

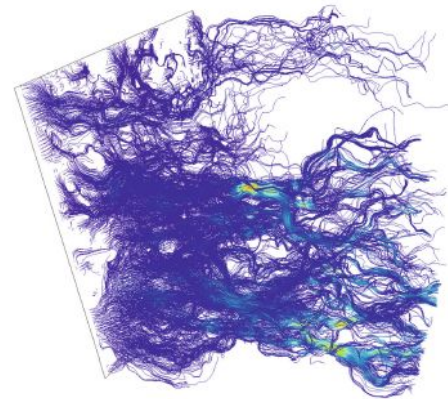
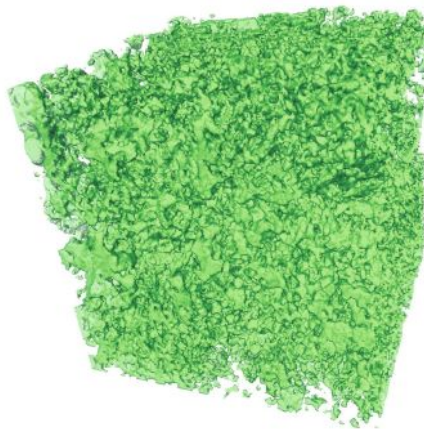
Параллельные подходы к численному моделированию двухфазного течения в масштабе пор

Прохоров Д.И.¹, Лисица В.В.²

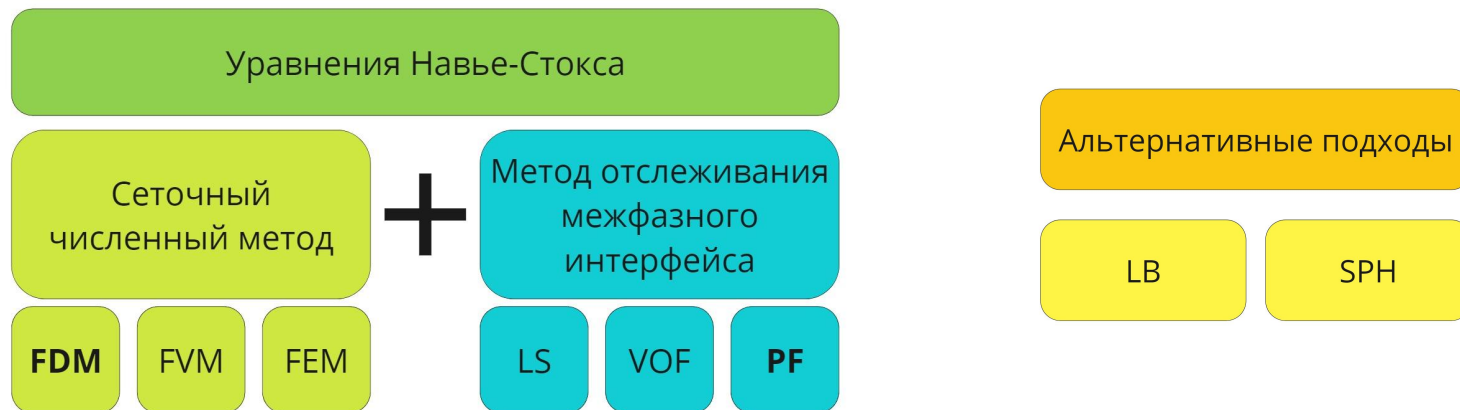
1. Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН
2. Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

Многофазные течения на масштабе пор

- Заводнение нефтяных пластов
- Закачка CO₂ в пласт
- Вытеснение нефти из высоководных пластов газом



Методы численного моделирования

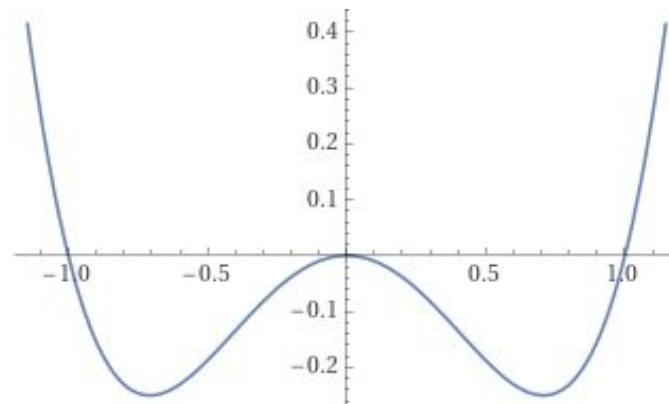


Уравнение Кана-Хиллиарда

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \varphi = \nabla \cdot (M(\varphi) \nabla \mu),$$

$$\mu = F'(\varphi) - \epsilon^2 \Delta \varphi,$$

Плотность свободной энергии
однородной системы:



Уравнение Навье-Стокса

$$\rho(\varphi) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p + 2\nabla \cdot (\nu(\varphi) \varepsilon(\mathbf{u})) + \mathbf{F},$$
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

Сила поверхностного
натяжения: $\mathbf{F}_s = -\frac{6\sqrt{2}}{\epsilon} \mu \nabla \varphi$

Граничные условия

$$\nabla \varphi \cdot \vec{n} = -\frac{\sqrt{2}\pi \cos((\varphi - 0.5))\pi)}{12\varepsilon} \cos \theta$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0,$$

$$u_2 = 0,$$

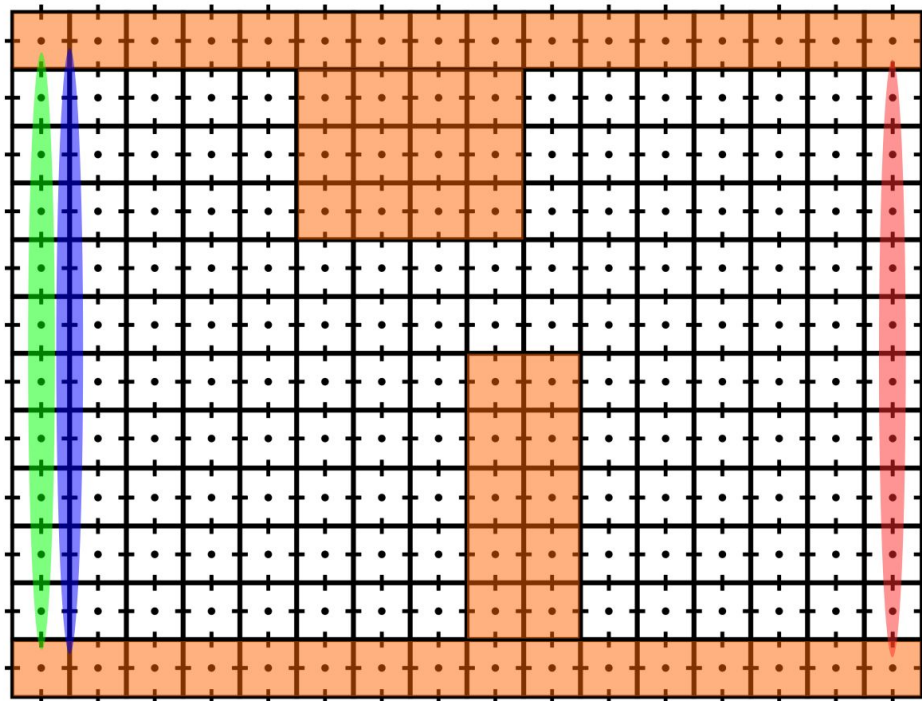
$$u_3 = 0,$$

$$p = p_{in},$$

$$p = p_{out},$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = 0,$$

$$u_1 = u_{in}$$



Проекционная схема

1. Предиктор

$$\rho(\mathbf{A}_1^2[\varphi]_{i+1/2jk}) \frac{(u_1)_{i+1/2jk}^{n+1/2} - (u_1)_{i+1/2jk}^n}{\tau_{ns}} = 2 \sum_{m=1}^3 \mathbf{D}_m^1[\nu(\varphi)\varepsilon_{1m}]_{i+1/2jk}^n + F_1,$$

2. Уравнение Пуассона

$$\mathbf{LP}[\rho(\varphi), p]_{ijk}^{n+1} = \frac{1}{\tau_{ns}} \sum_{m=1}^3 \mathbf{D}_m^1[(u_m)^{n+1/2}]_{ijk}$$

3. Корректор

$$\rho(\mathbf{A}_1^2[\varphi]_{i+1/2jk}) \frac{(u_1)_{i+1/2jk}^{n+1} - (u_1)_{i+1/2jk}^{n+1/2}}{\tau_{ns}} = \mathbf{D}_1^1[p]_{i+1/2jk}^{n+1}$$

Метод сопряженных градиентов

Операция	Вычисление на GPU	Обмен между MPI-процессами
Сложение векторов	cublas_daxpy	Не требуется
Скалярное произведение	cublas_ddot	MPI_Allreduce
Оператор Лапласа	kernel-функция для вычисление конечно-разностного оператора	Обмен halo скрытан за вычислением оператора внутри области

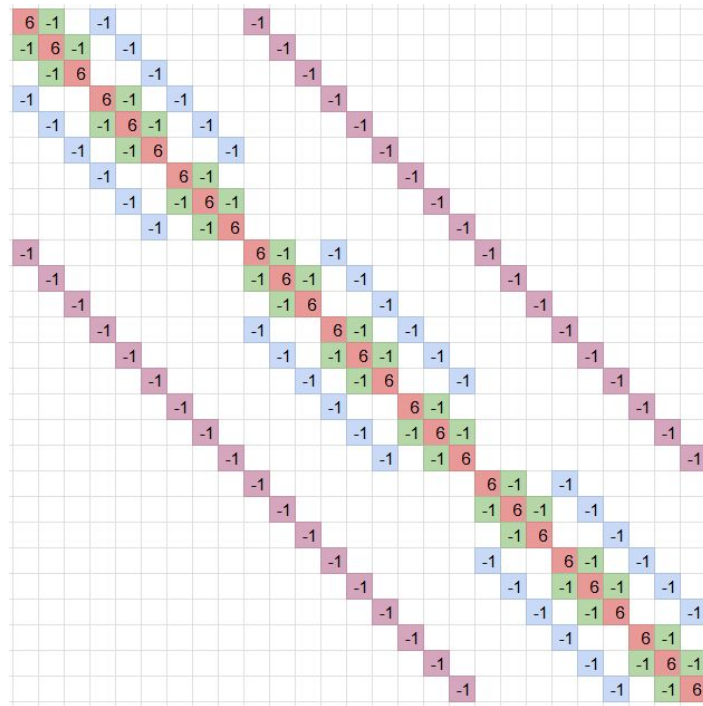
Спектральный предобуславливатель для уравнения Пуассона

- Декомпозиция оператора Лапласа по пространственным направлениям

$$L = \frac{1}{h_1^2} L_1 + \frac{1}{h_2^2} L_2 + \frac{1}{h_3^2} L_3$$

- Матрица для которой нужно найти собственные значения и вектора:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 1 \end{pmatrix}$$



Спектральный предобуславливатель для уравнения Пуассона

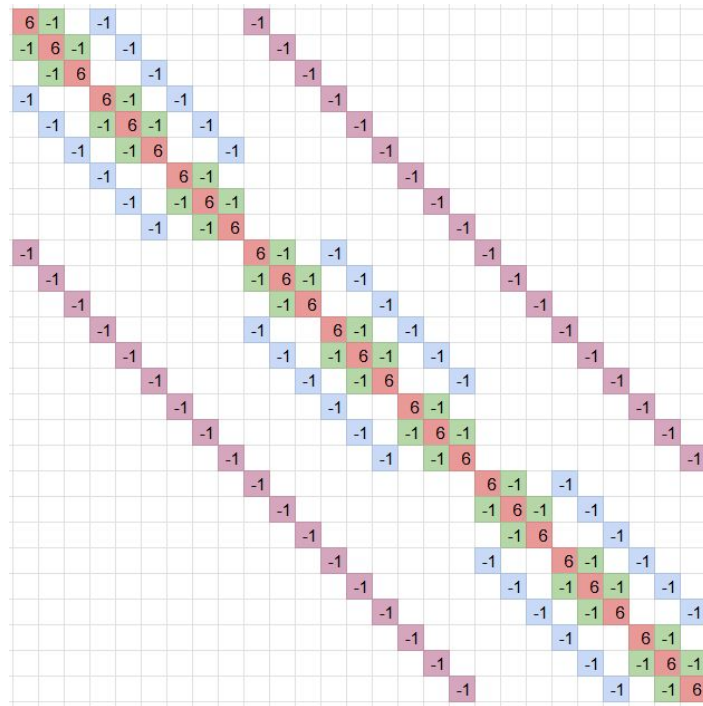
- Замена переменных

$$y = U_2^T U_3^T x,$$

$$U_2^T U_3^T (L_1 + L_2 + L_3) U_3 U_2 y = U_2^T U_3^T b$$

- Метод прогонки

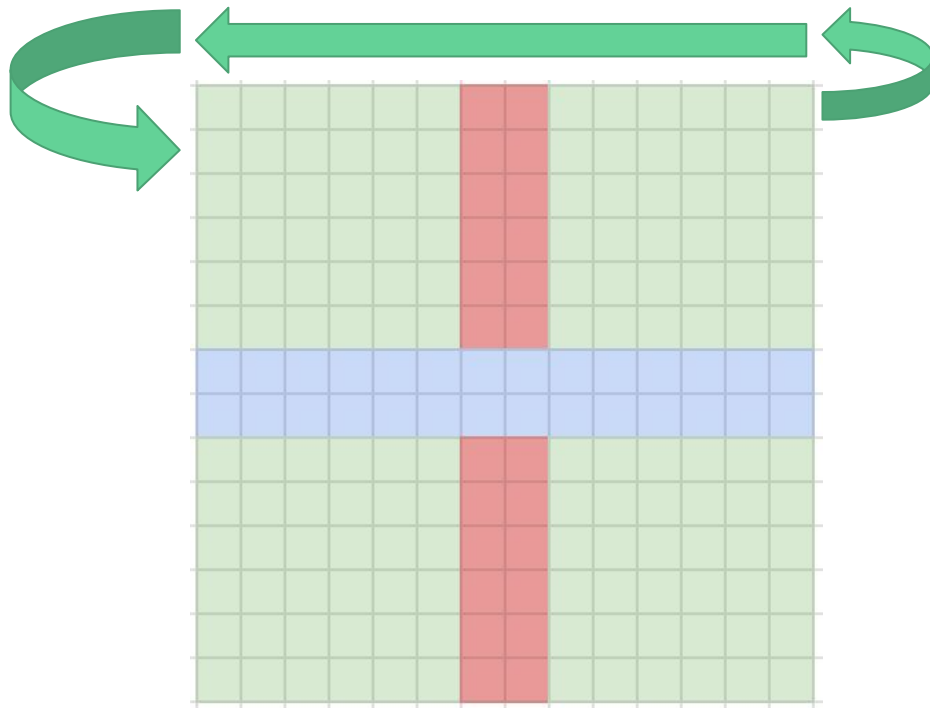
$$(L_1 + L_2 + L_3)y = U_2^T U_3^T b$$



CUDA Unified Memory

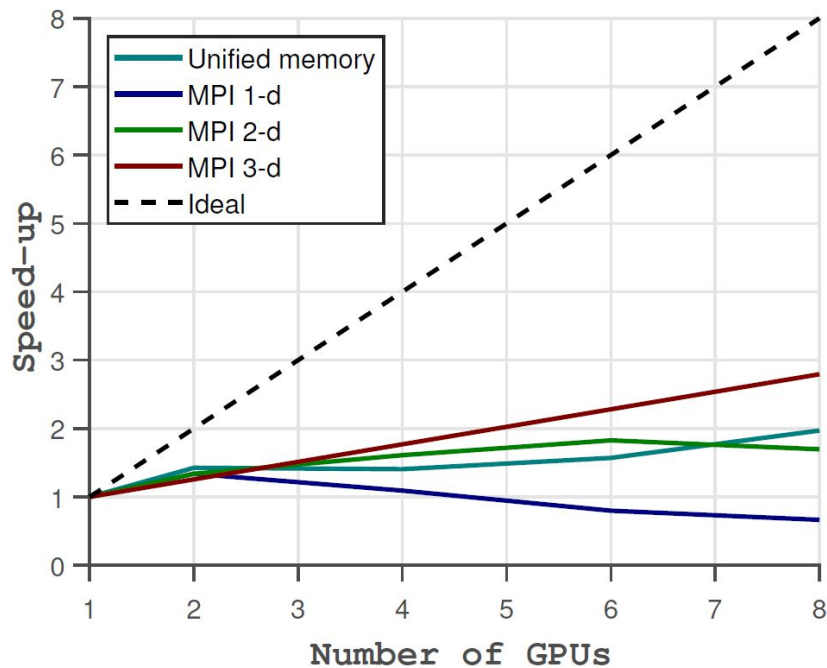
Направление	Время, с
1 (медленное)	21
2	1392
3 (Быстрое)	1654

1000 итераций уравнения Кана-Хиллиарда 2х
NVIDIA 3090 Ti (размер задачи 500^3)

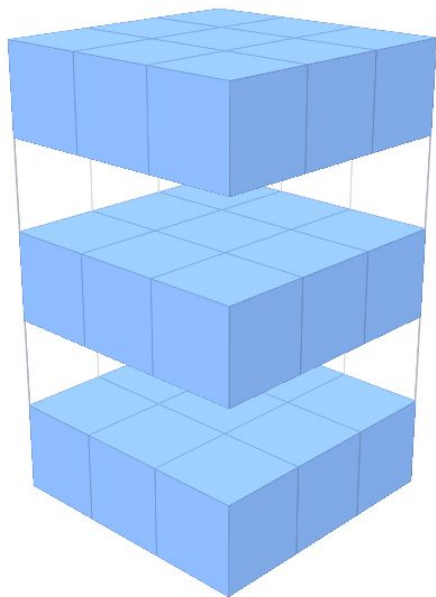


Сильная масштабируемость

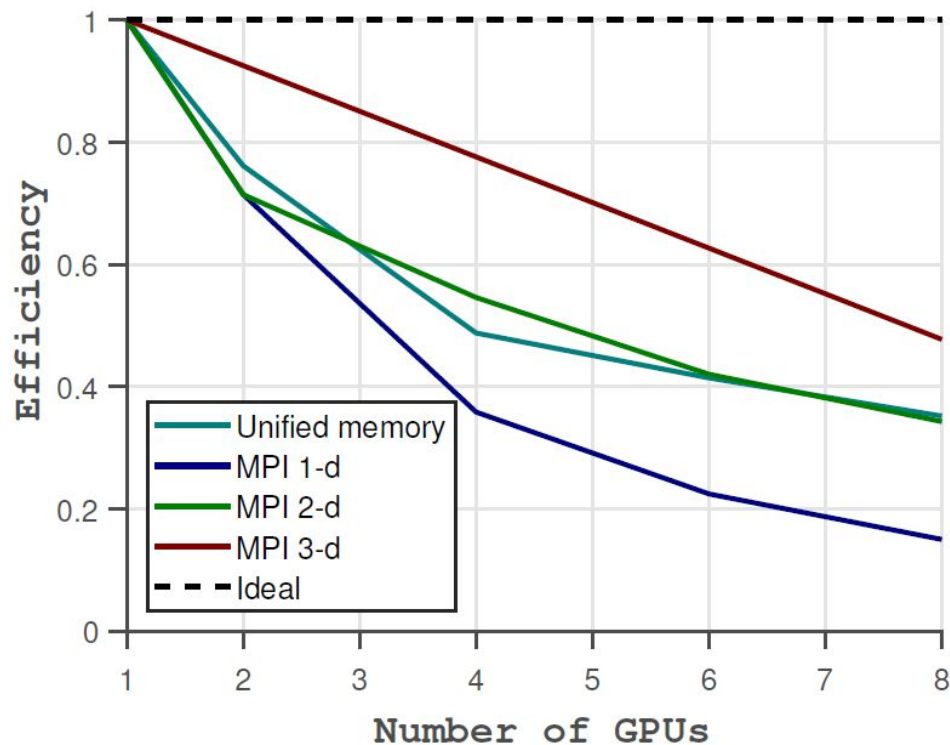
GPU - NVIDIA A100 80 Gb



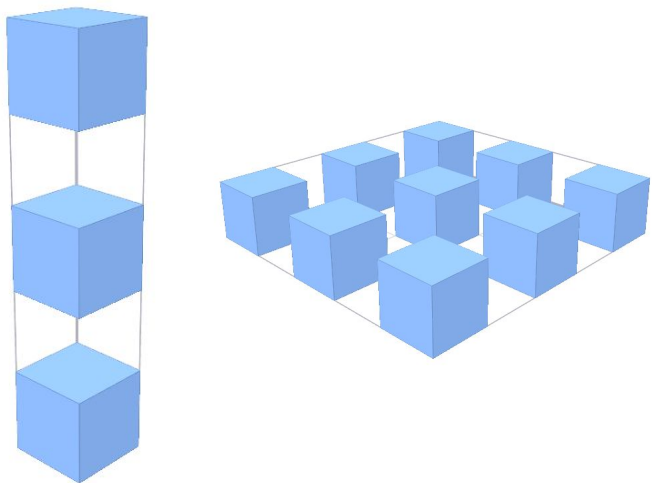
Слабая масштабируемость (кубическая область)



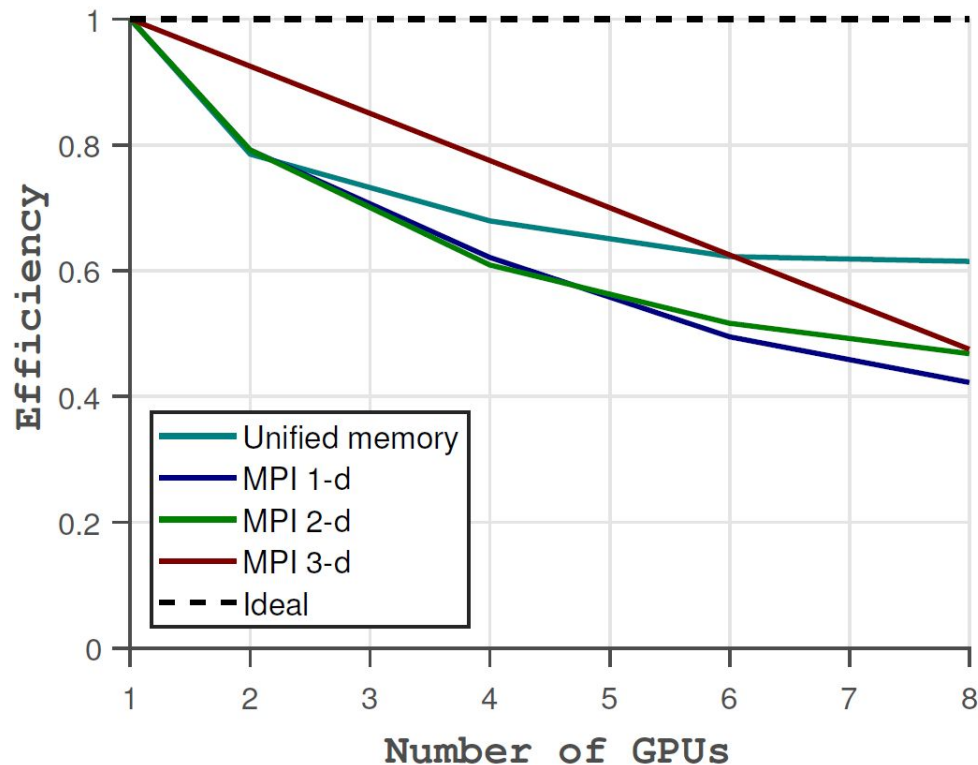
Максимальный размер задачи 2600^3



Слабая масштабируемость (кубические подобласти)



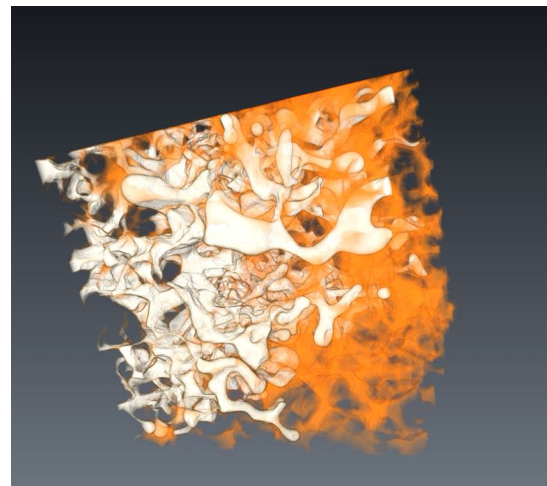
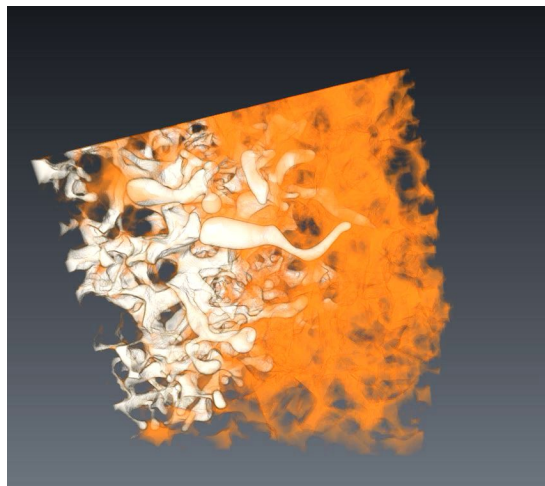
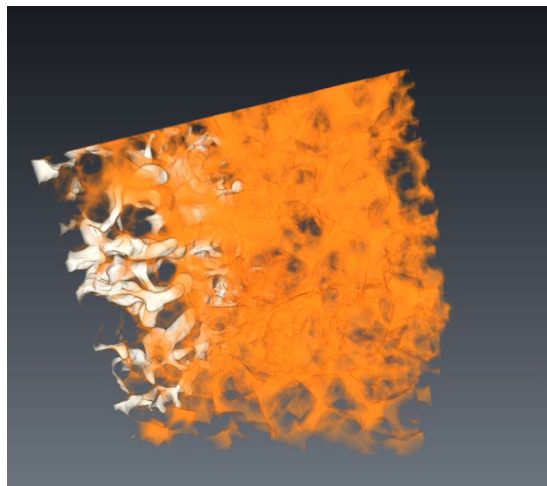
Размер подзадачи 1300^3



Special Core Analysis

1. Электрические свойства
2. Смачиваемость
3. Капиллярное давление
4. Относительные фазовые проницаемости

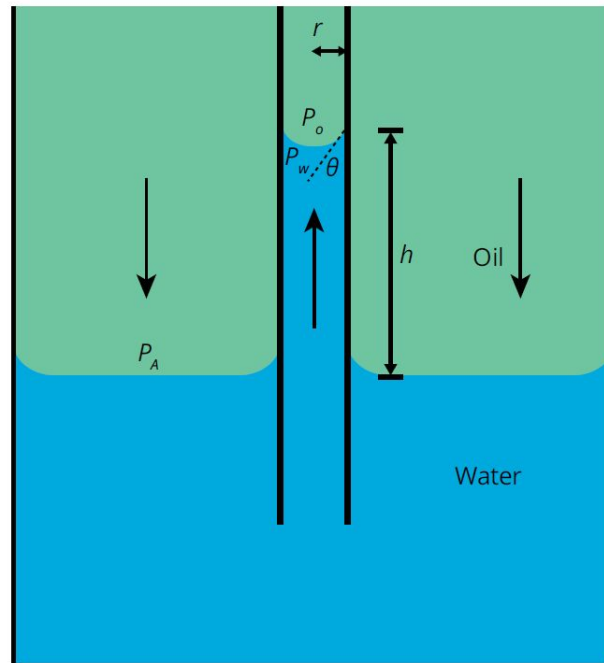
Дренаж



Капиллярное давление

$$P_c = P_{nw} - P_w$$

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r}$$

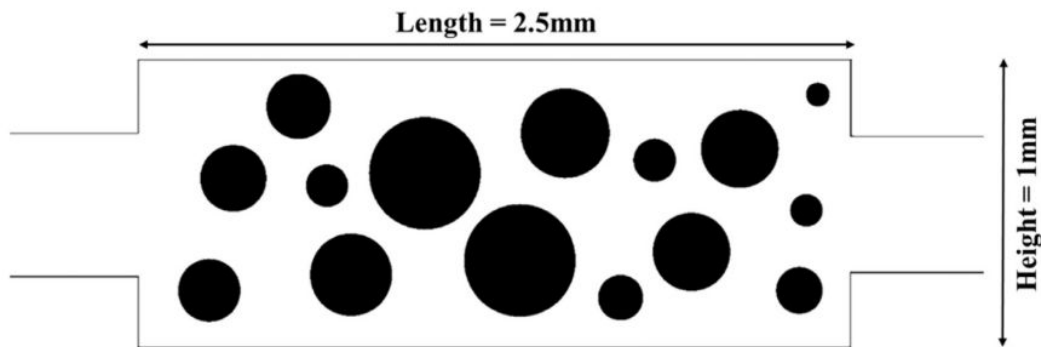


Сравнение с аналитической формулой

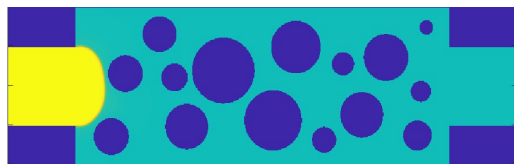
Смачивающая фаза	Несмачивающая фаза	Угол смачивания (°)	Поверхностное натяжение (Н/м)	Радиус трубы (м)	Перепад давления (Па)	Аналитическое значение (Па)
Флюоринерт-43	Вода	45	0.055	$5 \cdot 10^{-5}$	1574	1556
Флюоринерт-43	Вода	45	0.055	$5 \cdot 10^{-5}$	630	622
Вода	Нефть	36.5	0.0257	$1.25 \cdot 10^{-4}$	821	827
Вода	Нефть	36.5	0.0257	$1.25 \cdot 10^{-4}$	332	331

Валидация на искусственной микромодели

Смачивающая фаза - флюоринерт-43 (1800 кг/м^3 , $0.0047 \text{ Па}\cdot\text{с}$),
несмачивающая - вода.



1. Konangi Santosh, Palakurthi Nikhil K., Karadimitriou Nikolaos K., Comer Ken, Ghia Urmila, "Comparison of pore-scale capillary pressure to macroscale capillary pressure using direct numerical simulations of drainage under dynamic and quasi-static conditions", *Advances in Water Resources*, 147, (2021), 103792
2. Kunz P., Zarikos I. M., Karadimitriou N. K., Huber M., Nieken U., Hassanizadeh S. M., "Study of Multi-phase Flow in Porous Media: Comparison of SPH Simulations with Micromodel Experiments", *Transp Porous Med*, 114:2, (2016), 581–600.



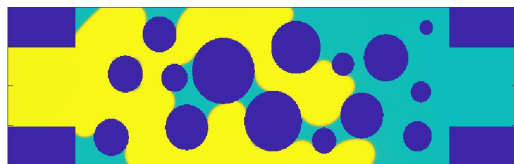
$S_w = 0.86, t = 21 \text{ ms}$



$S_w = 0.69, t = 32 \text{ ms}$

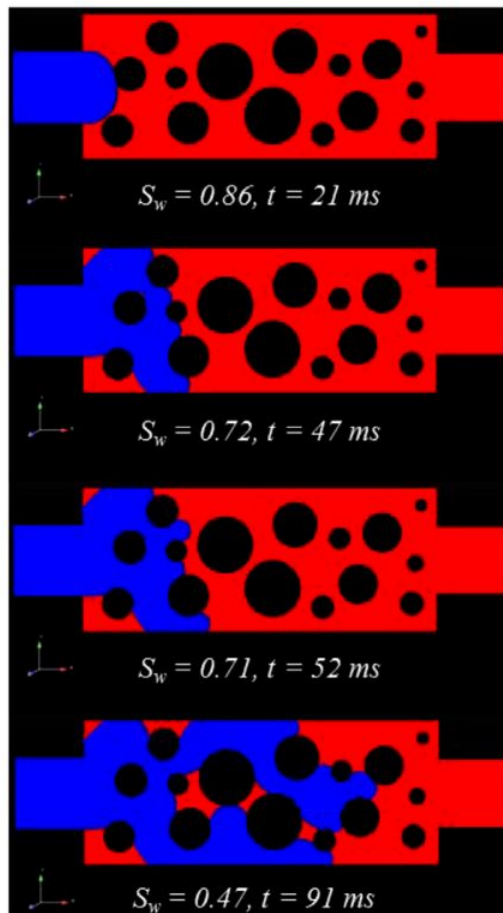


$S_w = 0.66, t = 34 \text{ ms}$



$S_w = 0.43, t = 75 \text{ ms}$

Результат
моделирования



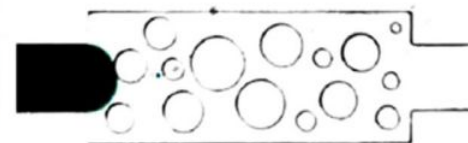
$S_w = 0.86, t = 21 \text{ ms}$

$S_w = 0.72, t = 47 \text{ ms}$

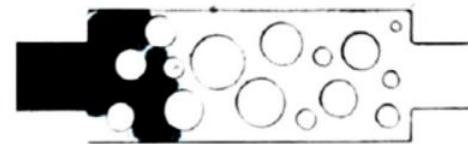
$S_w = 0.71, t = 52 \text{ ms}$

$S_w = 0.47, t = 91 \text{ ms}$

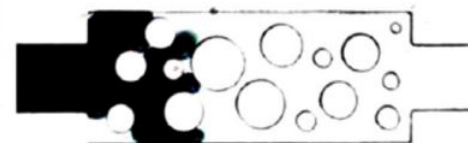
OpenFOAM



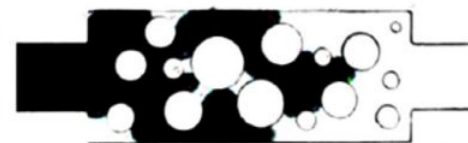
(a) $S_w = 0.82, t = 0.05 \text{ s}$



(c) $S_w = 0.67, t = 0.85 \text{ s}$



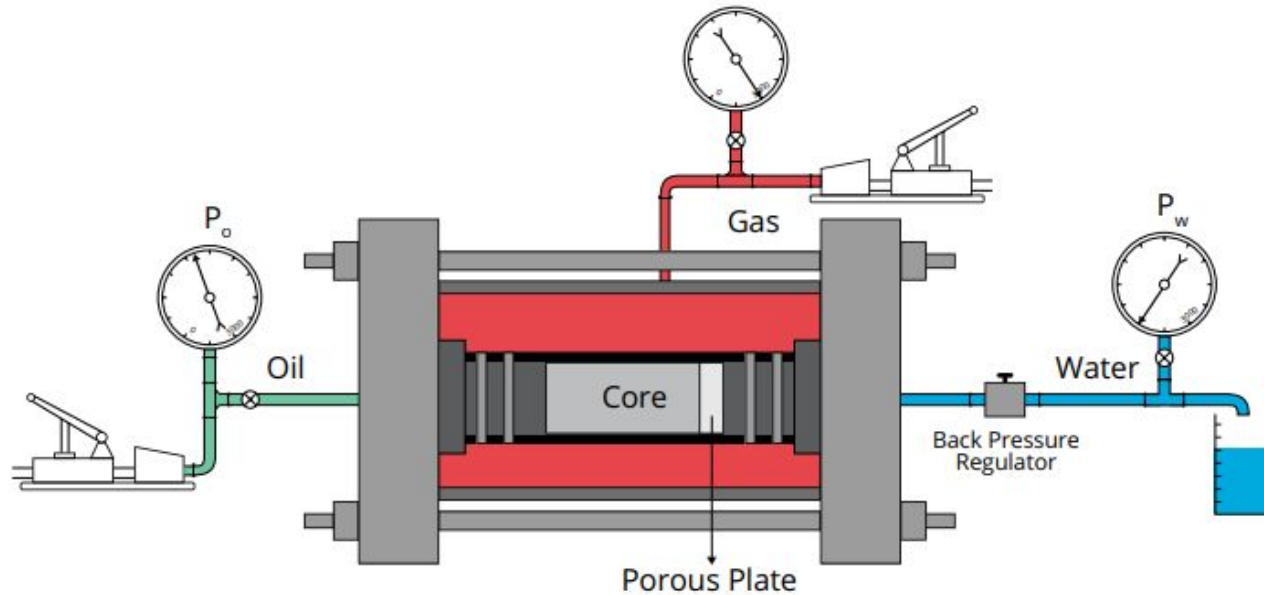
(e) $S_w = 0.64, t = 1.25 \text{ s}$



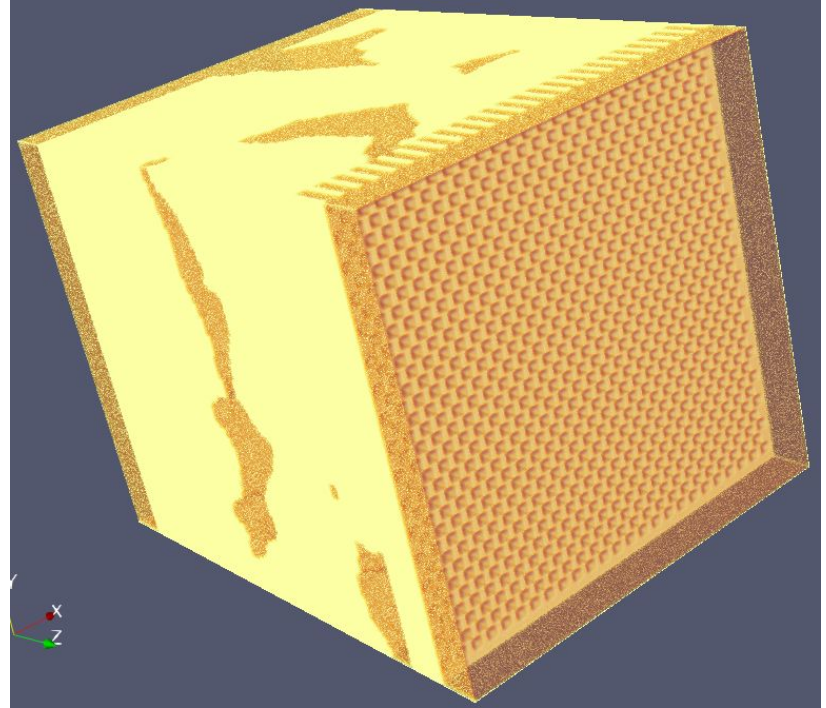
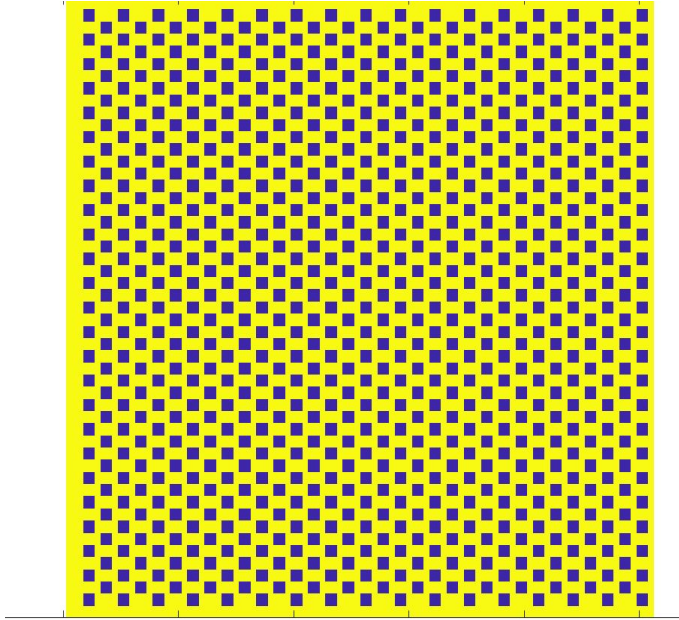
(g) $S_w = 0.43, t = 1.45 \text{ s}$

Лабораторный
эксперимент

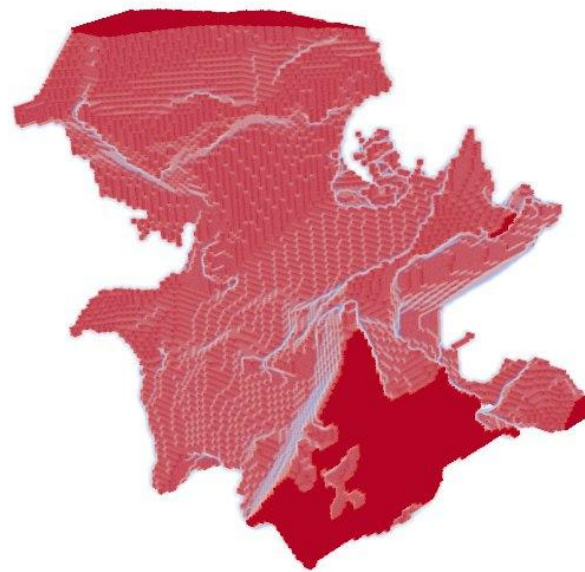
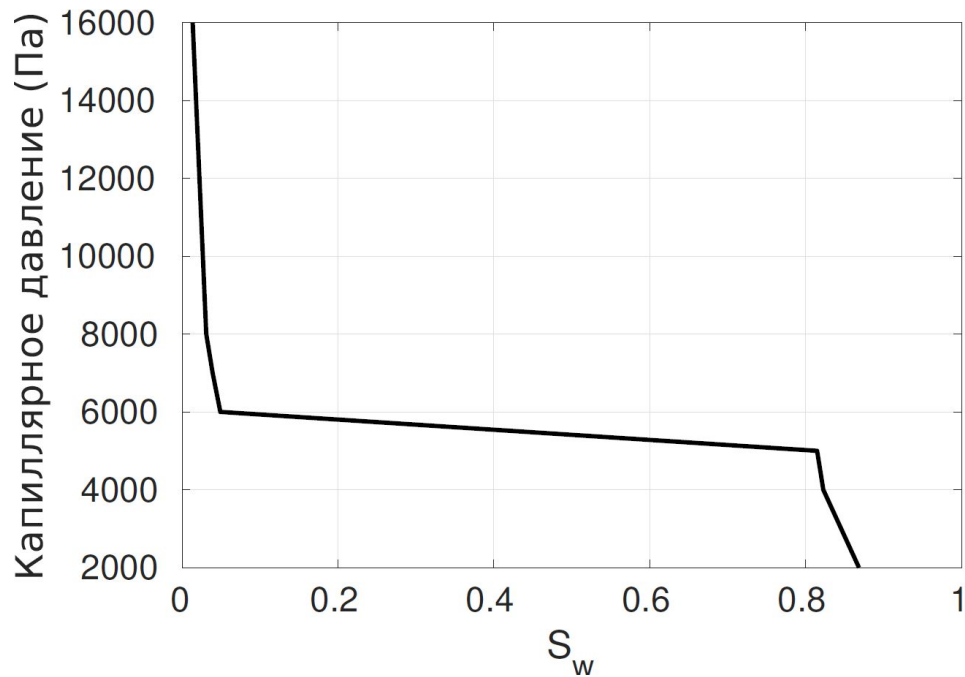
Метод пористой пластины



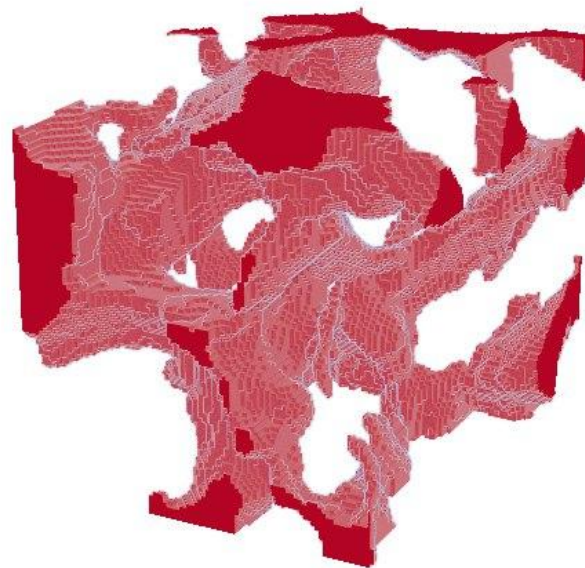
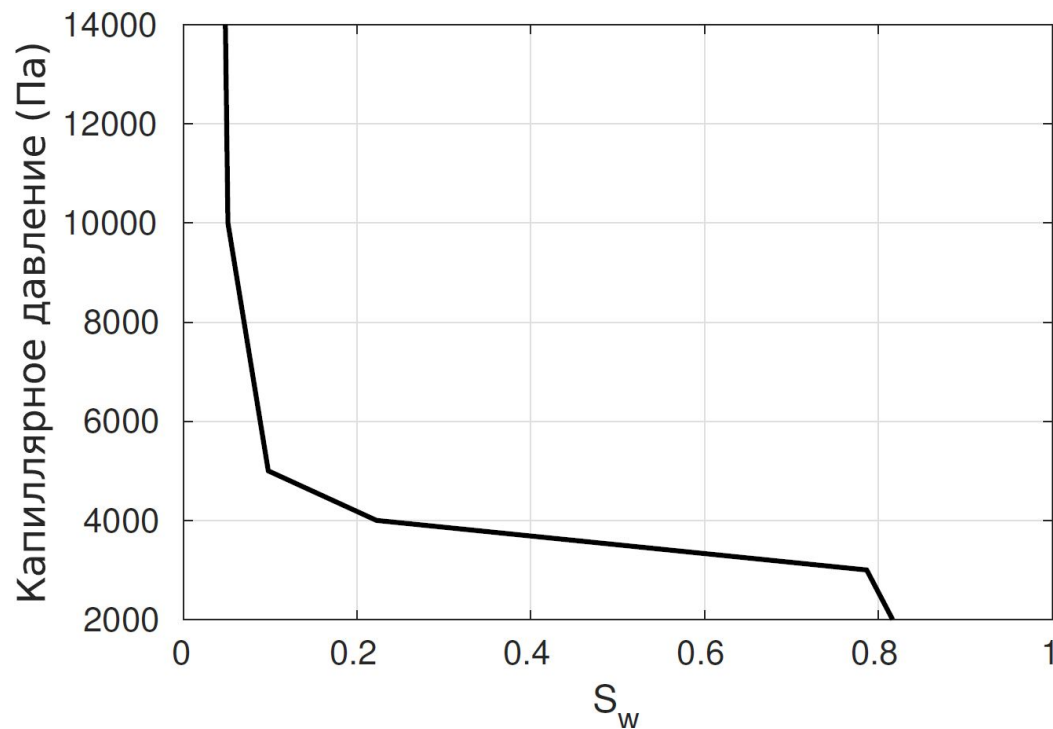
Представление пластины в численном эксперименте



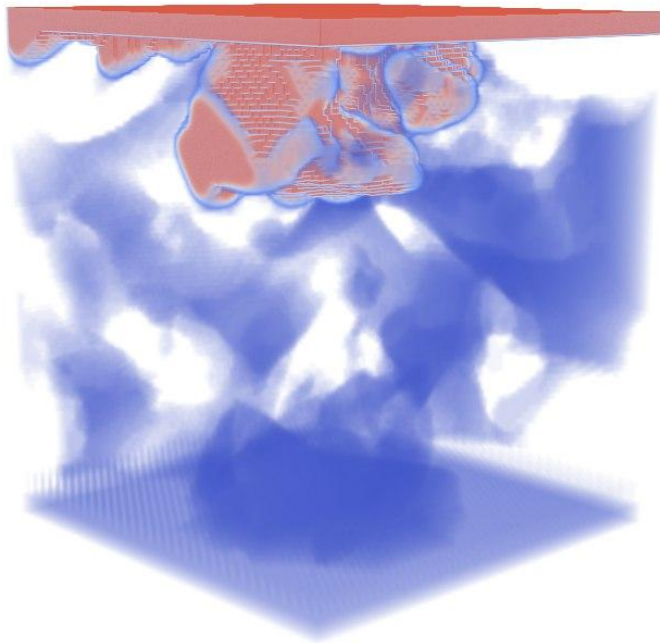
Расчет капиллярного давления. Песчаник Береа



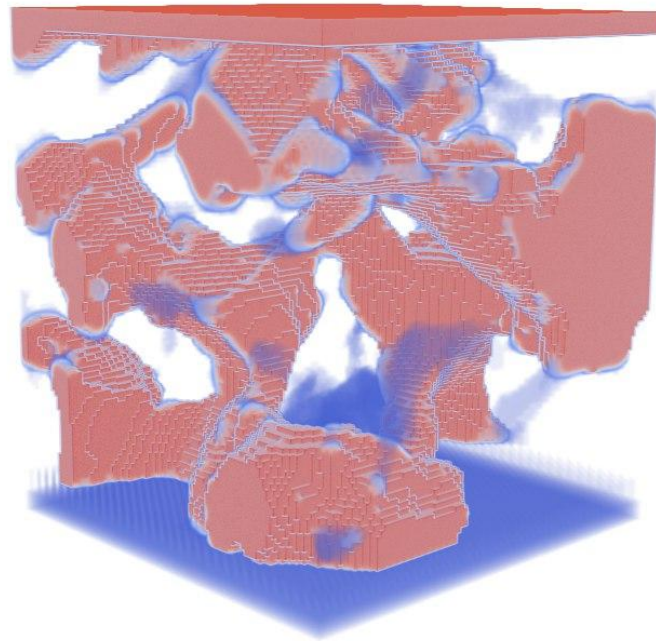
Расчет капиллярного давления. Песчаник Бентхаймер



Распределение жидкостей в песчанике Бентхаймера



3 кПа



5 кПа

Заключение

- Разработан и реализован параллельный алгоритм численного моделирования двухфазных потоков в масштабе пор
- Разработаны численные аналоги лабораторных экспериментов относящихся к категории SCAL

Спасибо за внимание!