



**Расчет распространения динамических возмущений в
сложных геометриях, описываемых многоблочными и
наложенными структурированными сетками с
использованием параллельных вычислений**

Н.А. Волков, И.Н. Агрелов, Н.И. Хохлов

Москва
29 сентября 2025

Актуальность

- Значительная часть запасов нефти и газа находится в Арктике;
- Освоение арктического шельфа является важным направлением;
- Необходимость моделирования динамической прочности нефтегазовых платформ.



Цели и задачи

Цель: моделирование распространения динамических возмущений в платформе с применением параллельных вычислений с использованием технологии MPI.

Задачи:

1. Построить и протестировать расчетную сетку платформы;
2. Разработать и протестировать алгоритм разбиения сеток между MPI процессами;
3. Провести расчеты распространения возмущений в платформе;

Модель линейно-упругой деформируемой среды

Упругие деформируемые среды в пределе малых деформаций и малых скоростей перемещения описываются уравнениями линейной теории упругости:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_j, & i \in \{1, 2, 3\} \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda \sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), & i, j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

В матричном виде:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 A_j \frac{\partial \vec{U}}{\partial x_j} = \vec{F}$$

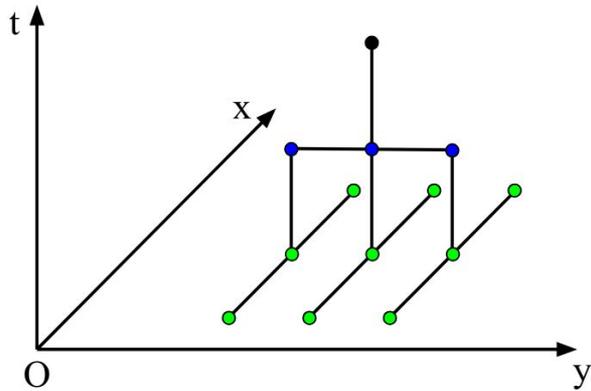
Где $\vec{U} = (v_1, v_2, v_3, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{22}, \sigma_{23}, \sigma_{33})$

Сеточно-характеристический метод

$$\vec{U}_t + A_1 \vec{U}_x + A_2 \vec{U}_y + A_3 \vec{U}_z = \vec{0}$$

Расщепление по направлениям

$$\begin{cases} \vec{U}_t + A_1 \vec{U}_x = \vec{0}, \\ \vec{U}_t + A_2 \vec{U}_y = \vec{0}, \\ \vec{U}_t + A_3 \vec{U}_z = \vec{0} \end{cases}$$



Инварианты Римана

$$A_i = \Omega_i^{-1} \Lambda_i \Omega_i = \text{const}$$

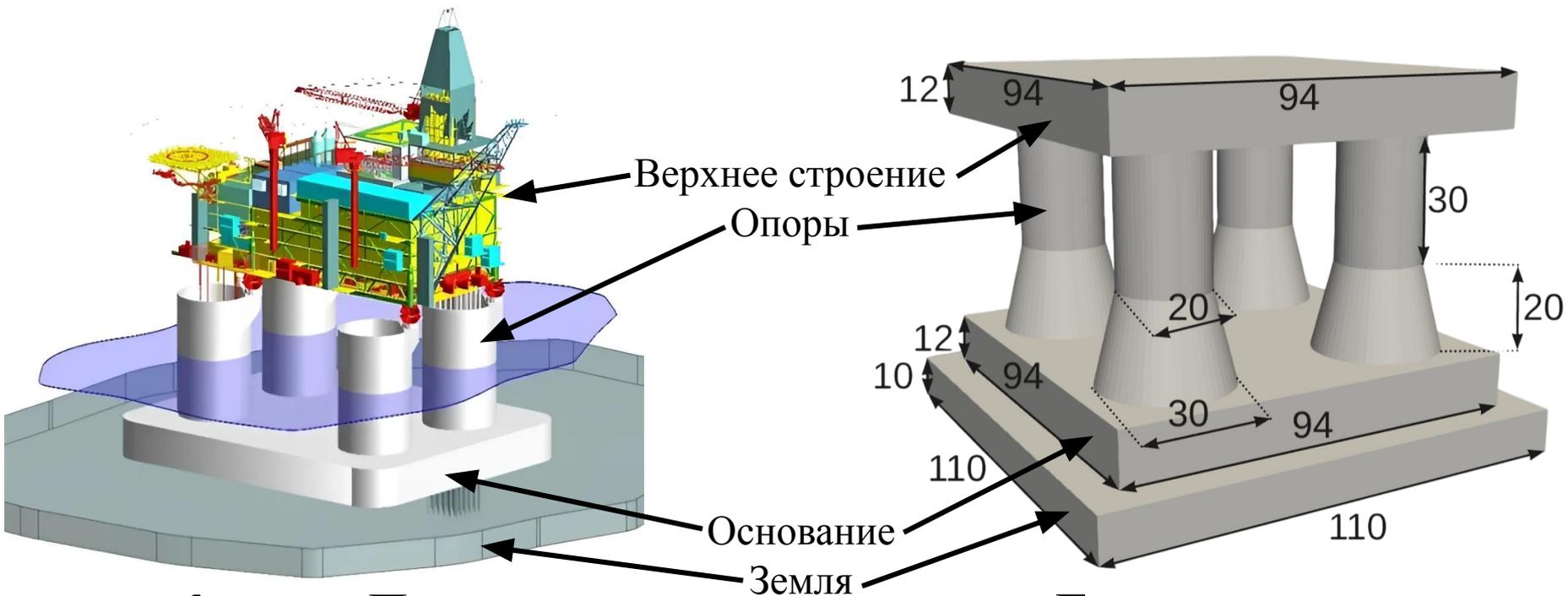
$$\vec{U}_t + \Omega_1^{-1} \Lambda_1 \Omega_1 \vec{U}_x = 0$$

$$\vec{u} = \Omega_1 \vec{U}$$

Скалярные уравнения

$$u_t + \lambda u_x = 0$$

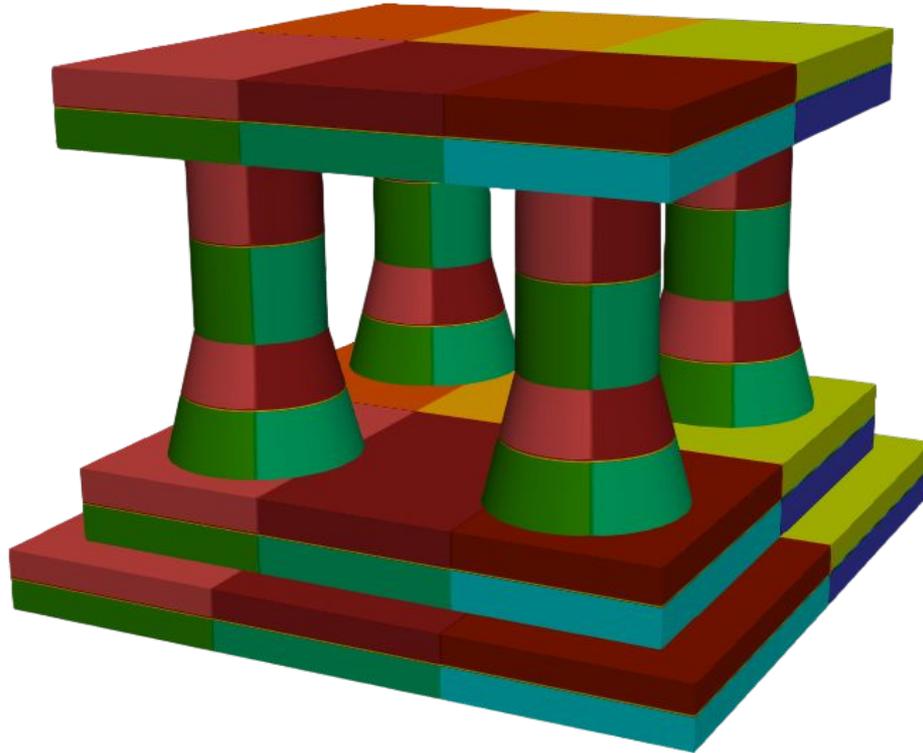
Расчетная область



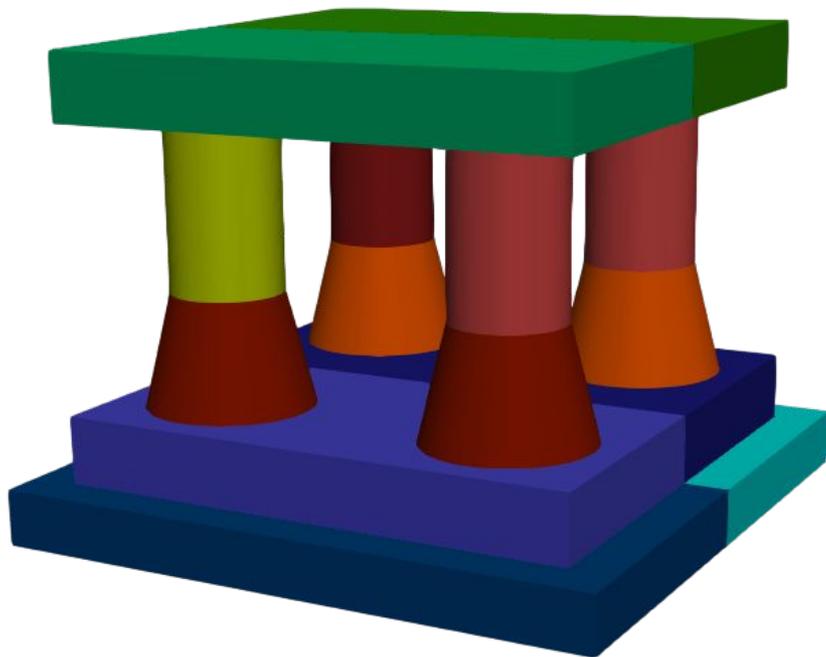
платформа «Пильтун-Астохская-Б» проекта «Сахалин-2»

Геометрическая модель

Декомпозиция расчетной области



Декомпозиция расчетной области



1. Вычисление оптимального количества узлов

$$M_{\text{opt}} = \left(\sum_{i=1}^N n_i + a \cdot \sum_{j=1}^M m_j \right) / P$$

2. Разбиение MPI процессов для больших сеток

$$P_i = \left\lceil \frac{n_i}{M_{\text{opt}}} \right\rceil \quad P_j = \left\lceil \frac{a \cdot m_j}{M_{\text{opt}}} \right\rceil$$

3. Разбиение оставшихся сеток по оставшимся процессам

Ускорение

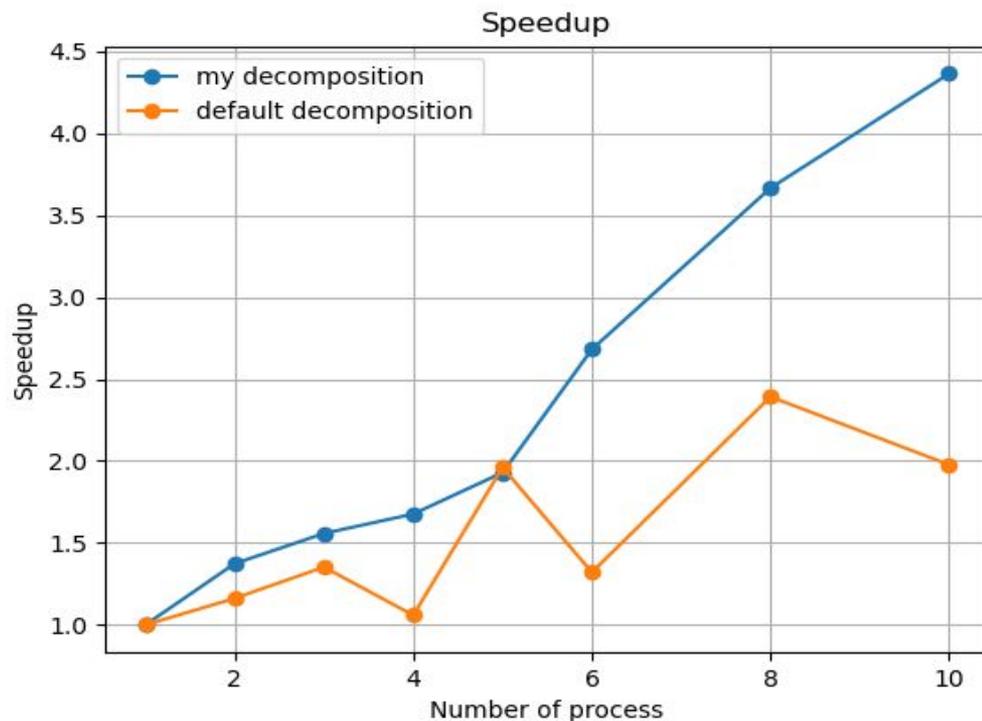
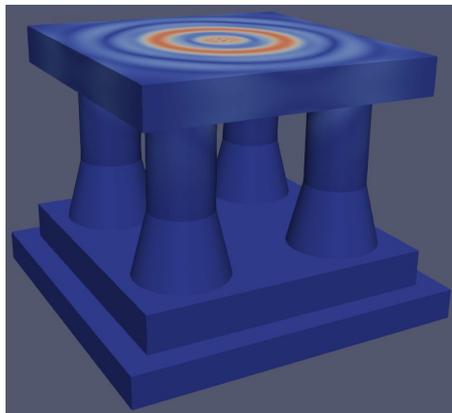
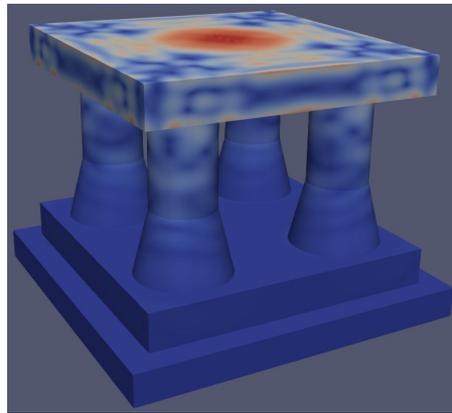


График ускорения. Процессор Intel Xeon E5-2620 v2.

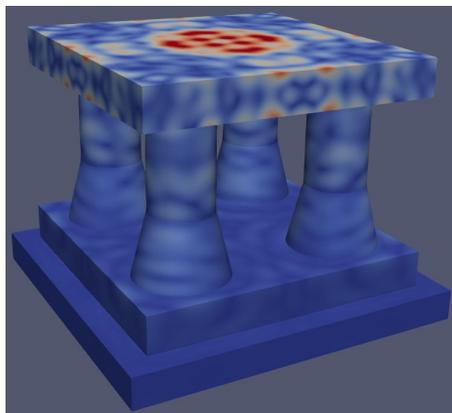
Результаты расчета



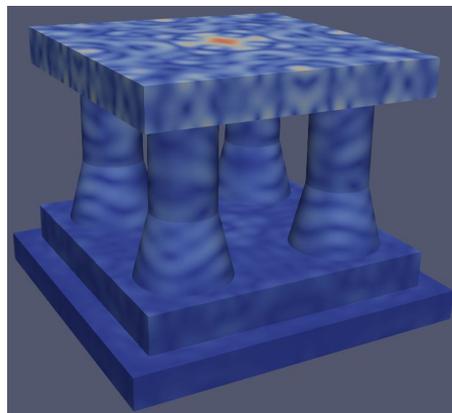
$t = \tau$



$t = 2\tau$



$t = 3\tau$



$t = 4\tau$

$\tau = 6.75 \cdot 10^{-5} c$