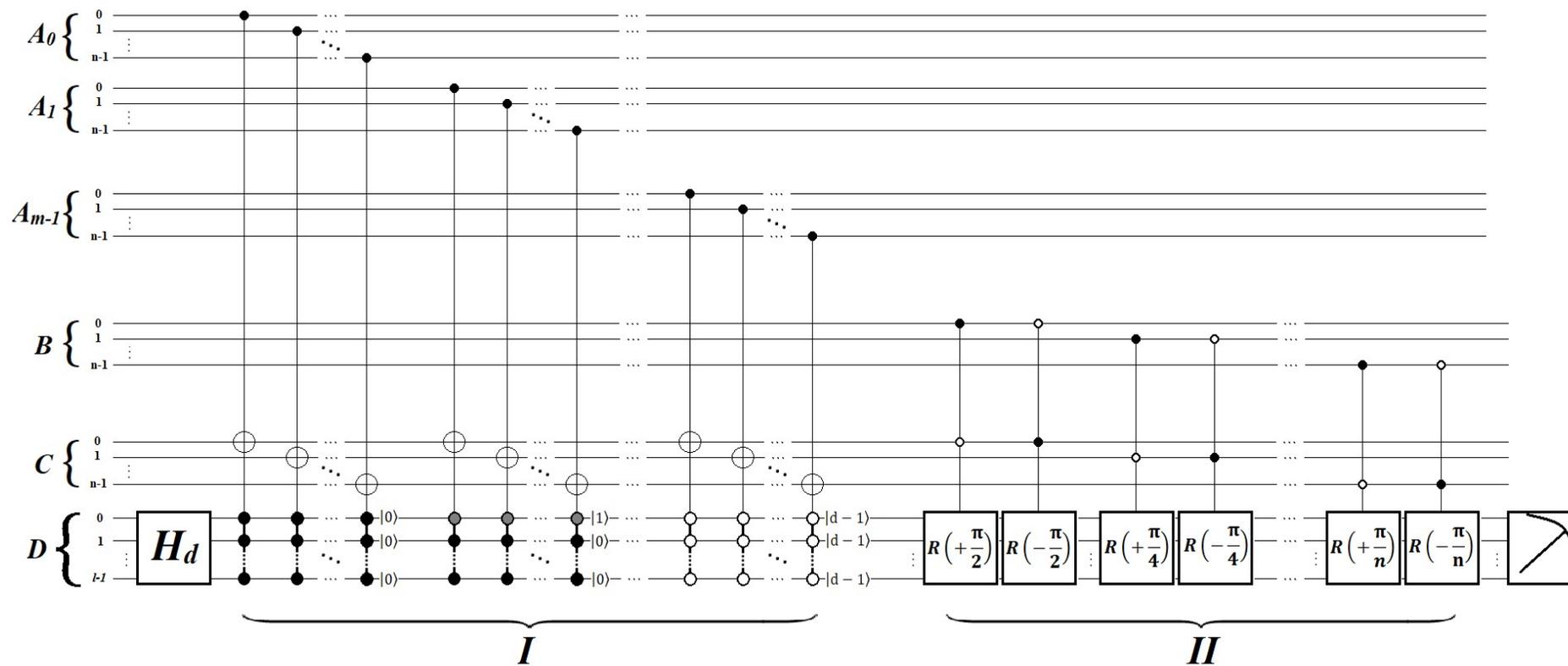


Можно ли просто и быстро найти наименее худший вариант
Без искажения данных
В реальном времени и с минимальной задержкой
?

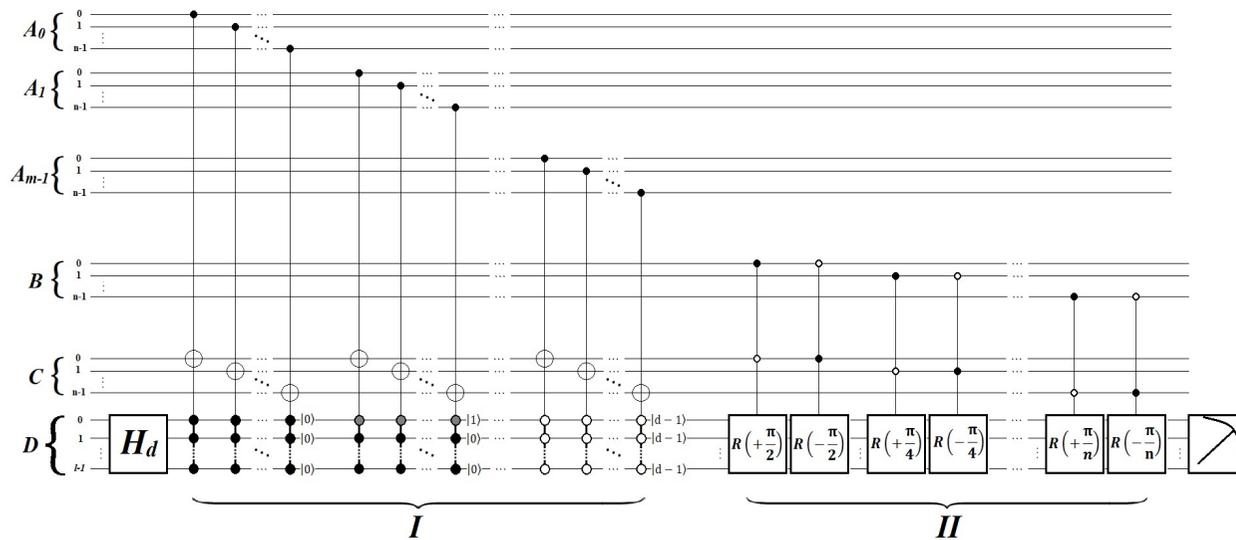




Схема, предложенная в 2023 году

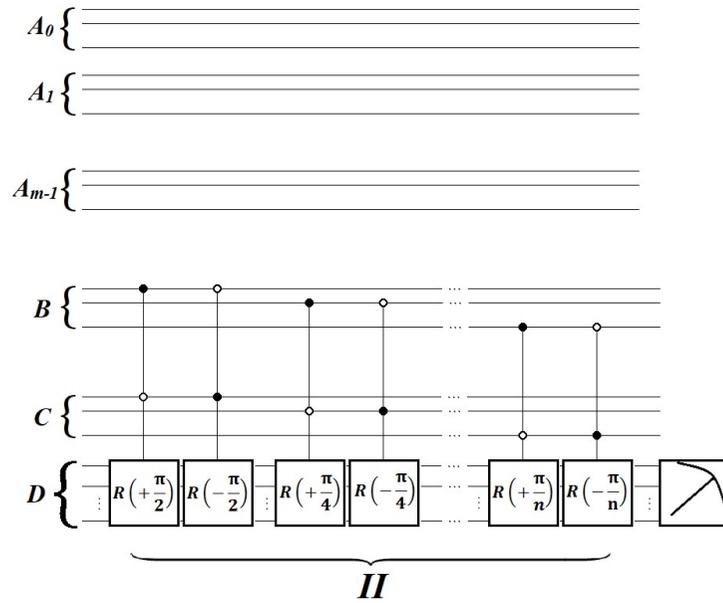


Сравнение с Гровером



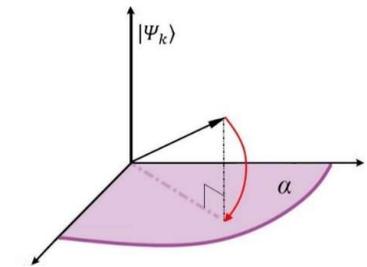
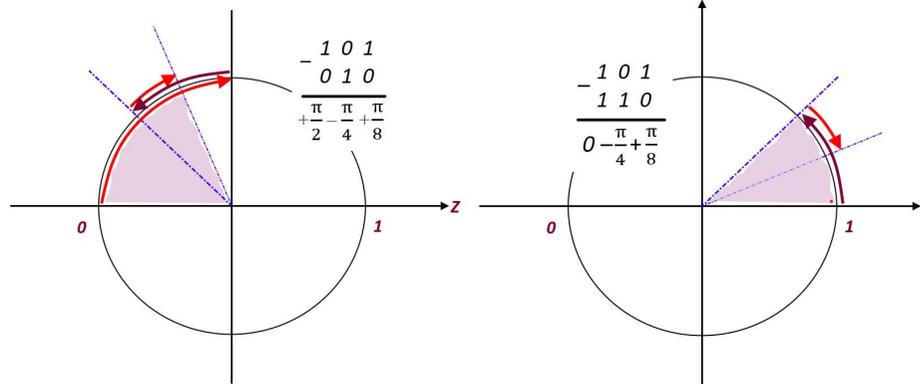
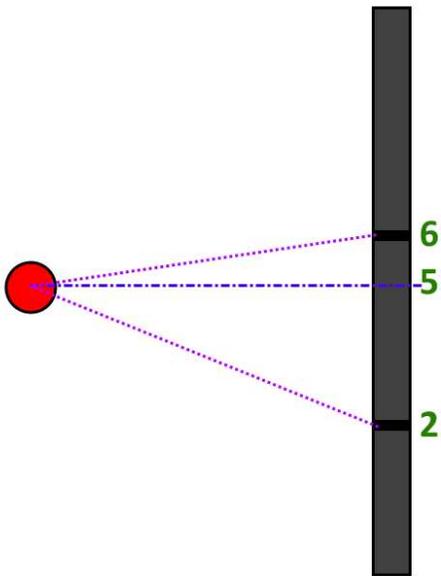
- 1) отсутствие кубита анциллы;
- 2) уменьшение амплитуд;
- 3) поиск ближайшего;
- 4) отсутствие чёрных ящиков.

Поворот пространства счётчика



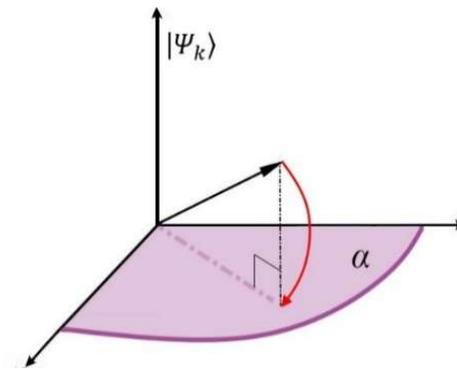
Цель – перераспределить вероятности,
уменьшить их для каждого элемента
пропорционально его удалённости
от эталонного значения

Но не исключать вероятность полностью



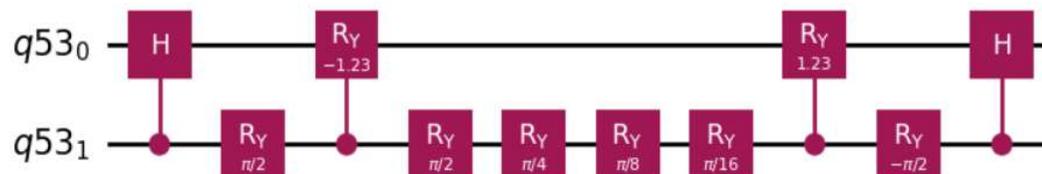
Матрица оператора поворота

$$R_n(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \cdots & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} \\ \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \cos \frac{\varphi}{2} & \cdots & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \cdots & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}$$



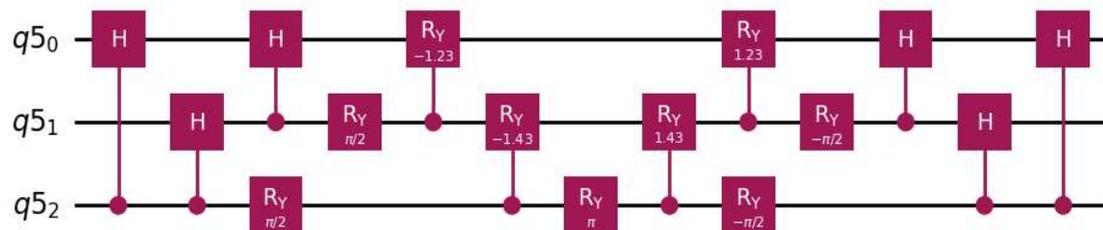
Реализация оператора поворота пространства счётчика в Qiskit

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \dots & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} \\ \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \cos \frac{\varphi}{2} & \dots & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \pm \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2^n - 1}} & \dots & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}$$



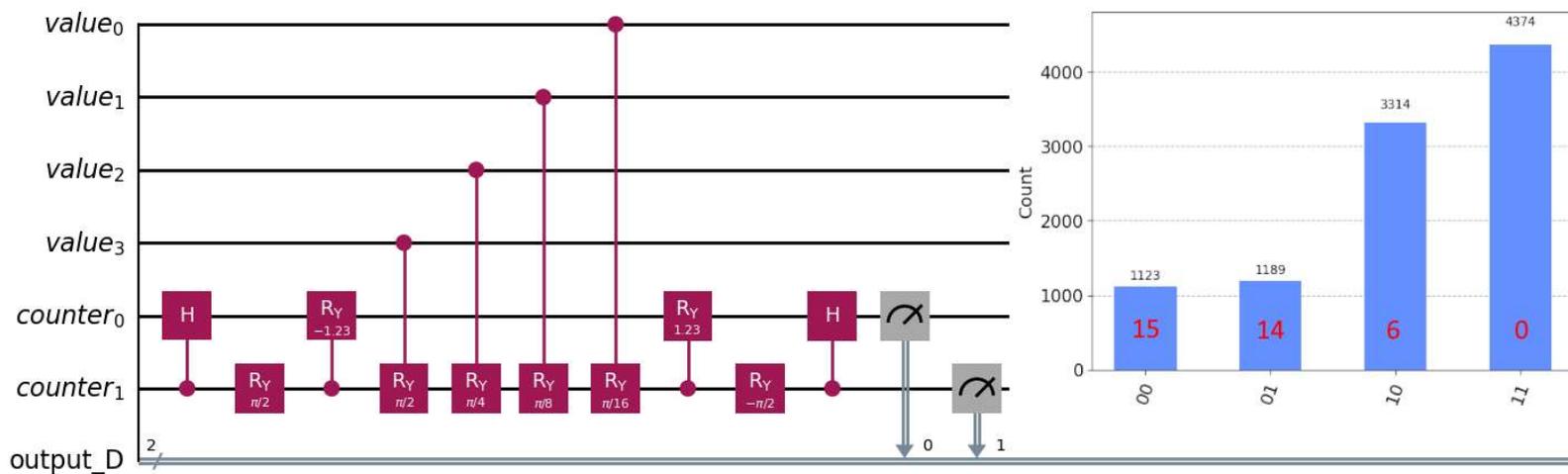
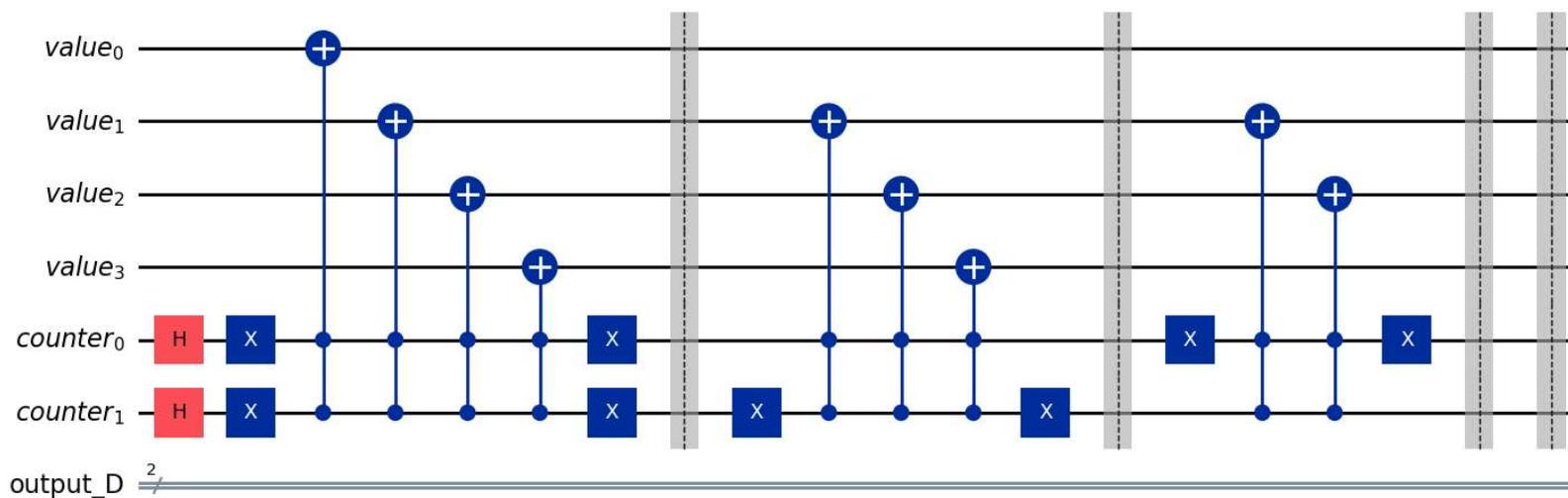
0.0980171403	-0.5745701698	-0.5745701698	-0.5745701698
0.5745701698	0.0980171403	-0.5745701698	0.5745701698
0.5745701698	0.5745701698	0.0980171403	-0.5745701698
0.5745701698	-0.5745701698	0.5745701698	0.0980171403

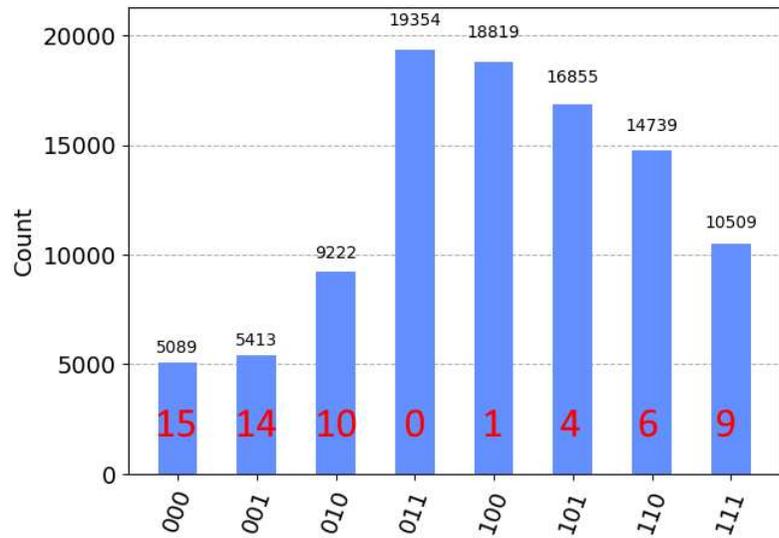
Поворот при $C = 15$, т.е. $|1111\rangle$



0	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$						
$\frac{\sqrt{7}}{7}$	0	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$
$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	0	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$
$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	0	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$
$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	0	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$
$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	0	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$
$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	0	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$
$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	$-\frac{\sqrt{7}}{7}$	$\frac{\sqrt{7}}{7}$	0

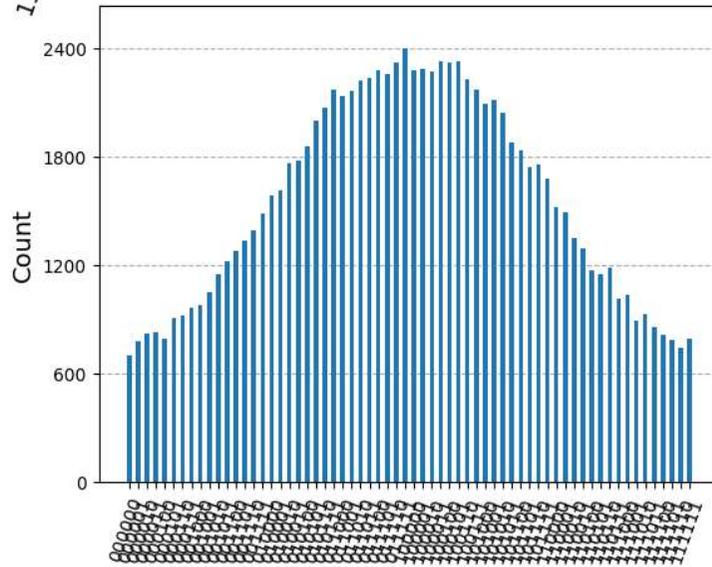
Первые результаты



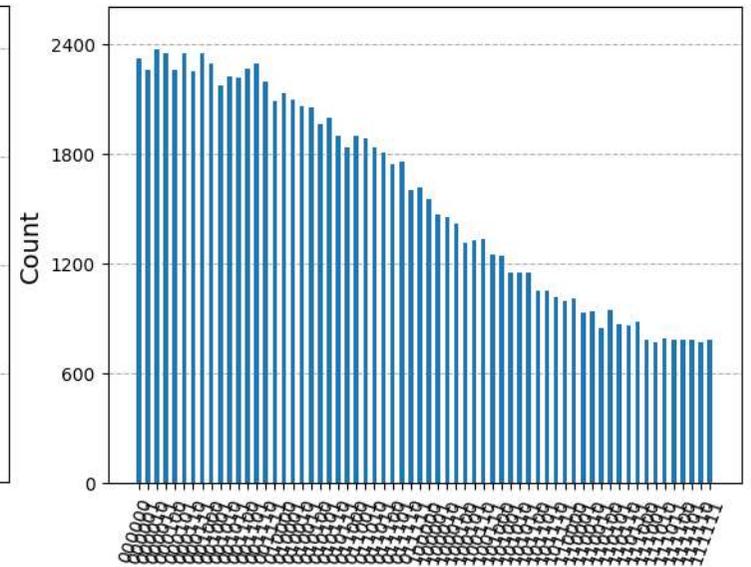


[15 14 10 0 1 4 6 9], 100 000 измерений в Qiskit

Перераспределение за 1 итерацию
Закодированная в амплитудах сортировка

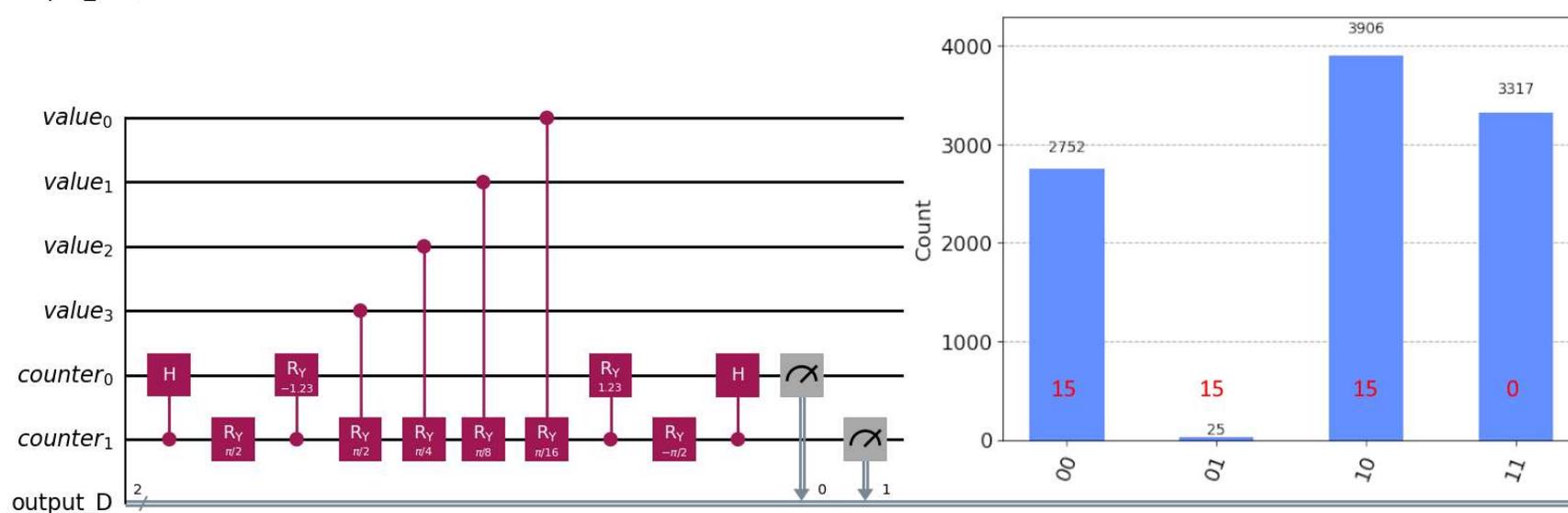
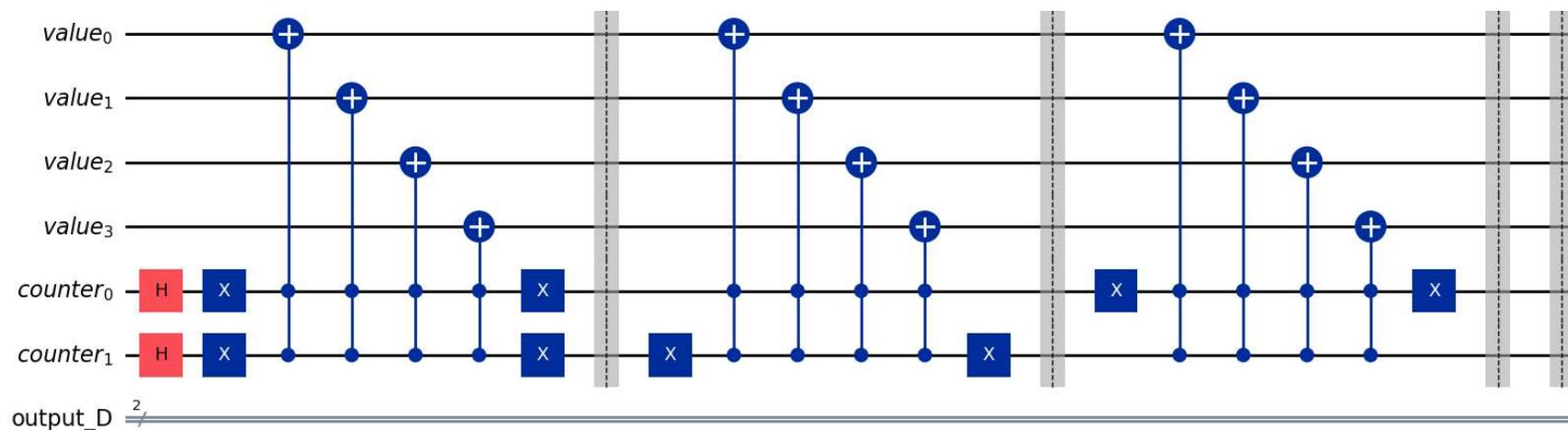


[63 61 59... 3 1 0 2 4... 60 62], 100 000 измерений в Qiskit



[0 1 2 3... 63], 100 000 измерений в Qiskit

Влияние знаков в матрице

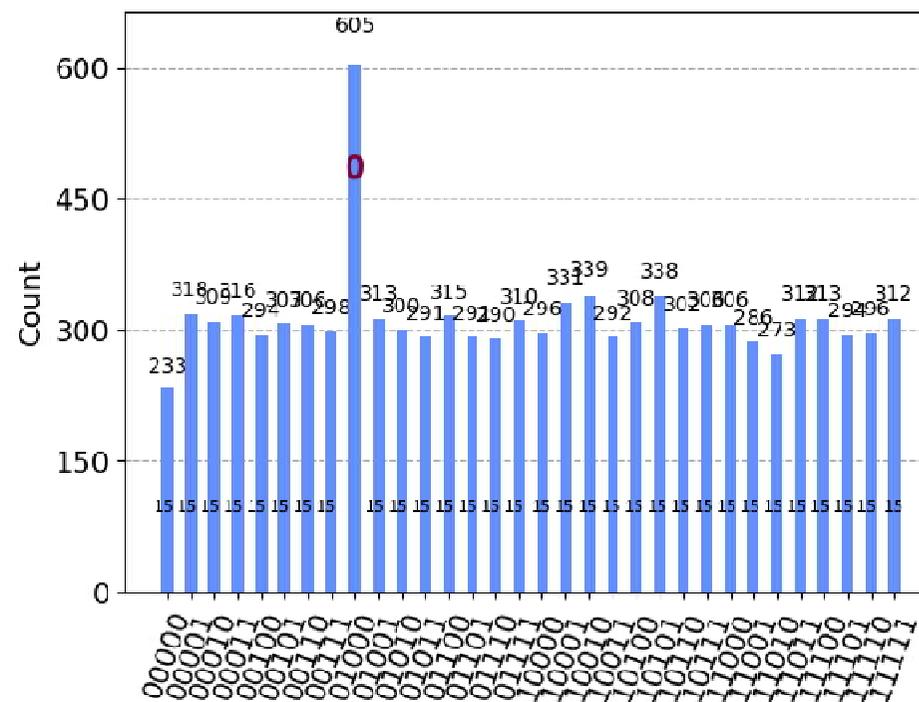
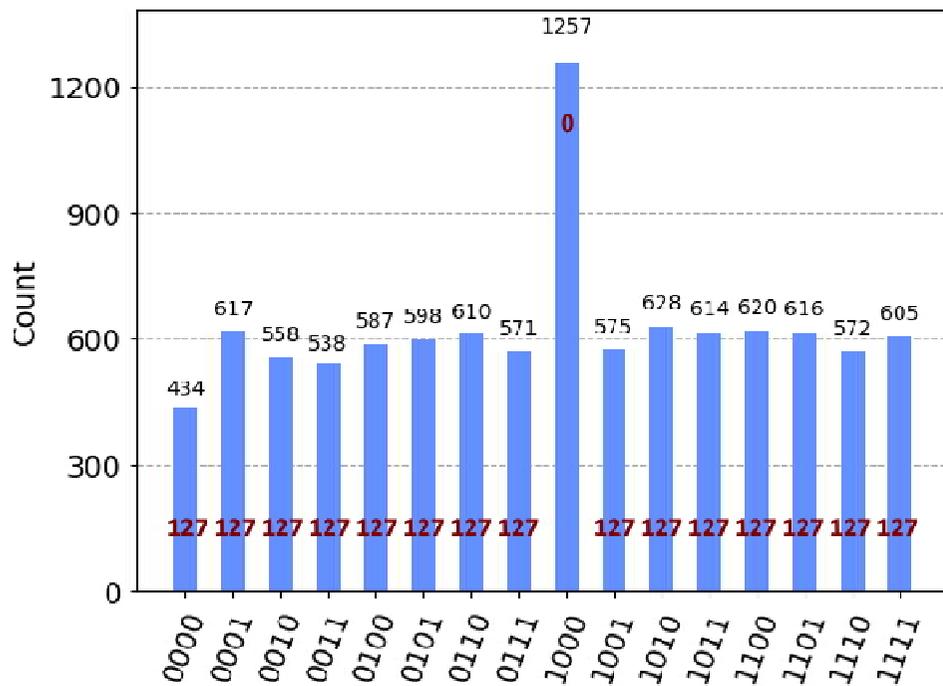
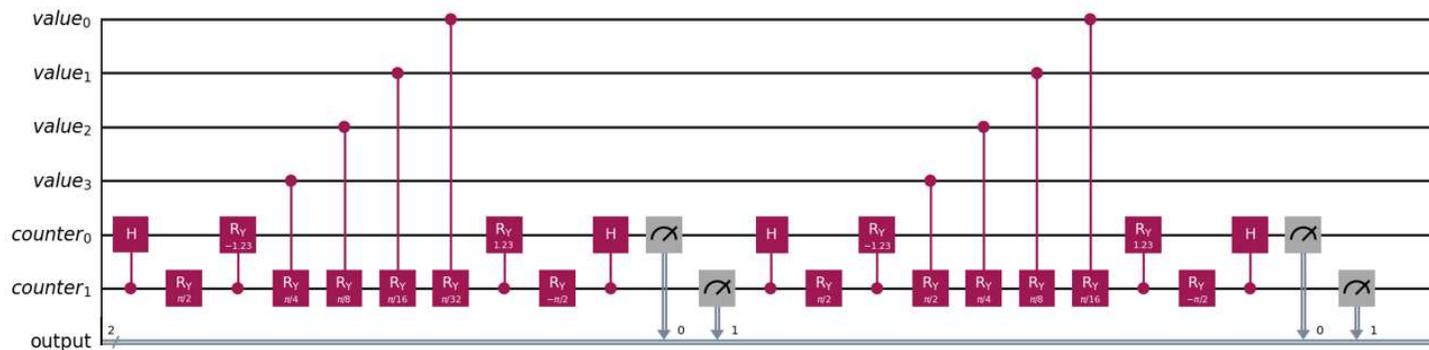


Результаты при повторяющихся элементах

$$\begin{bmatrix}
 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\
 \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} \\
 \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} \\
 \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\
 \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\
 \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} \\
 \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0 & -\frac{\sqrt{7}}{7} \\
 \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & -\frac{\sqrt{7}}{7} & \frac{\sqrt{7}}{7} & 0
 \end{bmatrix}$$

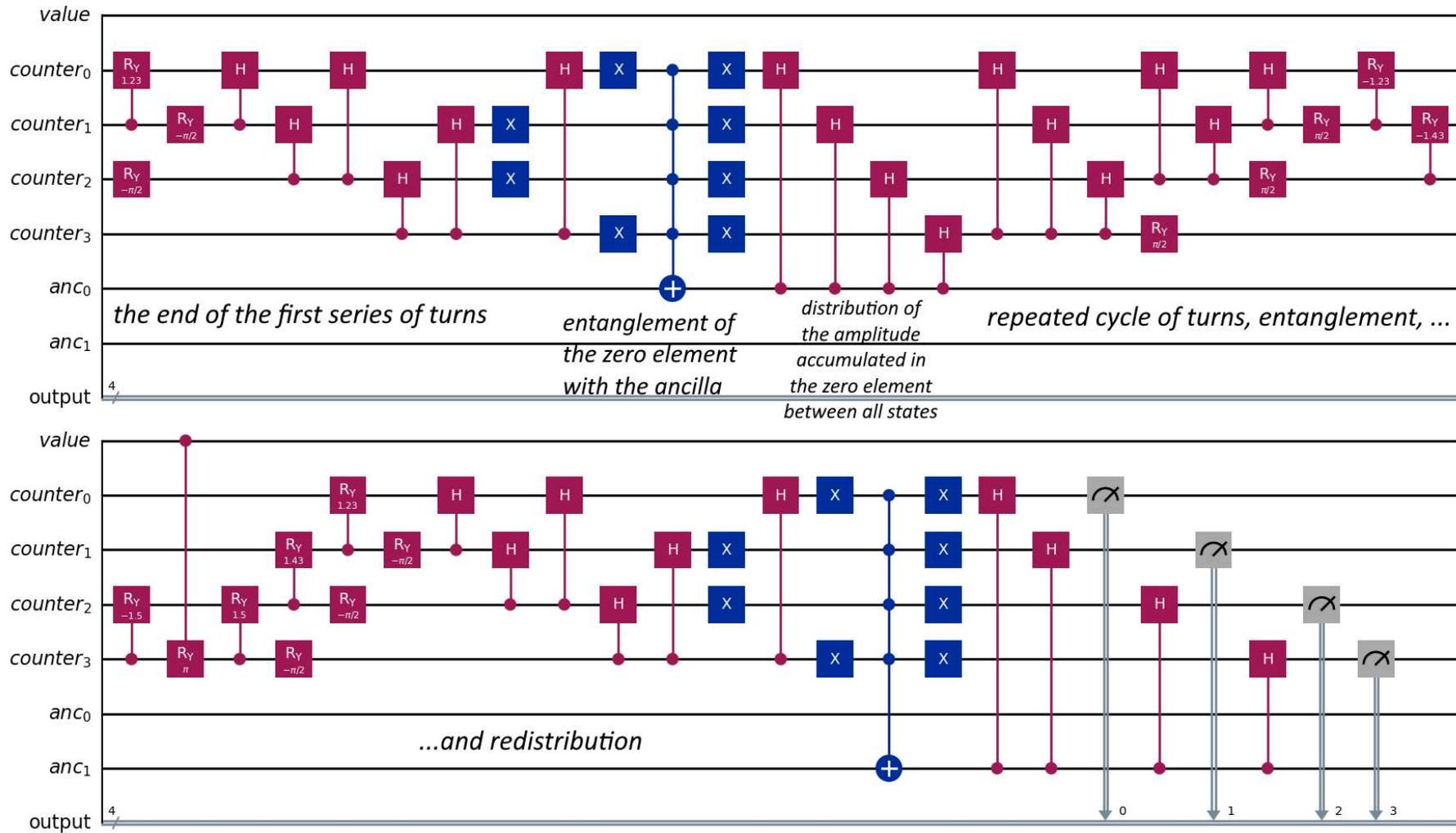


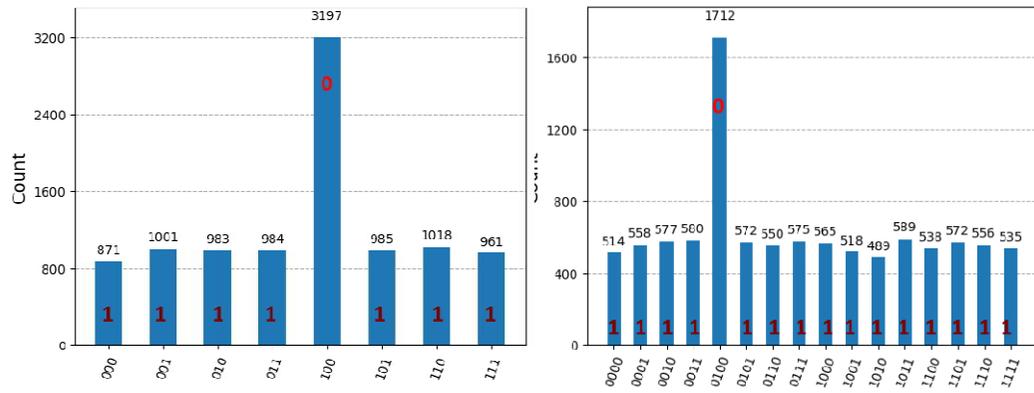
Декогеренция как инструмент



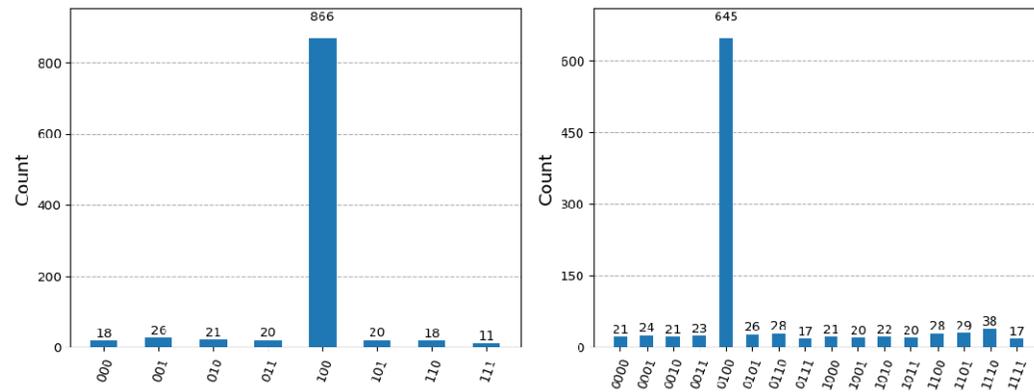
Итеративность
Режим поиска

Не можешь победить – возглавь
Использование нулевого элемента



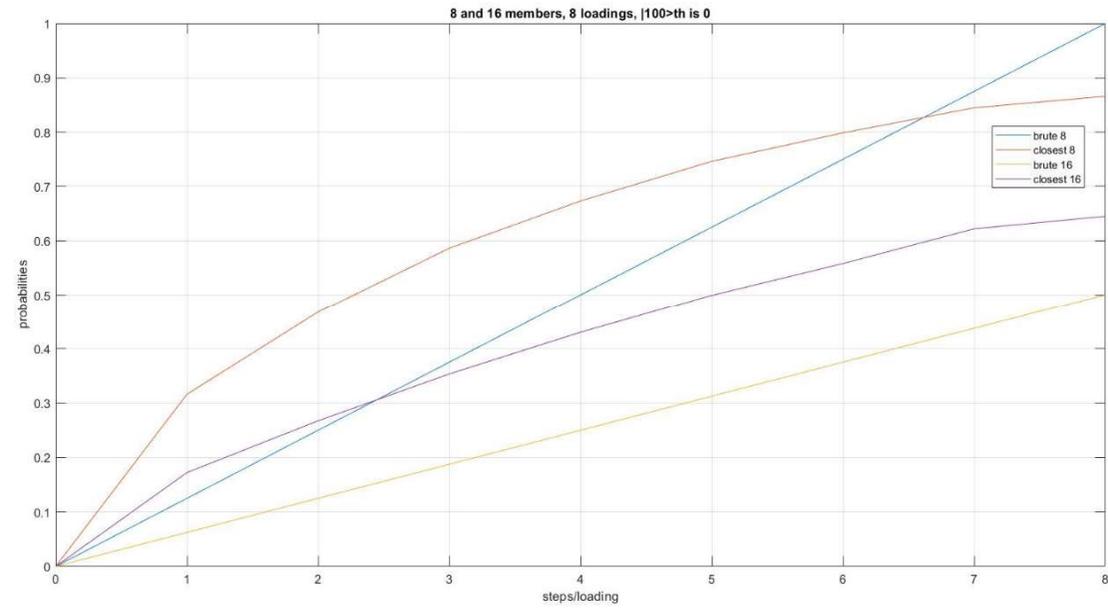


Единственная загрузка



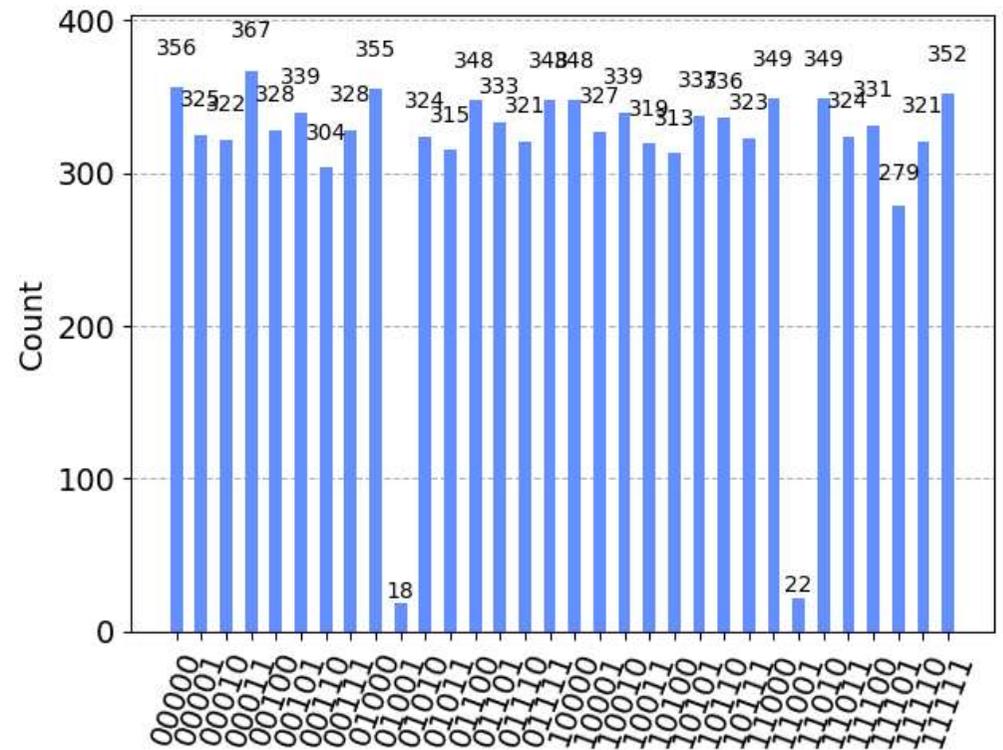
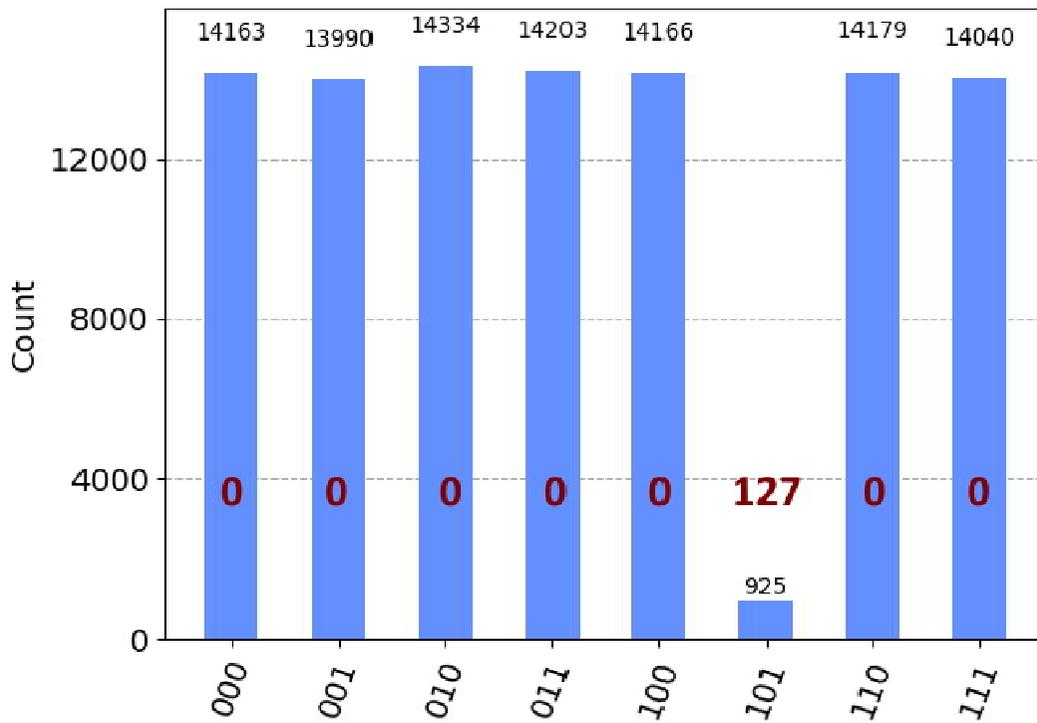
8 загрузок

«Скорость» итераций



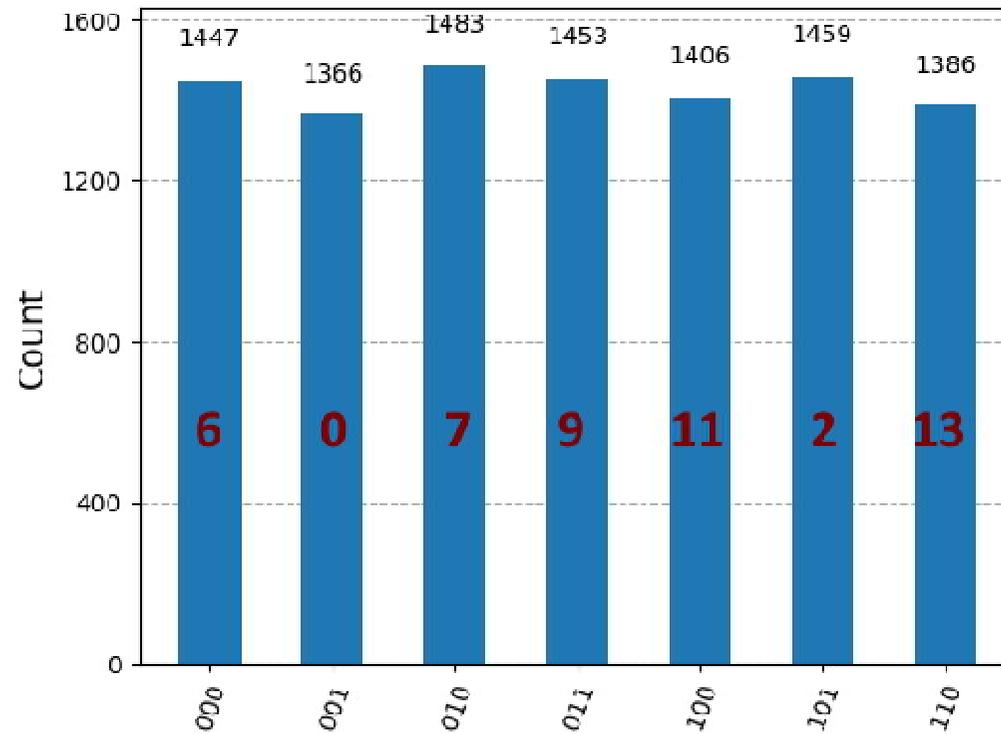
Режим фильтрации

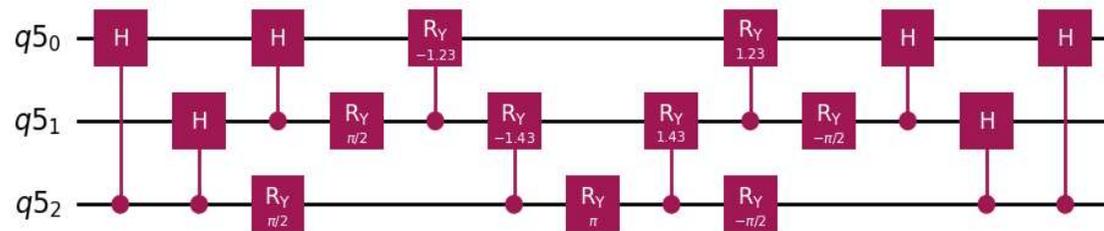
Алгоритм плохо ищет «хорошие» значения,
но хорошо не ищет «плохие»



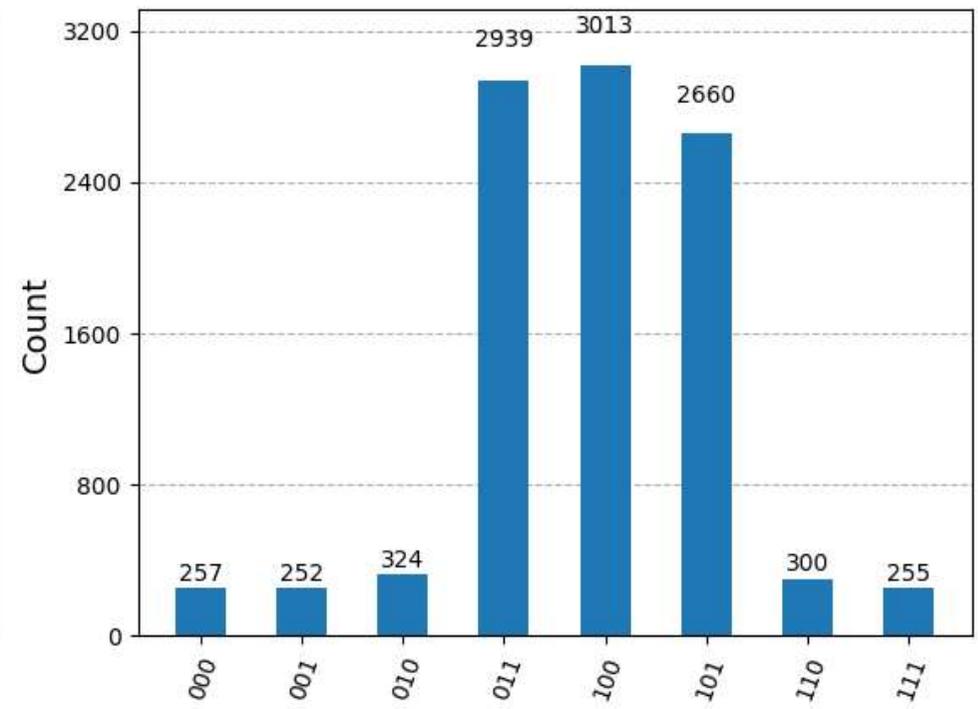
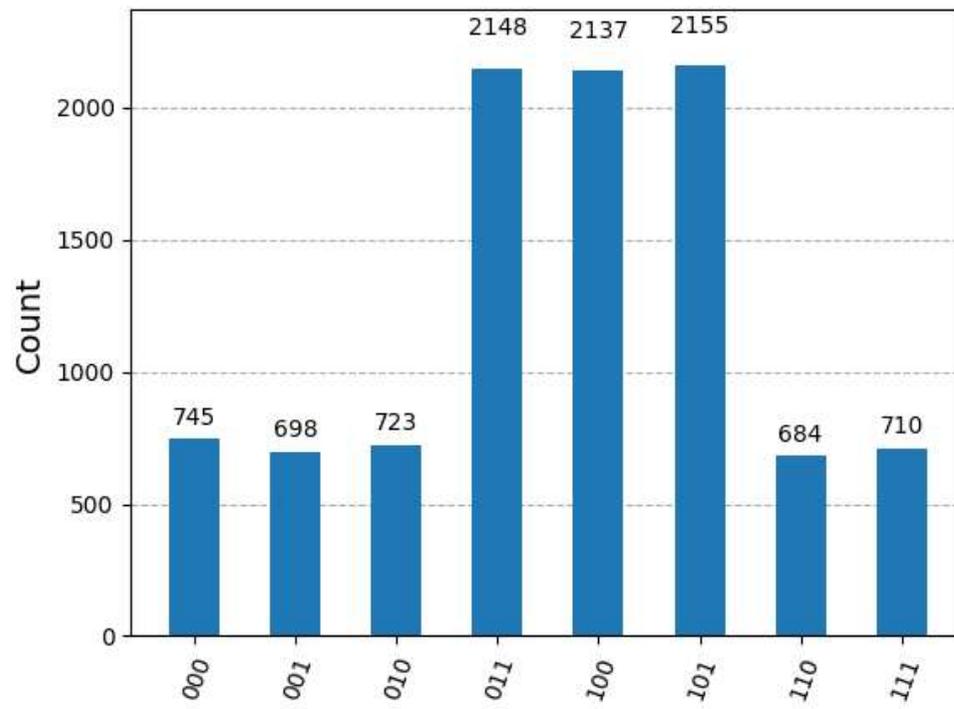
Поиск ближайшего к нулю

Антипоиск конкретного значения
(с точным совпадением)

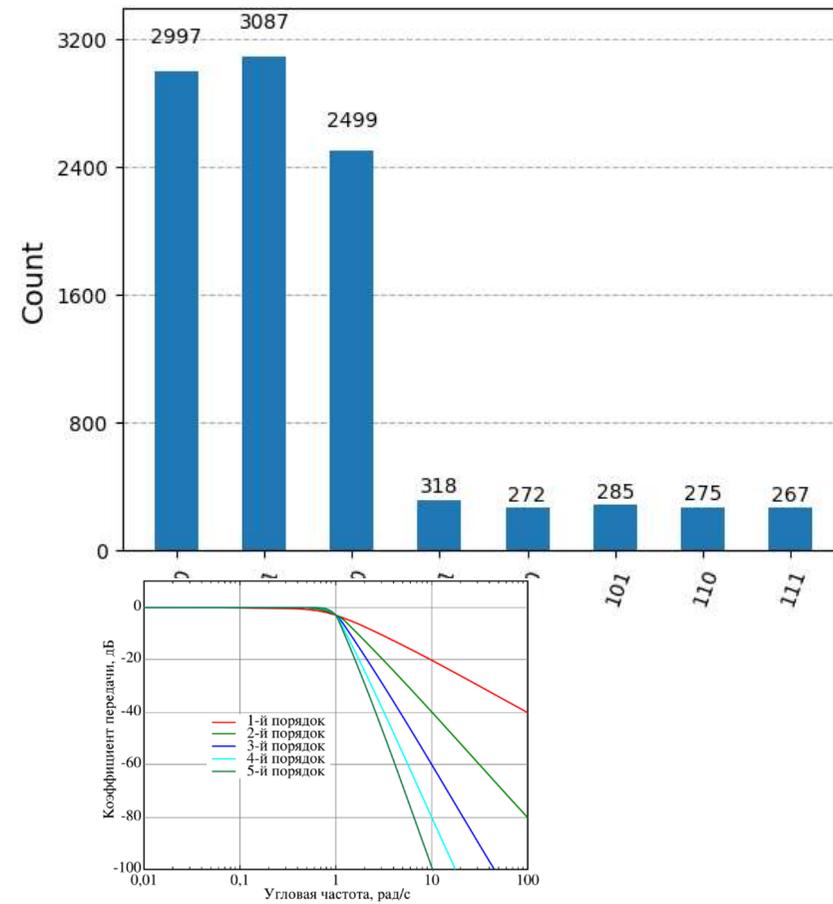
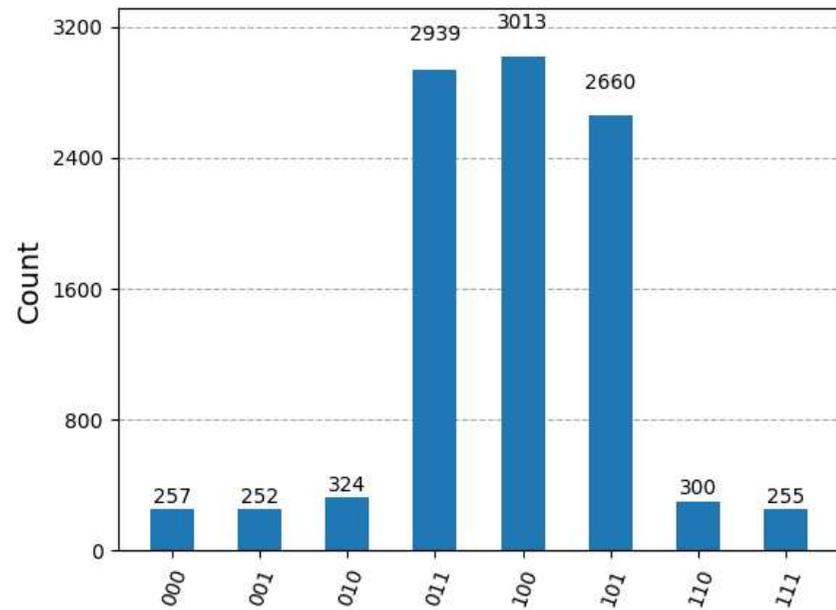




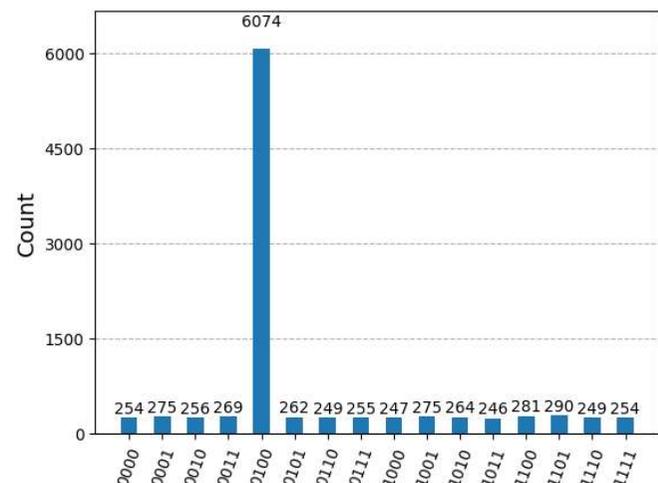
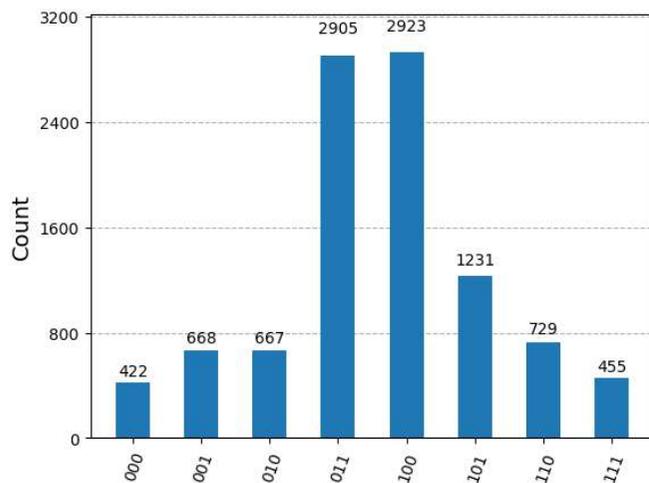
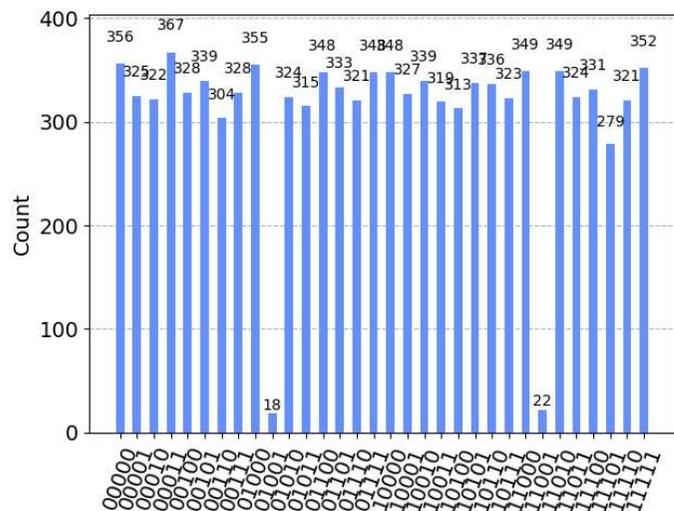
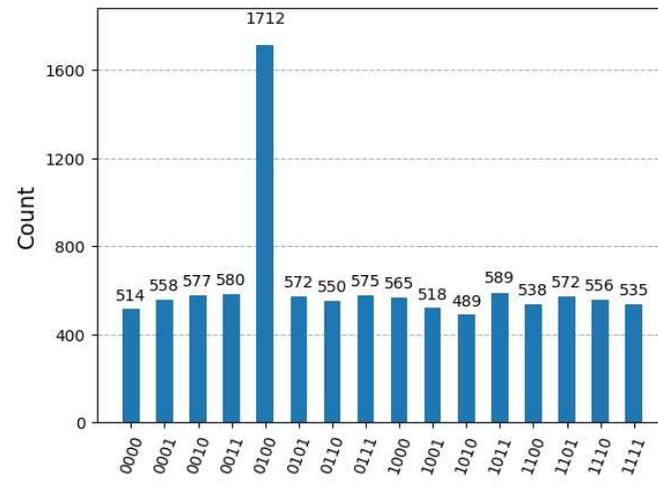
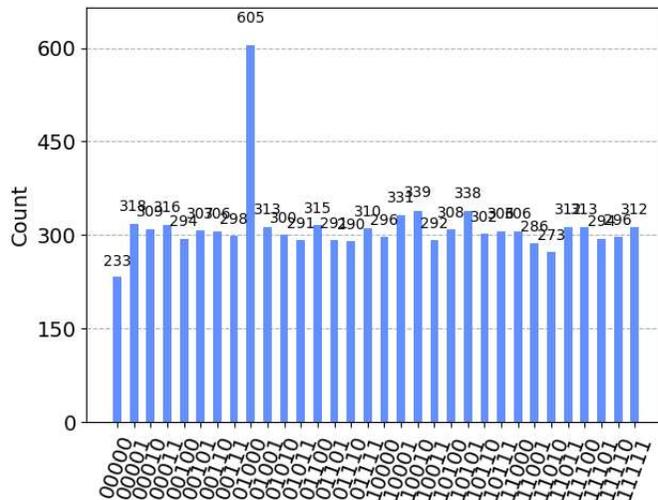
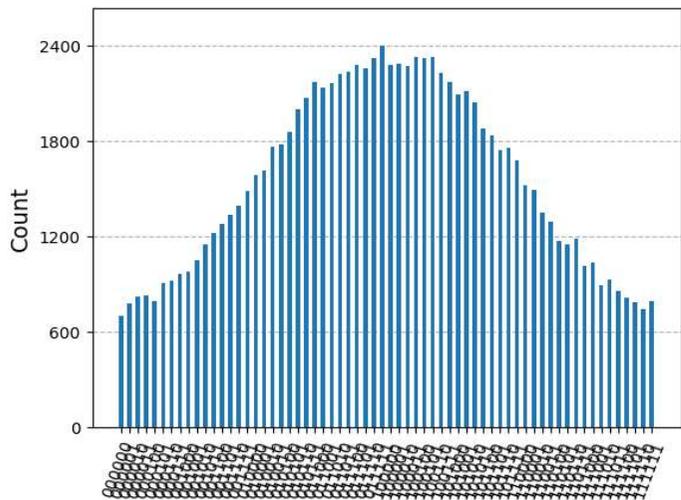
Антипоиск при поиске ближайшего
(без точного совпадения)
с применением итераций
Калибруемость каждой загрузки
(подбор углов поворота)



Повторяемость «эквалайзера» при перемешивании массива



Итого



СПАСИБО!